(સરકારી કેળવણીખાતાએ "લાયબ્રેરી બુક" તરીકે મંજુર કરેલ).

અંકગણિતશીખવવાનીપદ્ધતિ.

(મોટા અંકગણિતનાં અઘરાં મનોયત્ન, તથા સઘળા પરચૂરણ અને અઘરા પરચૂરણ દાખલાની સમજ સહિત).

મહેતાજી, આસિસ્ટંટો, ટ્રેનિંગ કોલેજનાં સ્કોલરો,
અને ઉપલા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના
ઉપયોગ સારૂ.

રચનાર,
પ્રેમચંદ કરમચંદ શાહ.
હેડમાસ્તર, કાઠિઆવાડ બાર્ડના ફીમેલ ટ્રેનિંગ કોલેજ.
રાજકોટ.

આવૃત્તિ બીજી—૧૦૦૦ પ્રત.
અમદાવાદ—'આર્યોદય પ્રેસ.'
સંવત ૧૯૪૯—સને ૧૮૯૩ નવેંબર માસ.

કિંમત નવ આના.
(પોસ્ટેજ માફ).

૫૬૫૫

(સરકારી કેળવણીખાતાએ "લાયબ્રેરી બુક" તરીકે મંજુર કરેલ).

અંકગણિતશીખવવાનીપદ્ધતિ.

(મોટા અંકગણિતનાં અઘરાં મનોયત્ન, તથા સઘળા પરચૂરણ અને અઘરા પરચૂરણ દાખલાની સમજ સહિત).

મહેતાજી, આસિસ્ટંટો, ટ્રેઈનિંગ કોલેજનાં સ્કોલરો,
અને ઉપલા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓના
ઉપયોગ સારૂ.

રચનાર,
પ્રેમચંદ કરમચંદ શાહ.
હેડમાસ્તર, કાઠિઆવાડ બાર્ટન ફીમેલ ટ્રેઈનિંગ કોલેજ.
રાજકોટ.

આવૃત્તિ બીજી—૧૦૦૦ પ્રત.
અમદાવાદ—'આર્યોદય પ્રેસ.'

સંવત ૧૯૪૯—સને ૧૮૯૩ નવેંબર માસ.

કિંમત નવ આના.
(પોસ્ટેજ માફ).

अर्पण पात्रिका.

મહેરબાન ઈ. જાઇલ્સ. એસ્કવાયર. એમ. એ.

એજ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર સાહેબ બહાદુર.

મધ્ય વિભાગ.

પ્રાથમિક કેળવણીને સારૂ આપ સાહેબનો અતિશય
શ્રમ, પોતાના તાબાના માણસોના લાભ તર્ફે
આપ સાહેબની હમેશ માયાભરી દૃષ્ટિ,
અને શિક્ષણ શાસ્ત્રના અભ્યાસપર આપ
સાહેબની અભિરૂચિથી મોહ પામીને
આ શિક્ષણશાસ્ત્ર સંબંધી પુસ્તક,
આપની આજ્ઞાનુસાર અત્યંત મા-
નપૂર્વક અર્પણ કરૂંછું.

લી. આજ્ઞાધીન સેવક.

પ્રેમચંદ કરમચંદ શાહ.

પ્રસ્તાવના.

મેં મારી સોળ વર્ષની લાંબી નોકરી બધી, અત્રેની મેલ અને ફીમેલ ટ્રેઇનિંગ કૉલેજમાં ગાળેલી છે. તે દરમ્યાન મને નિશાળોમાં ચાલતા શિક્ષણની ખામીઓ, તેમજ પ્રાક્ટિસિંગ સ્કૂલમાં છોકરાંને શીખવવામાં સ્કોલરોને પડતી મુશ્કેલીઓ જોવાના ઘણા પ્રસંગ મળ્યા છે. એ પરથી મને એમ માલૂમ પડયું કે દરેક વિષય શીખવવા માટે જૂદા જૂદા ગ્રંથો હોય તો તે શિક્ષકવર્ગને ખાપ ઉપયોગી થઇ પડે. એવા હેતુથી શિક્ષણપદ્ધતિ ગ્રંથાવળી રચવાનો મારા મનમાં અંકુર આવેલો, પણ આવી જાતનાં ગૂજરાતી ભાષામાં તદન નવાં પુસ્તકોપર વાંચક વર્ગનું લક્ષ ખેંચાશે કે કેમ ? વગેરે વગેરે કારણોથી તે વિચાર દબાઇ રહેલો. એવામાં ગૂજરાત શાળાપત્રના તંત્રીનું કામ પ્રસિદ્ધ સમર્થ વિદ્વાન રા. સા. મહીપતરામ રૂપરામ નીલકંઠ. સી. આઇ. ઇ. ને હાથ આવ્યું, તેઓ સાહેબે શાળાપત્રમાં પ્રથક્ પ્રથક્ વિષયો શીખવવાપર નોંધો આપવી શરૂ કરી, અને તે પર શિક્ષક વર્ગનું લક્ષ ખેંચાતું જોઇ મારા મનમાં દબાઇ રહેલો વિચાર બહાર આણવાનું મન થયું. તેનું આ **પ્રથમ પુસ્તક** છે, ને ઇશ્વરેચ્છા હશે તો થોડા વખતમાં વ્યાકરણ શીખવવાની પદ્ધતિપર **દ્વિતીય પુસ્તક** પ્રજાની સેવામાં મૂકીશ.

ટ્રેઇનિંગ કોલેજોમાં શીખવાતાં શિક્ષણ શાસ્ત્રોનાં પુસ્તકોમાં તથા શાળાઓમાં ચાલતાં પુસ્તકોમાં શીખવવા માટે આપેલી સૂચનાઓનું જ્ઞાન, અને સ્કોલરોને પ્રાક્ટિસિંગ સ્કૂલમાં શિક્ષણશાસ્ત્રનું જે અનુભવી જ્ઞાન અપાયછે તે ખરી રીતે જોઇએ તો એક બી માફક છે. તેને પાળીપોષી ઉછેરીને મોટું ઝાડ કરવાનું ખેતર તેમને મળતી સ્કૂલોછે. પણ મારા અનુભવ પ્રમાણે ઘણા શિક્ષકો બી જેટલું મળેલું જ્ઞાન પણ એક કોરે મૂકી અસલના ચાલતા આવેલા રિવાજ મુજબ બાળકને જડ કરી નાંખનાર પદ્ધતિએ શીખવ્યા જાયછે. આ બહુ ખેદકારક બીના છે! હું ધારૂંછું કે આવાં પુસ્તકોથી તેનો કેટલેક દરજ્જે અટકાવ થશે.

મારી તો ખાત્રીજ છે કે શિક્ષણશાસ્ત્રનાં આવાં પુસ્તકો સારી રીતે કેળવાયલા અનુભવી શિક્ષકોને હાથે લખાય તોજ તે વિશેષ ઉપયોગી થઇ પડે. કહેવત છે કે "પ્રસુતિની પીડા વંધ્યા શું જાણે." તેમ શીખવવામાં પડતી પીડાનો જેણે અનુભવ કર્યો નથી એવો વિદ્વાન તેની ખરેખરી ખુબી ચીતરી શકે તેવો તો કોઇ વિરલોજ હોય. આ કલમ લખતી વખતે મરહુમ ગૂજરાતના ભાષાશાસ્ત્રી, અને રાજકોટ મેલ ટ્રેઇનિંગ કોલેજના વખણાયલા પ્રિન્સિપાલ રા. રા. નવલરામ લક્ષ્મિરામ સાથે થયેલાં વિદ્યાવિનોદનાં સ્મરણો ગદ્ગદિત કંઠે યાદ આવે છે. આ પુસ્તક તેની એક પ્રસાદી કહું તો તે ખોટું નથી.

મેં મારા અનુભવપ્રમાણે બને તેટલી સરલ ભાષામાં સૂચક પદ્ધતિએ બાળકને અંકગણિતનો વિષય કેમ શીખવવો તેનું વર્ણન પુષ્કળ દાખલાઓ આપીને આ પુસ્તકમાં કર્યું છે વીમોકમીશન, લેનશેર, નફો તોટો, પ્રમાણભાગ વગેરે વિષયો શીખવવામાં નવી રીત શીખવવાની નથી, પણ જૂદા જૂદા વ્યવહારોમાં ત્રિરાશિનો કેવો ઉપયોગ થાય છે તે શીખવવાનું છે. એટલે એ વિષયો શીખવવામાં વ્યાખ્યાન પદ્ધતિનું પ્રાધાન્ય રાખવાનું છે, તેમાં પણ શીખનાર શીખવનારને સરલ પડે માટે એ દરેક વ્યવહારો છૂટા છૂટા ભાગ પાડી સમજાવેલા છે. ઘાતમૂળ અને ક્ષેત્રફળ ઘનફળના વિષયમાં પણ વ્યાખ્યાન પદ્ધતિનું પ્રાધાન્યપણું રાખવાનું છે, તો પણ તેનું જ્ઞાન સચોટ કરવાને માટે બને તેટલી સહેલી ભાષામાં તેનાં કારણો સમજાવ્યાં છે. શિક્ષકોએ એનો ઉપયોગ ખાસ કરવો. રીતો જાણી દાખલા કરેથી તે વિષયનાં મૂળતત્વનું ખરૂં જ્ઞાન થતુ નથી, અને તેથી તે વિષય પરિપકવ આવડ્યો ગણાયજ નહિ; તેમજ કારણ જાણ્યા વગર વિદ્યાર્થીનું મન પ્રફુલ્લિત થતુ નથી. કારણ એ, તે વિષયનો પાયો છે. જેમ પાકા પાયા વગર ઇમારત ટકતી નથી તેમ કારણ સમજ્યા વગર અંકગણિતનું જ્ઞાન નિષ્ફળ જાય છે.

ઉપલા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓ, તેમજ હલકા શિક્ષકોને શીખવા શીખવવામાં વિશેષ ઉપયોગી થઇ પડે એવા હેતુથી આ પુસ્તકમાં સરકારી નિશાળોમાં ચાલતા મોટા અંકગણિતનાં અઘરાં ગનોયત્નની સમજ, તથા જૂદી જૂદી રીતોપરથી કેવી કેવી તરેહના દાખલાઓ બની શકેછે વગેરે વગેરે સમજુતી આ પુસ્તકમાં દાખલ કરેલીછે. આ કીંમતી સૂચના માટે કાઠિઆવાડમાં કેળવણીના પિતા તરીકે વખણાયલા આ પ્રાંતના લોકપ્રીય આસિસ્ટંટ એજ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર મહેરબાન રાવબહાદુર ગોપાળજીભાઇ સુરભાઇ દેશાઇનો હું આભારી છું. શિક્ષકોએ આ રીતોપર બહારનાં ઉદાહરણો લઇ વિદ્યાર્થીનું જ્ઞાન પરિપકવ થયાની ખાત્રી કરવી.

આ પુસ્તકનું તોલન કરવા માટે આ પુસ્તકપર વિદ્વાનોના મળેલા અભિપ્રાય આ સાથે મેં દાખલ કરેલાછે, તેપર વાંચકવર્ગનું હું ખાસ લક્ષ ખેંચુંછું. છેવટ આ મારો લાંબા વખતનો પ્રયત્ન કેટલો સફળ થયોછે તે તેનો ઉપયોગ થવા ઉપરથી સમજાશે. મુ. રાજકોટ. જાન્યુઆરી ૧૮૯૧. કર્તા.

બીજી આવૃત્તિની પ્રસ્તાવના.

આ આવૃત્તિમાં મોટા અંકગણિતના સઘળા પરચૂરણ અને અઘરા પરચૂરણ દાખલા સમજ સહિત ગણી આપેલા છે. શિક્ષકવર્ગને ઉપયોગી થવા માટે દરેક દાખલો કઇ રીતનો છે તે શરૂઆતમાં જણાવેલું છે. આ પુસ્તક સરકારી કેળવણી ખાતાએ "લાયબ્રેરી બુક" તરીકે મંજુર કર્યું છે, કચ્છ તથા ગાયકવાડ સરકારના કેળવણીખાતાએ પણ પસંદ કરેલું છે.

અનુક્રમણિકા.



અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ.

સામાન્ય વિચારઃ—આ વિષય શીખવવાની બે મતલબ છે. ૧. દુનિઆદારીમાં કામ આવે, ૨. મનની શક્તિઓને કસરત આપે ને કેળવે. પહેલી મતલબ અંકગણિતના દાખલા ને રીતો, ને બીજી મતલબ રીતોનાં કારણ આવડેથી પાર પડેછે. આ રીતે અંકગણિતમાં દાખલા, રીતો, ને તેનાં કારણ શીખવવાનાં હોયછે. તેમાં કારણ કરતાં રીત, ને રીત કરતાં દાખલા શીખવવા સહેલા છે. માટે દરેક રીતમાં દાખલાપરથી રીત કઢાવવી, વિશેષ પ્રસંગે રીત પ્રથમ કહેવાની જરૂર પડે તો તેમ કરવું. આ પરથી એમ ન સમજવું કે કારણનો વિષય શરૂઆતમાં મૂકી દેવાનો છે. તે વિષય મૂકી દેવાથી છોકરાં પોપટની પેઠે દાખલા ગણે છે, આથી મૂળ પાયો લૂલો થઇ તેઝટ ભૂલી જાય છે, ને શીખવામાં રસ ન પડતાં કંટાળો આવે છે. માટે દરેક રીતમાં છોકરાંને સમજણ પડે **તેટલા** ઊંડા ઊતરી દાખલામાંથી કારણ ને રીત કઢાવવી. શરૂઆતથી કારણના વિષયપર નિશાળોમાં ધ્યાન ન અપાયાથી જૂના છઠ્ઠા ધોરણમાં તે વિષય છેકજ નબળો રહેવાથી સરકારે નવાં ધોરણમાં તે કાઢી નાંખ્યો છે. તોપણ સારા શિક્ષકો તે વિષયનો ઘટતો ઉપયોગ કર્યા વગર નહિ રહે. જે પરિણામે તો પોતાને, તેમજ છોકરાંને લાભકારી થઇ પડેછેજ.

અંકગણિત શીખવવાની શરૂઆત એકડેએકથી થાયછે, માટે અમે પ્રથમ આંક કેમ શીખવવા, તે લખીએ છીએ.

આંક.

દશ સૂધી ગણતાં લખતાં શીખવવાની રીત.

૧. પ્રથમ દશ સૂધી ગણતાં શીખવવું:—પ્રથમ એક બદામ, પૈસો, પૈ, કે લખોટો અથવા હરકોઇ જણસ બતાવીને કહેવું કે આ એક છે, એમ શીખવવું. પછી જેનો જવાબ છોકરાંના મોંમાંથી એક નીકળે, એવા સવાલ શિક્ષકે પૂછવા. જેમકે તમારે મોં કેટલાં છે? નાક કેટલાં છે? માથાં કેટલાં છે? જીભ કેટલી છે? પેટ કેટલાં છે? આવા સવાલ પૂછીને એકનો વિચાર તેના મનમાં સારી પેઠે ઠસાવવો.

એક પૈમાં એક પૈ નાંખીએ તો બે થાય, એમ શીખવવું. બેનો વિચાર પાકો ઠસાવવા સારૂ કેટલાક સવાલો ઉપર મુજબ પૂછવા. જેમકે તમારે આંખો કેટલી છે? કાન કેટલા છે? હાથ કેટલા છે? પગ કેટલા છે? છોકરાં સમજીને બોલે છે કે કેમ તેની ખાત્રી કરવી. જેમ લખોટાયંત્રમાંથી બે લખોટા ગણી બતાવો? તમારા બે હાથ ગણી બતાવો?

બેનો વિચાર મનમાં પાકો ઠરયા પછી બેમાંથી એક જાય તો એક રહેછે, તે લખોટાયંત્ર વડે બતાવવું.

બેમાં એક ઉમેરીએ તો **ત્રણ,** ત્રણમાંથી એક જાય તો બે, ને બે જાય તો એક રહે. એ લખોટાયંત્ર વડે કે પાટીઆપર કાપા કરીને છોકરાંના મનમાં બરાબર ઠસાવવું. આવી રીતે દશ સુધીનો વિચાર છોકરાંના મનમાં બરાબર ઠસાવવો.

૨. દશ સૂધી લખતાં શીખવવા વિષે:—પાટીયાપર એક ઊભો કાપો પાડી પૂછીએ, આ કેટલા કાપા છે? **એક.** બે કાપા પાડી પૂછીએ કે હવે ? **બે.** એમ દશ સૂધી જૂદા જૂદા કાપા પાડી પૂછવું. પછી તેમને કહેવું કે આમ કાપા કરવાને ઘણી જગા જોઇએ છીએ, તેમ લખતાં પણ વધારે વાર લાગે-છે. માટે એક, બે, ત્રણ, ઇ૦ લખવાને જૂદા જૂદા આંકડા છે, તે હું તમને બતાવું છું. એમ કહીને—

I	II	III	IIII	IIIII	IIIIII	IIIIIII	IIIIIIII	IIIIIIIII	IIIIIIIIII
૧	૨	૩	૪	૫	૬	૭	૮	૯	૧૦

એ પ્રમાણે કાપા નીચે આંકડા લખીને એકડો, બગડો, તગડો, એમ દશ સૂધી નામ શીખવવાં. પછી સ્લેટમાં આંકડા લખી આપી થોડા દિવસ હાથેથી ઘૂંટાવવા, એટલે તેમનો હાથ લખવાને વળશે. પછી એકડો લખવાને તેમને કહેવું કે પ્રથમ એક મીડું સ્લેટમાં કાઢો, પછી જોડે ઊભો કાપો કરી નીચેથી વાળો એટલે એકડો થશે. એ આવડયા પછી બગડો ઇ૦ કેમ લખવા તે સમજાવવું. દશ શીખતાં તો વાર નહિ લાગે, કેમકે એકડાપર મીડું કરવા-થી દશ થાયછે.

સો સૂધી ગણતાં ને લખતાં શીખવવાની રીત.

અગીઆર:—૧૦ પૈસામાં ૧ પૈસો ઉમેરૂં તો **૧૧** થાય. બધાંને બોલાવી પાટીયામાં લખવું કે—એ એકડે અગીઆર થાય. **૧૧.** સઘળાં પાસે સ્લેટમાં લખાવીને જોવા ને ભૂલ હોય તો સુધરાવવી. ૧૧માંથી ૧ જાય તો કેટલા રહે તે સમજાવવું.

૧૧ લખોટામાં ૧ લખોટો નાંખીએ તો **૧૨** થાય. કેટલા થાય ? કેટલા ઉમેરવાથી ? શેમાં ? બધાંને સાથે બોલાવી પાટીયામાં લખવું કે એકડે બગડે **૧૨.** બધાં ૧૨ લખી લાવો ? જોવા ને સુધરાવવા. ૧૨ માંથી ૧ જાય તો **૧૧** રહે તે સમજાવવું. આ પ્રમાણે ઘણે દીવસે ૧૦૦ સૂધી ગણતાં ને લખતાં શીખવી શકાય. તે શીખવવામાં જ્યાં તેના નામનો અર્થ સમજાવી શકાય તેમ હોય ત્યાં તે સમજાવવો, જેથી પલાખાં સારાં આવડે છે. જેમ ૨૪ (ચાર અને વીશ માટે લખવામાં ૨૦નો ૨ ને ૪નો ૪ આવેછે), ૩૨ (બે અને ત્રીશ),

૪૬ (છ અને ચાળીશ). પણ દશ ઉપર નવ આવે તો આગળના અંકમાંથી એક ઉણો એગ કહીને બોલાય છે. જેમ ૧૯ (એક ઉણા વીશ), ૨૯ (એક ઉણા ત્રીશ), ૪૯ (એક ઉણા ચાળીશ). પરંતુ ૮૯ (નવ ને એંશી), ને ૯૯ (નવ ને નેઉ) ને સાધારણ નિયમ લાગુ પડેછે. ગણતરી શીખવવામાં લખોટા-યંત્રને વિસામો મળેજ નહિ, કેમકે ઓછાવત્તા કરવાનું કામ ચાલ્યુંજ જવાનું. વળી છોકરાઓની નજર આગળ હોય તેવી વસ્તુઓના સહેલા દાખલા પણ પૂછવા. જેમકે, ૫ પૈસા + ૪ પૈસા=શું ? ૭ ચોપડી–૨ ચોપડી=શું? ૮ પેન+૪ પેન=શું ? ઇત્યાદિ.

પાંડા શીખવવાની રીત.

પાડા શીખવવામાં નીચેના નિયમો ખાસ ધ્યાનમાં રાખવા.

૧. પાડાના નામનો અર્થ શીખવવો. જેમ એકું એટલે એક, દુ એટલે બેનો જથો, તરી એટલે ત્રણનો જથો, ચોકું એટલે ચારનો જથો, ઇ૦.

૨. અમુક-એકાં, દુ, તરી, ચોક, પંચું, ઈત્યાદિ લખોટાયંત્રમાંથી કાઢતાં શીખવવું.

૩. અમુક એકાં, દુ, તરી, ચોક, પંચું, ઇત્યાદિ લેવાથી કેટલા થાય તે તેમની પાસે લખોટાયંત્રમાં ગણાવવા.

૪. અમુક તૈયાર થયેલું પલાખું બોલતાં શીખવવું, અને જે પ્રમાણે બોલાય છે તેજ પ્રમાણે તેમની પાસે પાટીયાપર લખાવી, તેજ પ્રમાણે શિક્ષકે પાટીયાને એક ખૂણે લખતાં જવું ને ભણાવતાં જવું. એમ કહીને આખો પાડો ભણતાં અને લખતાં શીખવવો. પાડો પૂરો થયા પછી સ્લેટમાં ઉતારી લેવ-રાવી પાકો કરાવવો.

એકાનો પાડો:—લખોટાયંત્રમાંથી એક લખોટો જૂદો કઢાવીને પૂછવું કે આ કેટલાછે? એક. એકને પાડામાં એકું કહેછે. શું કહેછે? એકું. એકું એટલે કેટલા ? એક. આ કેટલાં એકાં છે ? એક. એક એકું એટલે કેટલા ? એક. તમે પાટીયાપર એક લખો ? તમે તેની પાસે એકું લખી જાઓ ? (ન આવડે તો એકું એટલે ? એક. એ કહેવરાવીને બીજો એકડો કઢાવવો). તમે તેની જોડે એક લખો ? એ પ્રમાણે લખાયલા ત્રણે આંકડાપર શિક્ષકે આંગળી મૂકીને બોલતાં જવું, ને તેજ પ્રમાણે વર્ગને બોલાવતાં જવું, આથી વર્ગની ખાત્રી થશે કે જેમ બોલાયછે તેમજ લખાયછે. પાકું થયા બાદ શિક્ષકે પાડાની શરૂઆત કરી તે એક પલાખું પોતે પાટીયામાં લખી રાખવું.

પછી છોકરાં પાસે બીજું એકું કઢાવવું, ને પછી પૂછવું કે હવે કેટલાં એકાં થયાં ? બે. તમે બે એકાં ગણી બતાવો ? આ એક એકું, ને આ બીજું એકું. બે એકાં એટલે કેટલા થાય? બે. પછી પાટીયાપર બે એકું બે લખા-

વવું, પછી પોતે બોલવું ને છોકરાં પાસે બોલાવવું. પાકું કરાવ્યા બાદ પોતે કરેલી નોંધમાં ઉમેરવું.

પછી પાટીયાપર બંને તૈયાર થયેલાં પલાખાં સાથે ભણાવવાં, અને પાડાનો અર્થ સમજે છે કે નહિ તેવા પ્રશ્નો કરવા.

એજ પ્રમાણે ત્રીજું પલાખું શીખવીને ત્રણેનું, ચોથું શીખવીને ચારેનું સામટું પુનરાવર્તન કરાવતાં જવું. અંતે પાટીયાપર તૈયાર થયેલો આખો પાડો ભણતાં અને લખતાં શીખવવો.

એકાનો પાડો પાકો આવડે એટલે તેનો ઉપયોગ થાય એવાં સહેલાં લેખાં લખોટાયંત્રના વખતમાં પૂછવાં. જેમ એક પૈસાની એક કેરી, તો બે પૈસાની કેટલી?

દુનો પાડો:—લખોટાયંત્રમાંથી બે લખોટા જૂદા કઢાવીને પૂછવું કે આ કેટલા છે? બે. બેના જથાને પાડામાં દુ કહે છે. શું કહે છે? દુ. દુ એટલે કેટલા? બે. આ કેટલાં દુ છે? એક. એક દુ એટલે કેટલા? બે. બરાબર. પણ એક દુ દુ કહેજો. કેમ બોલવું? એક દુ દુ. તમે પાટીયાપર એક લખો? તમે તેની સાથે દુ લખો? તમે ફરી તે સાથે દુ લખો? આ ત્રણે વાંચો? એક દુ દુ. જેમ જેમ બોલતાં જાય તેમ તેમ શિક્ષકે આંકડાપર આંગળી મૂકતાં જવી. પછી તે પલાખું ભણતાં લખતાં આવડ્યું એવી ખાત્રી થાય, એટલે શિક્ષકે પાડાની શરૂઆત કરી તે એક પલાખું પોતે પાટીયાપર લખી રાખવું.

પછી છોકરાં પાસે બીજું દુ કઢાવવું, ને પછી પૂછવું કે હવે કેટલાં દુ થયાં? બે. તમે ગણી બતાવો? આ એક દુ ને આ બીજું દુ. બે દુ એટલે કેટલા થાય? ૪. પાટીઆપર બે લખો? દુ લખો? ચાર લખો? એ ત્રણે પ્રશ્નોવડે તે પલાખું લખાવવું અને ભણાવવું. પાકું થયા બાદ પોતે કરેલી નોંધમાં ઉમેરવું.

પછી બંને પલાખાં સામટાં ભણાવવાં. એ પ્રમાણે ત્રીજું તૈયાર કરાવી ત્રણે અને ચોથું તૈયાર કરાવીને ચારે ભણાવવાં. એ પ્રમાણે આખો પાડો તૈયાર કરવો. પછી તેમને કહેવું કે કોઇ સંખ્યાને બમણા કરવા હોય ત્યારે દુનો પાડો ખપમાં લેવાય છે. પછી તેનાં સહેલાં લેખાં લખોટાયંત્રના વખતમાં પૂછવાં. જેમ ૫ માણસના પગ કેટલા? ૩ માણસના હાથ કેટલા? ૧૦ માણસની આંખો કેટલી? એક પૈસાની બે કેરી તો ૭ પૈસાની કેટલી?

એજ પ્રમાણે તરી, ચોક, ઇત્યાદિ દાનના પાડા સૂધી શીખવવું.

અગીઆરનો પાડો:—લખોટાયંત્રમાંથી ૧૧ લખોટા જૂદા કઢાવીને પૂછવું કે આ કેટલા છે? ૧૧. એ કેટલી હારમાં છે? એક. અગીઆરને

૧ વાર લઇએ તો કેટલા થાય ? ૧૧. એકને પાડામાં શું કહેછે ? એકું. અગીઆર એકું...અગીઆર. તમે અગીઆર લખો ? એકું લખો ? અગીઆર લખો ? આ ત્રણે વાંચો ? અગીઆર એકું અગીઆર. પલાખું પાકું કરાવ્યા બાદ શિક્ષકે પાડાની શરૂઆત કરીને એક પલાખું પાટીયામાં લખી રાખવું.

તમે બીજી હારમાં ૧૧ કાઢો ? હવે કેટલી હારો થઇ ? બે. તમે ગણી બતાવો ? આ એક, ને આ બીજી. બે હારમાં મળી કેટલા થાય ? ૨૨. અગીઆર બે વાર લઇએ તો કેટલા થાય ? ૨૨. બેને પાડામાં શું કહેછે ? દુ. તો અગીઆર દુ...બાવીશ. તમે ૧૧ લખો ? તમે દુ લખો ? તમે બાવીશ લખો? ત્રણે પ્રશ્નો વડે તે પલાખું લખાવવું, અને ભણાવવું. પાકું થયા બાદ પોતે કરેલી નોંધમાં ઉમેરવું.

પછી બંને પલાખાં સામટાં ભણાવવાં. આ પ્રમાણે આખો પાડો પૂરો કરવો. પછી તેમને કહેવું કે અગીઆરને અમુક ગણા કરવા હોય તો આ પાડો કામ લાગેછે, તેનાં સહેલાં લેખાં લખોટાયંત્રના વખતમાં પૂછવાં. જેમ ૧ પૈસાનાં ૧૧ બોર, તો ૫ પૈસાનાં કેટલાં ? ઇત્યાદિ.

આ પ્રમાણે બારથી ચાળીશા સુધી પાડા શીખવાય. તેરના પાડાથી લખોટાયંત્રનો ઉપયોગ થઈ શકશે નહિ; પણ તેને બદલે કાંકરા, બદામો, ઠળીઆ, કચુકા વગેરેનો ઉપયોગ કરી શકાય.

ટીકા:—આંક એ મોંએ ગુણાકાર ઝટ કહી શકાય તેને માટે કરી રાખેલા કોઠા છે, એ ઉપરની રીતે શીખવવાથી છોકરાંના સમજવામાં સાફ આવશે. એ પાડાઓમાં ગુણકનો આંકડો બીજો છે, ને તેનું નામ એકું, દુ, તરીચોક, પંચું, ઇ૦ પાડેલાં છે. દશના પાડા સુધીમાં ગુણક એકનોએક રહે છે, અગીઆરના પાડાથી ગુણક બદલાય છે. આજ કારણથી અમે નમુના દાખલ દુના પાડા પછી અગીઆરના પાડાની નોટ પણ આપીછે. શરૂઆતમાં શિક્ષક તેમજ છોકરાંને શીખવવામાં સુગમ પડે માટે અમે નમુના દાખલ આપેલા પાઠોમાં બનતા સુધી પ્રશ્નકળા એકને એકજ રાખેલી છે. પણ જેમ આપણને એકનોએક ખોરાક હમેશાં ભાવતો નથી તેમ છોકરાંને જ્યારે એકનેએક જાતના પ્રશ્નમાં રસ ન લાગે, એમ થતું દેખાય એટલે નવી નવી તરેહના સવાલો બદલવા.

સૂચના:—આંકના પાડા સારા મોંઢે હોય તો દાખલા ઝટ ગણી શકાયછે, લેખાં ઉતાવળે થઇ શકેછે. માટે હમેશાં પાછલા પાડા લખાવવાનો, તથા તેનો મોંપાઠ લેવરાવવાનો વખત રાખવો. નવો પાડો આપતાં પહેલાં જૂના પાડાનો સવળો તથા અવળો મોંપાઠ લેવરાવવો. પાઠ લેવરાવવામાં નીચેનો નિયમ યાદ રાખવો, કે જેથી પાડા ખરા લખી શકે. મંદર છક નેઉ, નવડે

મીંડે નેઉ. આમ હમેશાં લેવરાવવેા. પરીક્ષા વખતે પણ આ રીત લાભકારક થઇ પડેછે. પલાખાંના ફક્ત જવાબજ સ્લેટમાં લખવાની ટેવ પણ પડાવવી.

આંક શીખવવામાં ઘણી નિશાળોમાં એક મોટી ખાગી જોવામાં આવેછે, કે સઘળાં છોકરાં જૂદા જૂદા પાડા શીખતાં હોય છે. આથી શિક્ષક ૧ કલાકમાં બધાંને નવેા પાડો નવી પદ્ધતિએ ભણાવીજ કેમ શકે ? આથી જૂની પદ્ધતિએ પાડા શીખવ્યા જાય છે. ધોરણ બહારના વર્ગમાં તેા બધાં છોકરાંનેા સરખેા અભ્યાસ ન રહી શકે, કેમકે નિશાળમાં દાખલ અમુક વખતેજ કરાતાં નથી. પણ બાળવર્ગ, પહેલા, બીજા, ત્રીજા ધોરણમાં તેા સર્વને સાથેજ રાખવાં, કે જેથી નવી પદ્ધતિએ સારી રીતે પાડા શીખવી શકાય. ધોરણ બહાર પણ ટૂકડીઓ જેમ બને તેમ થેાડી કરવી.

સંખ્યા.

૧. એકમ શીખવવા વિષે:—છોકરાં પાસે અનુક્રમે ૧ થી ૧૦ સુધી લખાવી જવું, પછી પૂછવું કે, ૧૦ લખવામાં કેટલા આંકડા જોઇએ છીએ ? જ. **ના.** ૧૦માં પહેલેા કયેા આંકડો લખીએ છીએ ? જ. **એકડો.** પછી ? **મીંડું**. ત્યારે કેટલા આંકડા થયા ? **બે**. કયા કયા ? **એકડો ને મીંડું.** ઠીક ત્યારે દશ લખવામાં બે આંકડા જોઇએછીએ, પણ નવ લખવામાં... એક, આઠમાં—એક, ૭માં—એક, પાંચમાં—એક, એકમાં—એક. એકથી કયાં સૂધી એક આંકડે લખાય છે? **નવ સૂધી.**

એકથી નવ સૂધી એક આંકડે લખાય છે. એ વાત પાકી કરાવ્યા પછી કહેવું કે આપણને એ વાત યાદ રહે માટે એક આંકડે લખાય તેને ટૂંકામાં ઓળખવાને માટે એક અથવા એકમ કહે છે. લાંબું બોલવું હોય તેા કેમ બોલાય ? એક આંકડે લખાય તેવી. કયાં સૂધી એક આંકડે લખાય છે ? નવ સૂધી. પછી સર્વોક્ત જવાબ લેતાં જવું ને પાટીયામાં લખતાં જવું કે **એક આંકડે લખાય તેને એકમ કહે** છે. દશ એકમ કહેવાય ? ના. કેમ ? તે બે આંકડે લખાય છે.

૨. દશક શીખવવા વિષે:—લખેાટાયંત્રમાંથી એક હારમાં ૧૦ લખેાટા કાઢી પૂછીએ કે આમાં કેટલા લખેાટા છે ? ૧૦. દશને દશક પણ કહે છે. શું કહેછે ? દશક. શાને દશક કહેછે ? દશને. આ લખેાટા કેટલા દશક છે ? એક. તમે પાટીયામાં દશ લખેા ? તમે દશકની બીજી હાર કાઢો ? હવે કેટલા દશક થયા? બે. તમે બે દશક બતાવેા ? આ એક દશકને આ બીજા દશક. બે દશક એટલે કેટલા ? ૨૦. શાથી કહ્યું ? ગણીને. મોંએથી કહેવું હોય ત્તો કયાં પાડાનેા પાઠ લેશેા ? દાનના પાડાનેા. બે દશક એટલે કેટલા? ૨૦. તમે ૨૦ લખેા ? ૨૦માં કેટલા દશક છે? ૨. એ પ્રમાણે અનુક્રમે દશ-

કની ૯ હાર સૂધી કઢાવતાં જવું, ને પાટીયામાં ૩૦, ૪૦, એમ ૯૦ સૂધી લખતાં જવું. હવે ફરીથી પૂછવું કે ૧૦,૨૦, ૩૦, ૪૦, ૫૦, ૬૦, ૭૦, ૮૦, ૯૦માં કેટલા દશક છે? ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૭, ૮, ૯. આ દશક જાણવા માટે આપણે કયો આંકડો કામ લાગે છે? બીજો. કઇ બાજુનો? ડાબી બાજુનો. બધાં સાથે બોલો—**એ અંકમાં ડાબી બાજુનો બીજો આંકડો દશકનો છે.** (પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). ૧૦, ૨૦, ૩૦, ૪૦. માં દશકના ૧, ૨, ૩માં જમણી બાજુએ શું મૂકીએ છીએ? મીડું. શા માટે? ૧૦, ૨૦, ૩૦ નું. ના. આપણે હમણાં શીખ્યાં કે દશકનો તો ૧, ૨, ૩ છે. ત્યારે હવે કહી શકશો કે એ મીડું શેનું છે? ના. પહેલી હારના ૧૦ લખોટામાં ૨ નાંખીએ તો કેટલા થાય? ૧૨. તમે ૧૨ લખો? ૧૨. એમાં ડાબી બાજુનો ૧ એ શું છે? દશક. એકલો એકડો લખીએ તો તે દશક કહેવાય? ના. શું કહેવાય? એકમ. શામાટે? એક આંકડે લખાય તેને તો એકમ કહે છે. ઠીક. ૧૨માં ૧ ઉપર બગડો છે તે શું છે? એકમ. ત્યારે ૧૦માં ૧ ઉપર ૦ છે તે શેને માટે છે? એકમને માટે. એકમને માટે મીડું કેમ મૂકયું હશે? તેમાં એકમને ઠામે કાંઇ નથી માટે. ૧૫ માં ૫ ને શું કહીએ? એકમ. એકડાને? દશક. કેમ? તેની કિંમત ૧૦ છે. એકડો એકલો લખીએ તો શું કહેવાય? એકમ ૧૫ એટલે કેટલા? દશમાં કેટલા નાંખીએ તો ૧૫ થાય? પાંચ. માટે ૧૫ એટલે ૧૦ ને ૫. ૩૨, ૮૦, ૭૫, ૨૮, ૩૭, ૪૫, ૪૦માં એકમ ને દશક કેટલા છે તે પૂછી પૂછી ખાત્રી કરવી. આ વિષયપર કેટલાક દિવસ સૂધી પાઠ ચલાવવો. છેવટે તેમની પાસે કઢાવવું કે બે આંકડે આપણે કયાંથી લખવું શરૂ કરીએ છીએ? ૧૦ થી. કયાં સૂધી બે આંકડે લખી શકીએ છીએ? ૯૯ સૂધી. એમાં પહેલો આંકડો શેનો છે? એકમનો. કઇ બાજુનો? જમણી બાજુનો. પછી આ વ્યાખ્યા પાટીયાપર લખીને પાકી કરાવવી કે **જમણા હાથ ભણીના પહેલા આંકડાને એકમ કહેછે.**

૩. શતક શીખવવા વિષે:—એક આંકડે કયાં સૂધી લખી શકીએ? ૯ સૂધી. બે આંકડે? ૯૯ સૂધી. આ બધી સંખ્યા કહેવાય. શું કહેવાય? સંખ્યા. ૯૯માં ૧ નાંખીએ તો કેટલી સંખ્યા થાય? ૧૦૦. એમાં કેટલા દશક છે? ૧૦. (ના આવડે તો લખોટાયંત્રવડે કઢાવવું). કેટલે દશકે ૧૦૦ થાય? ૧૦ દશકે. ૧૦૦માં એકમને ઠામે શું છે? શુન્ય. એકમનું શુન્ય કયાં મૂકીએ છીએ? જમણા હાથ તરફ. ડાબા હાથ તરફ બીજો અંક શેનો હોયછે? દશકનો. ૧૦૦માં દશકને ઠામે શું છે? શુન્ય. એકડો શેને ઠામેછે? સોને. કેટલા સો છે? એક. સંખ્યા લખવામાં સોનો અંક કેટલામો હોયછે? ત્રીજો. કઇ બાજુએ? **ડાબી બાજુએ.** બધાં સાથે બોલો—**સંખ્યા લખ-**

વામાં એકમથી ડાબી તરફ ત્રીજો આંકડો સોનો હોય છે. (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). ૧૦૪ લખો. એમાં ૪ શું છે? મીડું શેને ઠામે છે ? એકડો શેની બરાબરછે? ૪૨૮ લખો? એમાં ૮ શું છે ! ૨ શું છે? ૪ શું છે? આ એક, દશ, સો એમ બોલાય છે. ૭૩૫ આ શું લખ્યું ! એ-માંથી એકમ દેખાડો ? દશક દેખાડો ? સો દેખાડો? કેટલા છે? કેમ બોલાય? ઇ.

૪. આ પ્રમાણે ૯૯૯ સુધીની સંખ્યાઓ લખતાં ને વાંચતાં આવડે, તેને માટે ઘણા દાખલા લખાવવા. પછી ઉપર મુજબ ૧૦ સોએ ૧૦૦૦, ૧૦ હજારે ૧૦૦૦૦, ૧૦ દશહજારે અથવા ૧૦૦ હજારે ૧૦૦૦૦૦, ૧૦ લાખે ૧૦૦૦૦૦૦, ઇ૦. એ પ્રમાણે આગળ ચલાવવું.

૫. ઉપર પ્રમાણે સંખ્યા શીખવતી વખતે શરૂઆતમાં છોકરાં સંખ્યા માંડવામાં ભૂલ ન કરે, માટે કોઠા પડાવી તેને મથાળે નામ લખાવી જે પ્રમાણે સંખ્યા બોલે તે પ્રમાણે તેના કોઠામાં આંકડો માંડવા ફરમાવવો, ને જે અંક ન બોલાય તેના ખાનામાં શુન્ય મૂકવા ફરમાવવું. વળી જેમ જેમ સંખ્યાનાં અંક-સ્થાન વધતાં જાય તેમ તેમ અનુક્રમે ગોખાવતાં રહેવું. તેનો અવળો પાઠ પણ લેવરાવતાં રહેવું, જેથી ઊતરતો અંક કયો આવે તે ઝટ તેમને માલૂમ પડશે. હજાર, લાખ, કરોડના, બબે અંક છે, માટે તેમનો એક અંક બોલવામાં આવે, તો દશ હજાર, દશ લાખ, કે દશ કરોડના ખાનામાં મીડું મૂકવું. આ કલમમાં જણાવેલી બધી વાત સૂચક પદ્ધતિએ છોકરાં પાસેથી કઢાવવી જોઇએ. મહા-વરો પડયા પછી વગર કોઠે સંખ્યા લખાવવી.

મોંએ વત્તા ઓછા કરતાં શીખવવા વિષે.

ઉપર બતાવેલી નવી પદ્ધતિએ જો સઘળી નિશાળોમાં આંક શીખવવામાં આવતા હોયતો અમારે આ વિષય લખવાની જરૂર રહેત નહિ. કેમકે આંકની સાથે આ વિષય એટલો ખેડાઇ રહેત કે છોકરાંને સરવાળા બાદબાકી શીખવવાને કાંઇ મુસ્કેલ પડત નહિ. પણ ઉલટું જૂની પદ્ધતિએ આંક શીખવે, સંખ્યામાં અંકના અર્થનું જ્ઞાન કરાવે નહિ, અને અધૂરામાં પૂરૂં વત્તા ઓછા કરવાનું જ્ઞાન આપ્યા વગર એકદમ સરવાળા બાદબાકી શરૂ કરે છે. તેથી છોકરાંને આ વિષય મહા મુસ્કેલ થઇ પડે છે. શિક્ષક પણ કંટાળી જાય છે કે હું આટલી આટલી મહેનત કરૂંછું તોપણ છોકરાં સમજતાં નથી. અમારા જોવામાં એવા પણ વિદ્યાર્થીઓ આવેલા છે કે જે છેક ઉપલા ધોરણમાં આવેલા, ત્યાંસુધી છેક નાના સરવાળા બાદબાકીમાં પણ આંગળીના વેઢાનો ઉપયોગ કરતા હતા. કેવી શરમની વાત ! માટે હરેક શિક્ષકે સરવાળા બાદબાકી શરૂ કરતાં પહેલાં આ વિષય પાકો કરાવી જવો, તે કરવામાં નીચેની બાબતોપર ધ્યાન આપવું.

૧. સવાલ જવાબમાં લખોટાયંત્રનો ઉપયોગ કરી કરાવી તેમના મનની ખાત્રી કરવી.

૨. વત્તા, ઓછા, સાદી તેમજ વિશેષ સંખ્યાના કરાવવા. બલકે વિશેષ સંખ્યાના પ્રથમ પૂછવા. જેમ ૪ પૈસા+૫પૈસા=શું ? આવી રીતનો ઉપયોગ કર્યાથી વ્યવહારિક દાખલામાં તેગની શકિત વિશેષ ખીલશે.

૩. પ્રથમ એકમમાં એકમ ભેળવતાં શીખવવું. તે એવી રીતે કે ૧થી અનુક્રમે ૯ સૂધીમાં ૧ ભેળવાવવો, પછી ૨, પછી ૩, એમ ૯માં ૯ ભેળવતાં સૂધી શીખવવું. એ શીખવવામાં નીચેના બે નિયમોનો ઉપયોગ કરવો.

અ. ૨+૨, ૩+૩, ૪+૪, ઇ૦માં દુના પાડાનો ઉપયોગ કરાવવો.

બ. બે સંખ્યાના સરવાળામાં પહેલીમાં બીજી સંખ્યાજ ઉમેરવી એવો કાંઇ મેળ નથી, પણ મોટીમાં નાની ઉમેરવાની ટેવ પાડવી. આથી કિંમતમાં કાંઈ ફેર પડતો નથી, તેની ખાત્રી લખોટાયંત્ર વડે કરાવવી. જેમ ૨માં ૯ ઉમેરવા હોય તો ૯માં ૨ ઉમેરવા, કે જેથી ગણવાને સુગમ પડે.

૪. એકમમાંથી એકમ બાદ કરતાં શીખવવું. તે એવી રીતે કે ૧થી અનુક્રમે ૯ સૂધીમાંથી ૧ બાદ કરાવવો, પછી ૨થી અનુક્રમે ૯ સૂધીમાંથી ૨, ૩થી ૯ સૂધીમાંથી ૩ બાદ કરાવવા, ઇત્યાદિ. ૧ માંથી બે જાય તો એક ખૂટે તે શરૂઆતમાં શીખવવાની જરૂર નથી, ઉદાહરણ. ૫ લખોટામાંથી ૨ લખોટા કાઢી લઉં તો બાકી કેટલા રહે ? જ. ૩ લખોટા. એ લખોટાયંત્ર વડે કઢાવવું. વળી પૂછવું કે ૨ લખોટામાં કેટલા લખોટા નાંખીએ તો ૫ લખોટા થાય ? જ. ૩. ત્યારે ૫માંથી ૨ કાઢવા હોય તો મોંએ ગણવાનું સહેલું કેમ પડે ? ૨માં કેટલા નાંખીએ તો ૫ થાય, એમ ગણવું. આવી રીતે બાદબાકીમાં કરતાં શીખવવું.

ટીકાઃ—ઉપરથી ૩જી તથા ૪થી રીત પાકી આવડે આડા અવળા સવાલથી વગર નિયમે વત્તા ઓછા એકમની સંખ્યાના કરાવવા.

૫. બે અંકના સરવાળા નીચે મુજબ મોંએ ગણાવવા.

અ. પહેલી સંખ્યામાં બીજી સંખ્યાનો એકમ પ્રથમ ભેળવાવવો. જો સુગમ પડે, તો પહેલી સંખ્યાના એકમમાં દશક પૂરો કરવા જોઇએ, તેટલા એકમ પ્રથમ ભેળવાવી પછી બાકીના એકમ ભેળવાવવા. આમ બે કડકે એકમ ભેળવાવી જે સંખ્યા થાય, તેમાં બીજી સંખ્યાના બાકીના દશક ભેળવાવવા. જેમ ૭૫ + ૨૪=૭૫+ ૪=૭૯.+ ૨ દશક=૯૯. ૫૭ + ૪૯=૫૭ + ૩=૬૦.+ ૬= ૬૬. + ૪ દશક=૧૦૬.

બ. ૨૮ + ૨૯=૨૮ × ૨ + ૧=૫૭.

ક. ૭૫ + ૫૨=૭૫ + ૫૦ + ૨=૧૨૭.

ડ. ૫૦ + ૯૯=૫૦ + ૧૦૦−૧=૧૪૯.

આવી રીતે જેમ જેમ મહાવરો પડશે, તેમ તેમ અનેક યુકિતઓ

માલૂમ પડશે. પરંતુ આરંભમાં **આ** રીત ઠીક પડશે. જેમ જેમ બાળકો ઉપલા ધોરણમાં ચડતાં જાય, તેમ તેમ શિક્ષકે નવી નવી યુક્તિઓ બતાવવી.

૬. **બે અંકની મોંએ બાદબાકી કરવાની રીત:—**પ્રથમ મોટી રકમમાંથી નાની રકમનો એકમ બાદ કરાવવો, બાકી રહે તેમાંથી દશક કાઢી નંખાવવો. ૬૭-૪૨=૬૭-૨=૬૫.-૪ દશક=૨૫. જો મોટી રકમમાંથી નાની રકમનો એકમ ઝટ બાદ જઇ શકે તેમ ન હોય, તો બે કટકે બાદ કરાવવો. જેમ ૬૭-૪૯=૬૭-૭=૬૦.-૨=૫૮.-૪ દશક=૧૮ જવાબ.

સરવાળા.

૧. **વ્યાખ્યા:—**આ હારમાં કેટલા લખોટા છે? પં. (પાટીયામાં લખી લેવું કે ૫). બીજી હારમાં...૪. (પાટીયામાં ૫ નીચે લખવું કે ૪). પછી પૂછવું કે ૫માં ૪ નાંખીએ તો કેટલા થાય? ૯. (પાટીયામાં ૪ નીચે લીટી દોરી ૯ લખવા). પછી એક હારમાં ૪, બીજીમાં ૩, ત્રીજીમાં ૬ રાખીને પૂછવું કે હવે કેટલા થયા, તે ગણીને કહો? ૧૩. (ઉપર મુજબ પાટીયામાં નોંધતાં જવું). પૈસાની કોથળીઓ બતાવીને પૂછવું કે આમાં કેટલા પૈસા છે? ૪, બીજીમાં...૨, ત્રીજીમાં...૫, ચોથીમાં...૮. બધા મળીને કેટલા થયા? ૧૯. (પાટીયામાં ઉપર મુજબ નોંધતાં જવું). પહેલો જવાબ બતાવીને આ નવ શી રીતે આવ્યા? ૫માં ૪ ઉમેરવાથી. કેટલી રકમો એકઠી કરવાથી? ૨. ૧૩...૩ રકમો એકઠી કરવાથી, ને ૧૯...૪ રકમો એકઠી કરવાથી. ત્રણે જવાબ બતાવીને આ મારા બોલવામાં આવતા હતા? ના. ત્યારે એ ક્યાંથી આવ્યા? કહેલી રકમોને ભેગી કરવાથી. હવે આપણે જવાબનું કાંઇ નામ પાડીએ. સાંભળો બે કે વધારે રકમો એકઠી કરવાથી નવી રકમ આવે તેને સરવાળો કહેછે. શું કહેછે? શાને કહેછે? શાથી આવે છે? તેમ એ કરવાનું કામ તેને પણ સરવાળો કહેછે. બોલો ત્યારે સરવાળો શાને કહેછે? **બે કે વધારે રકમો એકઠા કરવાથી નવી રકમ આવે તેને, તથા તે કરવાની રીતને સરવાળો કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી ને પાકી કરાવવા નીચે મુજબ મનોયત્ન લેવાં).

૨. **મનોયત્ન:—**૫ લખોટા, ૭ લખોટા, ૮ લખોટા, અને ૬ લખોટાનો સરવાળો કરો? જવાબ ૨૬ લખોટા. દાખલો પાટીયામાં લખી પૂછવું કે મેં તમને કેટલી રકમો લખાવી છે? ચાર. તેનો તમે શું કરી લાવ્યાં? સરવાળો. કેટલો સરવાળો આવ્યો? ૨૬. શી રીતે આવ્યો તે ગણાવો? ૫ને૭ બાર, ૧૨ ને ૮ વીશ, ને ૨૦ ને ૬ છવીશ. એ તમે ગણોછો એ પણ શું કહેવાય? સરવાળો. આવી રીતે ઘણા સરવાળા એક અંકની રકમના કરાવવા, **અને તેમાં રકમો કઇ, ને સરવાળો કયો, તે તેમની પાસે કઢાવી વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી.**

૩. **વત્તાનું ચિન્હ:**—૫ લખોટા ને ૭ લખોટાનો સરવાળો કરો ? ૫ પૈસા, ૮ પૈસા, ને ૭ પૈસાનો સરવાળો કરો ? આટલું બધું લાંબું બોલવાને બદલે એક નિશાની વપરાય છે, તે બધાં ધ્યાન રાખો, હું કાઢું છું. એમ કહીને + **આ પ્રમાણે એક ઊભીં ને આડીલીટી કરી હોય તેને વત્તાનું ચિન્હ** કહે છે. જેની પહેલાં એ ચિન્હ મૂકયું હોય, તે સંખ્યા બીજી કોઇ સંખ્યામાં ઉમેરવાની છે; એમ સમજવું. જેમ ૫ લખોટા+૭ લખોટા. અહીં ૭ લખોટા એ ૫ લખોટામાં ઉમેરવાના છે, એમ સમજવાનું છે. બીજાં ઘણાં ઉદાહરણ લઇને આ વાત મનમાં પાકી ઠસાવવી.

૪. **સરવાળો કેવી રકમોનો થાય તે વિષે:**—૪ લખોટા + ૫ લખોટા=*શું ? નવ. નવ શું થાય ? લખોટા. ૫ સ્લેટ+૬ સ્લેટ=શું ? ૧૧ સ્લેટો. ૩ ચોપડી+૫ ચોપડી=શું? ૮ ચોપડી. ૪ માણસ+૫ માણસ =શું ? ૯ માણસ. ઠીક. ૪ ચોપડી+૨ સ્લેટ=શું? ૬. ૭ ચોપડી થાય ? ના. ૬ સ્લેટ થાય ? ના. એતો ૪ ચોપડી ને ૨ સ્લેટ એમની એમ રહી. તેમ કાગળ ને પેનનો સરવાળો થાય ? ના. કલમ ને ચોપડીનો સરવાળો થાય ? ના. કેવી રકમોનો સરવાળો થાય ? એક જાત હોય તો થાય. કેવી રકમનો ના થાય ? જૂદી જૂદી જાતની રકમોનો ના થાય. બધાં સાથે બોલો—**એક જાતની રકમોનો સરવાળો થાય છે, પણ જૂદી જૂદી જાતની રકમોનો થતો નથી.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી ને પાકી કરાવવી). બધા દાખલા પ્રદર્શન કરાવીને પૂછવા.

૫. **કેવા અંકોનો સરવાળો થાય તે વિષે:**—લખોટાયંત્રમાંથી એક હારમાં ૧૨, ને બીજી હારમાં ૪ લખોટા કાઢી પૂછીએ; કે આ બે હારના લખોટા કેટલા ? ૧૬. પછી પાટીયાપર ૧૨+૪ લખીને આ ૪ શેમાં ઉમેરવા? જો જવાબ ખરો નીકળે તો કારણ પૂછી પાકો કરાવવો, નહિતો પૂછીએ ૧૨ માં ૧ શું છે? દશક. ૨ શું છે? એકમ. અને ૪ શું છે? એકમ. માટે ૪ શેમાં ભળે? સરવાળો કેવી રકમોનો થાય ? એક જાતનીનો. ત્યારે અહીં કયા કયા અંકો એક જાતના છે? ૪ ને ૨. બંને શું છે? એકમ. તેનો સરવાળો કેટલો? ૬. દશક કેટલા છે? ૧. માટે જવાબ કેટલો આવ્યો ? ૧૬. જો ૪ને ૧ માં ભેળવીએ તો કેટલા થાય? ૫. ને ઉપર ૨ આવે તો કેટલા થાય ? ૫૨. માટે એ જવાબ ખરો કહેવાય ? ના. કેમ ? જવાબ તો ૧૬ આવવો જોઇએ. બોલો ત્યારે સરવાળામાં એકમમાં શું ભળે? એકમ, દશકમાં...દશક, સોમાં...સો, હજારમાં...હજાર, ઇત્યાદિ. બધાં સાથે બોલો—**સરવાળામાં એકમમાં**

---

* બરાબરનું ચિન્હ. તે જે બે સંખ્યા વચ્ચે મૂકયું હોય તે બંને સરખી છે એમ સમજવું.

એકમ, દશકમાં દશક, સોમાં સો, ને હજારમાં હજાર ભળે; અને આગળ પણ એમજ થાય.

૬. રકમો માંડતાં શીખવવા વિષે:—૧૨ લખોટા+૧૩ લખોટા +૧૧ લખોટાનો સરવાળો કરાવો? બારમાં એકમ કેટલા છે? ૨. ૧૩...૩' ૧૧માં...૧. માટે કુલ ગણીકાઢો—કેટલા થાય? ૬ એકમ. હવે દશક ગણાવો? ૧૨માં...૧, ૧૩માં...૧, ને ૧૧માં...૧. માટે કુલ ૩ થયા. તે ૬ એકમની પાછળ મૂકતાં ૩૬ થયા. ફરીથી. ૧૧૨+૧૦૩+૧૧૪નો સરવાળો કરાવો. એમાંના એકમ ગણી કાઢો? ૯. દશક ગણાવો—પહેલી રકમમાં કેટલા? ૧. બીજીમાં...નથી. ત્રીજીમાં...૧. માટે કુલ...૨. તે ૯. એકમ પાછળ મૂકયા. હવે સો ગણીકાઢો? ૩. ૨ દશક પાછળ મૂકયા. ત્યારે સરવાળો શું થયો? ૩૨૯. આવા બે ત્રણ દાખલા લેવા, પણ તેમાં ધ્યાનમાં રાખવું કે **વધ્યા** ન આવે.

આ પ્રમાણે ગણવામાં દરેક રકમના એકમ, દશક, ને સો શોધવાને મહેનત ઘણી પડેછે, વખત જાયછે, ને વખતે ભૂલ થવાનો પણ સંભવ ખરો. માટે આવા દાખલાની તમામ રકમો એક નીચે એક લખીએ તો સારૂં. જેમકે, ૪૨૧+૨૧૧+૩૧૫ એને બદલે—

૪૨૧	આમ લખવાથી એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક, સો નીચે
૨૧૧	સો આવી રહેછે. પણ જવાબ ભેગો ભળી ન જાય, માટે લીટી
૩૧૫	દોરી જવાબ નીચે મૂકવો. ને બધાનો સરવાળો તેમની પાસે
૯૪૭	કરાવી ૯૪૭ આવ્યા, તે મૂકી બતાવવા.

ત્યારે સરવાળો કરવાની રકમો કેવી રીતે માંડવી? **એક નીચે એક.** તેમાં અંકો કેમ ગોઠવવા? **એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક, ઇ૦.** પછી જવાબ જૂદો જાણવા શું કરવું? **આડી લીટી દોરવી.**

૭. વધ્યા નીકળે એવા સરવાળા:—એક કોથળીમાં ૧૩૬, બીજીમાં ૭૪, ને ત્રીજીમાં ૮૩ કોડીઓછે; તો બધી મળીને કેટલી?

૧૩૬+૭૪+૮૩ આમ રકમો જૂદી કઢાવી પછી પૂછવું કે હવે એ બધી રકમો કેમ માંડવી? એક નીચે એક.

૧૩૬	પ્રથમ ૧૩૬ લખીને ૭૪ કયાં લખવા? સાતડો કયાં માંડવો?
૭૪	એક નીચે? ના. તે તો શતકછે. ત્યારે કયાં? ૩ નીચે. ચોગડો?
૮૩	૬ નીચે. તે બંને શુંછે? એકમ. તેમજ ૮૩ કેમ માંડવા તે
૨૯૩	પૂછીને કઢાવવું.

હવે એકમ બધા ભેગા કરો, કેટલા થાય? ૧૩. તેર શું છે? એકમ. તેમાં દશક કેટલાછે? એક. ને એકમ બાકી કેટલા રહે? ૩. એકમ નીચે શું લખાય? એકમ. માટે ૧૩માંના ૩ એકમને એકમ નીચે મૂકયા, તો બાકી શું વધ્યું? એક દશક. એ એક દશક વધ્યો માટે તેને **વધ્યા** કહેછે. શું કહેછે? **વધ્યા.**

શામાટે? વધ્યા તેથી. એકગનો સરવાળો ૯ કરતાં વધારે આવશે, તો હવે શું કરશો? તેમાંથી દશક જૂદા કાઢી એકમ વધશે, તે એકમ નીચે માંડીશું. દશક નીકળે તેને શું કહેછે ? વધ્યા. વધ્યાની જોડણી કરો? ૧૩ એકમમાંથી કેટલા વધ્યા નીકળ્યા ? એક. કેમ ? એક દશક છે માટે. તેને દશકના અંકમાં ભેળવવા. કેટલો સરવાળો થયો? ૧૯. શું આવ્યા? દશક. તેમાંથી કેટલા સો નીકળશે ? એક. બાકી ? ૯દશક. તેને કયાં મૂકવા ? દશક નીચે. મૂકયા. હવે વધ્યાનો ૧સો શેમાં ભેળવવો? સોમાં. કેટલા થયા? ૨. તે સોના અંક નીચે મૂકયા. કેટલો સરવાળો આવ્યો ? ૨૯૩. હમેશાં જવાબ આવે તે વંચાવવાની ટેવ પાડવી, આથી સંખ્યાવાંચન સારૂં થશે.

આ પ્રમાણે સરવાળાનાં પેટાં પૂરાં કરતાં વચ્ચે વચ્ચે આગળ શીખી ગયેલાં પેટાંના પ્રશ્નો પૂછવા, ને બધી હકીકત યાદ રખાવવી. આ એક દાખલો બસ નથી, પણ પાછા તેવા બે ચાર દાખલા લખાવવા, ને છેવટ આખી રીત તેમની પાસેથી કઢાવવી. જેમ ૨૧૫૬ + ૩૪૫૮ + ૧૪૪ એનો સરવાળો કરવો છે તો પ્રથમ શું કરવું? પહેલો સરવાળો શાનો લેવો ? એમાંથી શું નીકળે તો કાઢવું ? વધ્યા શેમાં ભેળવવા ? છેલ્લા વધ્યાનું શું કરવું ? આ પ્રશ્નોવડે નીચેની રીત કઢાવી પાકી કરાવવી.

૮. રીતઃ—બધી રકમો ઊભી હારમાં એકમ નીચે એકમ, ને દશક નીચે દશક એમ ગોઠવવી. પછી આડીલીટી દોરી સરવાળો લેવો, પહેલાં એકમનો સરવાળો લેવો, જો તેમાંથી દશક નીકળે તો કાઢી દશકમાં ઉમેરવા. તે વધ્યા કહેવાય. એ પ્રમાણે બીજામાંથી પણ વધ્યા નીકળે. વધ્યાનો છેલ્લો આંકડો રહે તો તે તેમને તેમ મૂકી દેવો.

☞ ઘણી નિશાળોમાં છોકરાંને ફકત સાદી સંખ્યાના સરવાળા ચલાવેછે, વિશેષ સંખ્યાના વ્યવહારીક દાખલા ચલાવતા નથી. તેથી તેમને ઉપલાં ધોરણમાં મુશ્કેલી ઘણી નડેછે. માટે ઉપર બતાવેલી રીતે એકેક પેટું પાકું આવડે ત્યારે બીજું ચલાવવું. "શિક્ષકે શીખવવાના વિષયોનો પોતાના જ્ઞાન જોડે નહિ, પણ વિદ્યાર્થીના જ્ઞાન જોડે મુકાબલો કરવો."

બાદબાકી.

૧. વ્યાખ્યાઃ—આ હારમાં કેટલા લખોટા છે? ૫. (પાટીયામાં લખી લેવું કે ૫). બીજી હારમાં...૩. (પાટીયામાં ૫ નીચે લખવું કે ૩). પછી પૂછવું કે ૫ માંથી૩ લઇ લઊં તો કેટલા રહે ? ૨. (પાટીયામાં નીચે લીટી દોરી ૨ લખવા). નવ કોડીમાંથી ૩ રૂક્ષ્મણીને આપું તો કેટલી બાકી રહે ? ૬. ૮ રૂપિઆમાંથી ૩ રૂપિઆ માણેકલાલને આપું તો ? ૫ રૂપિઆ રહે. (રજો ને ૩જો હિસાબ ૧લા હિસાબ પ્રમાણે પાટીઆમાં નોંધવો). પહેલા હિસાબમાં બે લ-

ખોટા મારા બોલવામાં આવ્યા હતા ? ના. ત્યારે ક્યાંથી આવ્યા; ૫ લખોટામાંથી ૩ લખોટા લઈ લીધા ત્યારે. એટલા લખોટા ઉમેર્યા? ના. ઓછા કર્યા. બરાબર. એ પ્રમાણે બીજા બંને દાખલાને માટે પૂછીને કહીએ કે એક સંખ્યામાંથી બીજી સંખ્યા ઓછી કરવાથી જે રહે તેને બાદબાકી કહેછે. શું કહેછે? શાને કહેછે? એ કામ શું ઉમેરવાનું કરીએ છીએ? ના. ઓછા કરવાનું. ઓછા કરવા એટલે બાદ કરવા. ત્યારે એ કામ કરીએ છીએ તે પણ બાદબાકી કહેવાય ત્યારે બાદબાકી એટલે શું ? **એક સંખ્યામાંથી બીજી સંખ્યા ઓછી કરવાથી જે રહે તેને, તથા તે કરવાના કામને બાદબાકી કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી ને પાકી કરાવવા નીચે મુજબ મનોયત્ન લેવાં).

મનોયત્નઃ—૮ લખોટામાંથી ૫ લખોટા બાદ કરો ? ૩ લખોટા. દાખલો પાટીયામાં લખી પૂછવું કે મેં તમને શું લખાવ્યું છે? તેની તમે શું કરી લાવ્યાં? બાદબાકી. કેટલી બાદબાકી આવી ? ૩ લખોટા. શી રીતે આવી તે ગણાવો. ૮ માંથી ૫ જાય એટલે ૫થી ૬, ૭, ને ૮. માટે ૩ બાકી રહે. શાબાશ. એ તમે ગણોછો એ પણ શું કહેવાય ? બાદબાકી. આવી રીતે ઘણા દાખલા એક અંકની રકમના કરાવવા, અને તેમાં કઈ રકમમાંથી કઈ રકમ બાદ કરવીછે તે, તથા બાદબાકી કઈ તે તેમની પાસે કઢાવી વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી.

૩. ઓછાનું ચિન્હઃ—૫ રૂપિઆમાંથી ૩ રૂપિઆ ઓછા કરો ? ૯ લખોટામાંથી ૭ લખોટા ઓછા કરો ? આટલું બધું લાંબું બોલવાને બદલે એક નિશાની વપરાયછે, તે બધાં ધ્યાનમાં રાખો. હું કાઢું છું એમ કહીને—**આ પ્રમાણે આડી લીટી કરી હોય તેને ઓછાનું ચિન્હ કહેછે.** જેની પેહેલાં એ ચિન્હ મૂકયું હોય તે સંખ્યા બીજી કોઇ સંખ્યામાંથી ઓછી કરવાની છે એમ સમજવું. જેમ, ૭ લખોટા–૬ લખોટા. અહીં ૬ લખોટા એ ૭ લખોટામાંથી ઓછા કરવાના છે એમ સમજવાનું છે. બીજાં ઘણાં ઉદાહરણ લઈને આ વાત મનમાં પાકી ઠસાવવી.

૪. બાદબાકી કેવી રકમોની થાય તે વિષેઃ—સાત લખોટા–બે લખોટા=શું ? ૫. ૫ શું આવે? લખોટા. ૬ સ્લેટ–૪ સ્લેટ=શું ? ૨ સ્લેટ. ૭ ચોપડી–૫ ચોપડી=શું ? ૨ ચોપડી. ૭ માણસ–૪ માણસ=શું?. ૩ માણસ. ઠીક. ચાર સ્લેટમાંથી ૧ પેન આપો ? સ્લેટમાંથી પેન શી રીતે અપાય ? શાબાશ. તેમ કાગળમાંથી પેન ઓછી કરાય? ના. પછી સરવાળાની વાત યાદ દેવડાવીને કહીએ કે સરવાળો કેવી રકમોનો થાયછે? એક જાતની રકમોનો. તેમ...**બાદબાકી પણ એક જાતની રકમોની થાયછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). બધા દાખલા પ્રદર્શન કરાવીને પૂછવા.

૫. કેવા અંકોની બાદબાકી થાય તે વિષેઃ—જુઓ આ ત્રણ

હારના મળી કેટલા લખોટા થાય ? ૩૬. તેમાંથી ૨ ગગનને આપું તો કેટલા રહે ? ૩૪. પછી પાટીઆપર ૩૬–૨ લખીને આ ૨ શેમાંથી બાદ કરવા ? જો જવાબ ખરો નીકળે તો કારણ પૂછી પાકો કરાવવો. નહિ તો પૂછીએ કે ૩૬ માં ત્રણ શુંછે ? દશક. ૬ શુંછે ? એકમ. અને ૨ શું છે? એકમ. માટે ૨ શેમાંથી બાદ જાય? બાદબાકી કેવી રકમોની થાય ? એક જાતનીની. ત્યારે અહીં કયા કયા અંકો એક જાતના છે ? ૬ ને ૨. બંને શું છે? એકમ ૬ માંથી ૨ જાય તો કેટલા રહે ? ૪. દશક કેટલાછે ? ૩. માટે જવાબ કેટલો આવ્યો ? ૩૪. જો ૨ ને ૩માંથી બાદ કરીએ તો કેટલા રહે ? ૧. ને ઉપર ૬ આવે તો કેટલા થાય ? ૧૬. માટે એ જવાબ ખરો કહેવાય ? ના. કેમ? જવાબ તો ૩૪ આવવોજ જોઇએ. બોલો ત્યારે બાદબાકીમાં એકમમાંથી શું જાય ? એકમ, દશકમાંથી...દશક, સોમાંથી...સો, હજારમાંથી...હજાર, ઇત્યાદિ. બધાં સાથે બોલો–**બાદબાકીમાં એકમમાંથી એકમ, દશકમાંથી દશક, સોમાંથી સો, ને હજારમાંથી હજાર બાદ જાય, આગળ પણ એમજ થાય.** સરવાળો કેવા અંકોનો થાયછે તેનો મુકાબલો પૂછવો.

૬. **રકમ માંડતાં શીખવવા વિષેઃ**–૨૪૫–૧૩૪ કરવા માટે પહેલાં કયા અંક જોવા ? એકમના. કેટલાછે ? ૫. બીજી રકમના? ૪. તેની બાદબાકી? ૧. તેજ પ્રમાણે બીજા અંકોની બાદબાકી કરાવી ૧૧૧ જવાબ કઢાવવો પણ હવે તેમ કરવાથી આંકડા શોધવાની મહેનત પડેછે, વખત જાયછે, ને વખતે ભૂલ થવાનો પણ સંભવ ખરો. માટે **બંને રકમો ઊભી લીટીમાં મૂકીએ, અને એકમ નીચે એકમ, ને દશક નીચે દશક એ પ્રમાણે એક જાતના આંકડા મૂકવાથી સહેલું પડશે. પછી જવાબ જૂદો સમજવાસારૂ નીચે લીટી દોરવી.** (આવી રીતે કેટલાક દિવસ ચલાવવું, પણ તેમાં એટલું યાદ રાખવું કે **વધ્યા** લેવા ન પડે). સરવાળામાં રકમો કેમ મંડાયછે, તે સાથે મુકાબલો કરાવવા.

૭. **વધ્યા લેવા પડે તેવી બાદબાકીઃ**—૨૩ લખોટામાંથી ૭ લખોટા લેઇ લઈએ તો બાકી કેટલા રહે? ૧૬. પાટીયાપર ૨૩ નીચે ૭ લખીને કેમ ભાઇ ત્રણમાંથી સાત લેઇ શકાય? આપણી પાસે બે પૈસાછે તેમાંથી કોઇને ૩ પૈસા આપવા હોય તો આપી શકાશે ? ના. ત્યારે શું કરવું જોઇએ ? કોઇના ઉછીના લેવા પડે. શાબાશ. ત્યારે આ ઠેકાણે પણ તેમ કરવું પડશે. સરવાળામાં જેમ દશક નીકળે તે ઉમેરતા, તેમ આપણે આ મથાળાના ૨ દશકમાંથી ૧ દશક ઉછીનો લેઇએ, એટલે ૧ દશકના ૧૦ એકમ તેમાં ૩ એકમ ભેળવ્યા એટલે ૧૩ એકમ થયા તેમાંથી ૭ એકમ જાય એટલે પછી ૬ એકમ રહેશે, ને દશકમાં ૧ દશક રહ્યોછે તેમાંથી કાંઈ બાદ કરવાનું નથી માટે તે દશક મૂકી દીધો, એટલે જવાબ ૧૬ બાદબાકી આવી.

એજ પ્રમાણે ૨૫ ઘોડામાંથી સાત ઘોડા વેચી નાંખ્યા તો બાકી કેટલા રહે? ૩૨ ઊંટમાંથી ૯ ઊંટ મરી ગયાં તો બાકી કેટલાં રહે? ઈ૦ દાખલા ગણાવવા.

આ પગથીજ બાદબાકીમાં મુશ્કેલ છે, માટે તે પર પાયરીબંધ દાખલા ચડતા જવું, કે જેથી વિદ્યાર્થીને મુશ્કેલી ન લાગે. પ્રથમ બે અંકની, પછી ૩, પછી ૪ અંક, ઈ૦ ની બાદબાકી; તેમ વધ્યા પણ પ્રથમ ૧ વખત, પછી ૨ વખત લેવા પડે તેવા દાખલા લેવા. જેમ—

૯૮	૧૩૭	૧૪૫	૨૨૦૫	૨૦૦૯	
૧૯	૧૧૮	૧૦૯	૧૧૨૮	૧૦૨૭	ઈ૦.

☞ અમારા અનુભવ પ્રમાણે કાઠિઆવાડમાં ઘણીખરી નિશાળોમાં ઉપલા નિયમમાં બતાવેલી રીતેજ બાદબાકી ચાલેછે, તેનું ખાસ કારણ એજ જણાયછે કે સૂચક પદ્ધતિએ પ્રથમ એજ રીત નીકળે છે, પણ તે પાકી થયા પછી નીચેની સહેલી રીત બતાવવી જોઇએ. નીચલા નિયમપર કાઠિઆવાડી મહેતાજીઓનું અમે ખાસ લક્ષ ખેંચીએછીએ.

૮. પાંચ એકમમાંથી ત્રણ એકમ બાદ કરીએ તો શું રહે? ૨ એકમ. તેમ બંનેમાં એકેક ઉમેરીને બાદ કરીએ તો—૭ એકમમાંથી ચાર એકમ બાદ જતાં બાકી ૨ એકમ રહે. તે પ્રમાણે ૭-૪ અથવા ૮-૫, અને ૬-૩ અથવા ૭-૪ એ બધાનો જવાબ સરખોજ રહેછે, ત્યારે શું કરીએ તોપણ જવાબમાં ફેર પડતો નથી? **બાદબાકી કરવાની બંને રકમોની બાદબાકી કરીએ, અથવા તે બંનેમાં એક એક ઉમેરીને બાદબાકી કરીએ; તોપણ જવાબમાં ફેર પડતો નથી.**

૯. ઉછીનો લીધેલો અંક જે સ્થાનમાંથી લીધેલો હોય તેમાંથી ઓછો ન કરતાં નાનીના તેજ સ્થાનમાં વધારીએ છીએ તે વિષે. (ઉપરની કલમનો ઉપયોગ):—એક માણસ પાસે ૫૨૩૫ ઘોડા છે, તેમાંથી ૩૧૧૯ વેચી નાંખ્યા; તો બાકી કેટલા ઘોડા રહેશે? એ લખાવી પાટીયાપર ગણી બતાવતાં—

૫૨૩૫ પહેલાં કયા અંકની બાદબાકી થાય? એકમની. ત્યારે એકમે
૩૧૧૯ એકમની બાદબાકી કરો? ૫માંથી ૯ જશે? ના. ત્યારે શું
૨૧૧૬ કરવું જોઇએ? મોટી રકમના ૩ દશકમાંથી ૧ દશક ઉછીનો લીધો, તેના દશ એકમ થયા, તેમાં મોટી રકમના ૫ એકમ ભેળવતાં ૧૫ થયા; તેમાંથી ૯ બાદ કર્યા એટલે ૬ બાકી રહ્યા, તે બાદબાકીમાં એકમને સ્થાને મૂક્યા. હવે મોટી રકમના દશકને સ્થળે કેટલા રહેલાછે? ૨. તેમાંથી કેટલા દશક બાદ કરવાનાછે? ૧. પણ મથાળે ૩ દશક કાયમ રાખવા હોય તો શું કરવું જોઇએ? નીચે ૧ ઉમેરવો જોઇએ. એટલે નીચે કેટલા

દશક થયા? ૨. ૩ માંથી ૨ દશક જાય તો બાકી શું રહેશે? ૧ દશક. તે દશકના સ્થાને બાદબાકીમાં મૂકયો. બોલો ત્યારે ઉછીનો લીધેલો અંક જે સ્થાનમાંથી લીધો હોય તેમાં ઓછો ન કરવો હોય તો...નાનીના તેજ સ્થાનમાં ઉમેરવો. ૨ સોમાંથી ૧ સો જાય તો...બાકી ૧ સો રહેશે. તે સોના સ્થાનકે મૂકયા. ૫ હજારમાંથી ૩ હજાર જાય તો...૨ હજાર. તે હજારના સ્થાનકે મૂકયા. બોલો ત્યારે બાદબાકી કેટલી આવી? બે હજાર એકસો સોળ. આવી રીતે ઘણાં મનોયત્ન આપી વધ્યા ઉપરના અંકમાં બાદ ન કરતાં નીચેના તેજ અંકમાં ભેળવતાં શીખવવા.

આટલાં પેટાં પૂરાં પાકાં થયા પછી હવે બાદબાકીની આખી રીત તેમની પાસે કઢાવવી. તે એકદમ કહી ન શકે તો એક દાખલો લઇ તેપરથી કઢાવવી. જેમ એક રાજાને પોતાની ફોજમાં ૩૩૭૮ માણસ હતાં, તેમાંથી ૨૨૭૯ને રજા આપી, તો કેટલાં બાકી રહેશે? આ હિસાબ કરવા સારૂ પહેલું શું કરવું? ન સમજે તો મથાળે કેવી રકમ માંડવી? મોટી. નીચે કેવી રકમ માંડવી? નાની. શા માટે? બાદબાકી કરવી સુગમ પડે માટે. મોટી નીચે નાની કેવી રીતે માંડવી? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે એમ, એ પ્રમાણે આગળ પણ. એમ શામાટે કરવું? એક જાતના આંકડાની બાદબાકી થાયછે માટે. પછી બાદ કરી જે નવા અંક આવે તે કયાં લખવા? આડી લીટી દોરી નીચે લખવા. મોટીના કોઇ અંકમાંથી નાનીનો તેજ અંક બાદ ન જાય તો શું કરવું? મોટીના પાસેના અંકમાંથી વધ્યા લેઇ તેમાં મેળવવા ને બાદબાકી કરવી. પછી શું કરવું? વધ્યા લીધેલ અંકની બાદબાકી કરતી વખતે ઉપરનો આંકડો કાયમ રાખી નીચેના અંકમાં એક ઉમેરી બાદબાકી કરવી. (આ પ્રશ્નોવડે દાખલો ગણાવતી વખતે રીત કડકે કડકે કઢાવતાં જવી, ને પાટીયામાં નોંધતાં જવી, તથા પૂછી પૂછી પાકી કરાવવી).

૧૦. **રીતઃ**—મોટી રકમ નીચે નાની રકમ એવી રીતે લખવી કે એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે. પછી બાદબાકી કરી જે નવા અંક આવે તે આડી લીટી નીચે લખવા. પણ જો ઉપરના અંકમાંથી નીચેનો અંક બાદ ન જાય તો પાસેના અંકમાંથી વધ્યા લેઇ ભેળવવા ને બાદબાકી કરવી, અને પછી વધ્યા લીધેલ અંકની બાદબાકી વખતે ઉપરનો આંકડો કાયમ રાખી નીચેના અંકમાં એક ઉમેરી બાદબાકી કરવી.

૧૧. **અધિકાંક ને બાધાંક** વિષે:—૪૨૫માંથી ૧૧૮ બાદ કરો? આમાં મોટી રકમ કઇ? ૪૨૫. મોટી રકમને અધિકાંક (અધિક=મોટો+અંક=આંકડો) કહેછે. શું કહેછે? એમાંથી કેટલા બાદ કરવાના છે? ૧૧૮. બાદ કરવાની રકમને બાધાંક કહેછે. શું કહેછે? બંને શબ્દોની જોડણી કરાવવી, તથા સંકેત જવાબ લેવો.

ગુણાકાર.

૧. **વ્યાખ્યા:**—લખોટાયંત્રમાંથી પહેલી હારમાં ૪ લખોટા કાઢી પૂછીએ કે આ કેટલા લખોટાછે? ૪. (પાટીયામાં લખી લેવું). પછી બીજી હારમાં ૪ લખોટા કાઢી પૂછીએ કે આ કેટલા છે? ૪. (પાટીયામાં ૪ નીચે ૪ લખી લેવા). આ પ્રમાણે ૫ વાર કઢાવી પાટીયામાં લખતાં જવું. પછી કહેવું કે આ લખોટા ગણાવો? ૪ ને ૪ આઠ, ૮ ને ૪ બાર, ૧૨ ને ૪ સોળ, અને ૧૬ ને ૪ વીશ. કેટલા થયા? વીશ. (પાટીયામાં સરવાળો જૂદો બતાવવા આડી લીટી દોરી ૨૦ લખવા). પછી તેમને કહેવું કે આટલું બધું લાંબું ગણવાને બદલે આપણે કયા પાડાનો પાઠ લઇએ તો ઝટ ગણાય? ચોકના. કેટલાં ચોક છે? પાંચ. માટે પાઠ કયાં સૂધી લેવો? પાંચસૂધી. તમે પાઠ લઈ બતાવો? પાંચ ચોક વીશ. આ પ્રમાણે ૭ ને ૪ વાર, ૯ ને ૩ વાર, ૮ ને ૭ વાર, અને ૪ને ૯ વાર લખી સરવાળો કરાવવો. હરેક સરવાળો ટૂંકી રીતે કરવા માટે શેનો પાઠ લેવો પડે છે? પાડાનો. પછી તેમને કહેવું કે સરવાળો કરવાની ટૂંકી રીતને ગુણાકાર કહેછે. શું કહેછે? ગુણાકારની જોડણી કરો? પછી સર્વોક્ત જવાબ લેતાં જવું ને પાટીયામાં લખતાં જવું કે **સરવાળાની ટૂંકી રીતને ગુણાકાર કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી). ઉપલા હિસાબ ગુણાકારમાં કેમ માંડવા તથા પાઠ બે રીતે લઈ શકાય તે બતાવવા માટે:—

૪	૭	૯	૮	૪
૫	૪	૩	૭	૯
૨૦	૨૮	૨૭	૫૬	૩૬

પહેલા સરવાળામાં પહેલી રકમ કઇ છે? ૪. તે પ્રથમ લખવા. ૪ કેટલીવાર લીધાછે? ૫ વાર. માટે ૪ નીચે પાંચ લખવા, પછી તેની નીચે આડીલીટી દોરવી. પછી આંકનો મોંપાઠ લઇ જવાબ આવે તે નીચે માંડવો. તમે મોંપાઠ લઇ બતાવો? પાંચ ચોક વીશ. તમે કયા પાડાનો પાઠ લીધો? ચોકના. પાંચના પાડાનો પાઠ લેવો હોય તો કેમ લેવો?. ચાર પંચાંવીશ. ત્યારે આ બેમાંથી ગમે તે રીતે પાઠ લઇ જવાબ આવે તે નીચે લખવો. આ પ્રમાણે પાટીયામાં લખેલા બધા સરવાળા ગુણાકારમાં કેમ ગણાય તે પૂછી પૂછીને પાટીયામાં ગણાવવા.

૨. **મનોયત્ન** (એકમને એકમે ગુણવા વિષેનાં):—ઉપલી રીત પાકી કરાવવા માટે કેટલાંક મનોયત્ન આપવાં. ત્યારબાદ આ જાતના વ્યવહારીક દાખલા લેવા. જેમ, એક મણ તેલના ૮ રૂપિઆ તો ૫ મણનું શું? (એક વસ્તુની કીમતપરથી તેવી ઘણી વસ્તુની કીમત ગુણાકારથી થાયછે તેવા દાખલા મંડાવવા).

૩. **ગુણ્યાનું ચિન્હ**—૮ રૂપિઆને ૭ એ ગુણો, આટલું બધું લાંબું લખવાને બદલે × આવી બે ત્રાંસી લીટીઓ કરેછે; તેને ગુણ્યાનું ચિન્હ કહેછે. જે બે સંખ્યા વચ્ચે તે મૂકયું હોય તે બેનો ગુણાકાર લેવાનોછે એમ સમજવું. ૮ × ૭ = શું ? ૫૬. ૭ જાંબુ × ૬ = શું ? ૪૨ જાંબુ, ૬૦.

૪. **ગુણ્યગુણકવિષે:**—૨૫ × ૭=૧૭૫. આમાં આપણે કઇ રકમને ગુણવાના છે ? ૨૫ને. જે રકમને ગુણવાના તેને ગુણ્ય કહેછે. શું કહેછે? જોડણી કરો ? આ દાખલામાં ગુણ્ય કેટલા ? કઇ રકમ વડે ગુણીએછીએ? જ. ૭ વડે. જે રકમ વડે ગુણીએ તેને ગુણક કહેછે. શું કહેછે? જોડણી કરો ? આ દાખલામાં ગુણક કયો ? ૧૭૫ શું કહેવાય ? ગુણાકાર. (આપણા શરીરમાં જેમ જૂદા જૂદા અંગનાં જૂદાં જૂદાં નામ પાડેલાંછે, તેમ આ દાખલામાં પણ જૂદી જૂદી રકમનાં જૂદાં જૂદાં નામ પાડેલાંછે એમ સમજાવવું). બીજા દાખલા વડે પાકું કરાવવું.

૫. કોઇ સંખ્યાને એકમે ગુણતાં શીખવવા વિષે:—

૫	૩	૨	૧૮
૬	૬	૬	+ ૧૨
૩૦	૧૮	૧૨	૩૦

અ. (આ પાસે બતાવ્યા મુજબ પાટીયાપર ગણાવવું). ૫ ને ૬ એ ગુણાવો ? ૩૦. તમે ૫ ના ભાગ પાડો ? ૩ ને ૨. તમે ૩ ને ૬ એ ગુણાવો? ૧૮. તમે ૨ ને ૬ એ ગુણાવો ? ૧૨. તમે ૧૮ ને ૧૨ નો સરવાળો કરાવો ? ૩૦. ૫ ને ૬ એ ગુણતાં કેટલા આવતા હતા? ૩૦, ને ૫ ના ભાગ પાડી તેને ૬ એ ગુણી ગુણાકારનો સરવાળો કરતાં પણ...૩૦. આવી જાતના કેટલાક દાખલા લીધા બાદ પૂછવું કે ગુણ્યને ગુણકે ગુણીએ તે શેની બરાબર થાયછે? ગુણ્યના ભાગને ગુણકે ગુણી સરવાળો લેઇએ તેની. સર્વોકત જવાબ લેતાં જવું ને વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી—**કોઇ સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ ગુણીએ તે તેના ભાગોને બીજી સંખ્યાએ ગુણીને ગુણાકારનો સરવાળો લેઇએ તેની બરાબર થાયછે.**

બ. આજ નિયમ પ્રમાણે બે અંકની સંખ્યાના એકમ દશકમાં ભાગ પડાવી બીજી સંખ્યાએ ગુણાવવા. જેમ, ૧૪ × ૭= શું ?

૧૪		૧૦	૪	૭૦
૭	અથવા	૭	૭	+ ૨૮
૯૮		૭૦	૨૮	૯૮

ક. ૩૪૫ × ૫ = શું ? આંકના પાઠથી મોંએ ગણી શકશો ? ના. ચાલો ભાગ પાડીને તો ગણાવો ?

૩૦૦	૪૦	૫	૧૫૦૦
૫	૫	૫	૨૦૦
૧૫૦૦	૨૦૦	૨૫	૨૫
			૧૭૨૫

ધ્યાન રાખો હું તમને મોંએ ગણવાની રીત બતાવું છું એમ કહીને—

૩૪૫   પ્રથમ એકમનો ગુણાકાર લીધો તો પાંચ પંચાં?
૫   પચીશ. તેમાં દશકના ૨ વધ્યા લીધા, ને ૫ ને એકમને
૧૭૨૫   સ્થાને મૂકયા; પછી ૪ દશકને ૫ એ ગુણતાં ૨૦ દશક આવ્યા, તેમાં ૨ દશક વધ્યાના ભેળવતાં ૨૨ થયા, તે-માંથી ૨ સો વધ્યા લીધા, ને ૨ દશક વધ્યા તે દશકને સ્થાને મૂકયા; ૩ સોને પાંચે ગુણતાં ૧૫ સો આવ્યા, તેમાં ૨ વધ્યાના સો ઉમેરતાં ૧૭ સો થયા, હવે ગુણવાના બાકી ન રહ્યા માટે ૧૭ મૂકી દીધા. એટલે ૧૭૨૫ જવાબ આવ્યો. (આ રીતપર ઘણાં મનોયત્ન આપવાં).

ડ. **શુન્યને કોઇપણ સંખ્યાએ ગુણતાં શુન્યજ આવે તે વિષે:**—શુન્યને ૫ વાર માંડી સરવાળો કરો? ૦. ૯ વાર માંડી સરવાળો કરો? ૦. ત્યારે શુન્યને ગમે તેટલા વાર લઇએ તોપણ...૦. તેથી શુન્યને ગમે તેટલા આંકડાએ ગુણીએ તોપણ શુન્ય આવે.

ગુણ્ય ઉપર મીડાં હોય તે બધાં ગુણાકારમાં ઉપર ચડાવવાં:—૪૦ × ૪, ૫૦ × ૭, ૧૪૦ × ૪, ૨૦૦ × ૬, ૧૦૦૦ × ૮ વગેરે દાખલા કરાવવા. આ ઉપરથી બતાવવું કે ગુણ્ય ઉપર જેટલાં મીડાં હોય તે ગુણાકારમાં ઉપર ચડાવી દેવાં. પરંતુ—

વચમાં મીડાં હોય તેવા દાખલા—૧૦૪ × ૩, ૨૦૫ × ૫, ૩૦૯ × ૮, ઇત્યાદિ દાખલા ઉપરની રીતે ગણાવવા.

ઈ. અત્યાર સુધી થયેલી રીત પાટીયાપર લખવા સારૂ જૂદા જૂદા પ્રશ્નો કે એક દાખલો લેઇ તેપરથી કઢાવી પાટીયાપર લખવી. જેમકે—૨૩૫ × ૭ આ દાખલો લાંબી રીતે ગણવો હોય તો કેમ ગણવો? સો, દશક, એકમને ગુણકે ગુણી તેનો સરવાળો લેવો. પણ તેમ કરવાને બદલે મોંઢેથી કરીએ તો એકમથી ગુણતાં જવું, દશ કે તેથી વધારે થાય, ને વધ્યા નીકળે; તે પાછળના અંકમાં ઉમેરતાં જવું. જો ઉપર મીડાં હોય તો બધાં ગુણાકારપર ચડાવવાં.

૬. **રીત:**—પ્રથમ એકમના અંકને ગુણી ગુણાકાર આવે, તે લીટી નીચે મૂકવો. જો ૧૦ કે તેથી વધુ આવે તો તેના વધ્યા કાઢી પાછળના અંકમાં ઉમેરવા, છેવટના અંકનો ગુણાકાર આવે તે બધો માંડવો. ગુણ્ય ઉપર મીડાં હોય તે ઉપર ચડાવવાં.

૭. એક અંકે ગુણતાં આવડયા પછી બે અંકના ગુણાકાર એકદમ આંકના ઉપયેાગથી કરી શકે, તેવા દાખલા શીખવવા.

અવયવ પાડીને ગુણવાનું.

૧. **વ્યાખ્યા:**—૨ × ૬=૧૨, ૩×૩=૯, ૫×૫=૨૫. તેથી ૨ ને ૬ બારના, ૩ ને ૩ નવના, અને ૫ ને ૫ પચીશના અવયવ કહેવાય. તેમજ ૮× ૨૪=૧૯૨ છે, હવે ૨૪ને બદલે તેના અવયવ ૬×૪ માંડયા તેા ૮×૬×૪=૧૯૨ આવશે. ૧૯૨ના અવયવ ૮, ૬ ને ૪. તેજ પ્રમાણે બીજી સંખ્યાને માટે બતાવવું. આવી રીતે સંખ્યાના ૨, ૩, ૪ વગેરે અવયવ પાડતાં શીખવી વ્યાખ્યા શીખવવી કે **બે કે વધારે સંખ્યાના ગુણાકારથી જે નવી સંખ્યા આવે, તે નવી સંખ્યાના તે સંખ્યાએા અવયવ કહેવાય.**

૨. **અવયવેાથી ગુણતાં શીખવવા વિષે:**—ગુણ્યને ગુણકે સામટા ગુણાવવા, પછી તેજ દાખલેા ગુણકના અવયવ પાડી ગુણ્યને પહેલા અવયવે, પછી આવેલા ગુણાકારને બીજા અવયવે, એમ બધા અવયવે ગુણાવી રહ્યા પછી બંને રીતે જવાબ એકજ આવે છે, એમ ખાત્રી કરાવી બીજી અવયવવાળી રીત પાકી કરાવવી. જેમ ૩૬×૯=૩૨૪, અને ૩૬×૩=૧૦૮× ૩=૩૨૪.

૩. **આંકડા વિનાના મીડાંની કીમત નથી:**—બે મીડાં કાઢેા ? હવે કેટલા કહેવાય ? કાંઇ નહિ.. હવે ૫ મીડાં કાઢેા તેની કીમત શી ? કાંઇ નહિ. પણ એકડા ઉપર મીડું કરીએ તેા તેની કીમત ? ૧૦. બે મીડાં કરીએ તેા ? ૧૦૦. ત્યારે મીડાં આંકડા ઉપર હેાય તેા તેની કીમત દશ દશ ગણીછે પણ આંકડા ન હેાય તેા કીમત નથી. પછી—

૪. **હરકેાઇ રકમને દશે ગુણવાથી ઉપર મીડું ચડાવવા વિષે:**—૭×૧૦=સાતદાન શીત્તેર. ૫×૧૦=પાંચદાન પચાશ, ૯×૧૦=નવદાન નેઉં, ૮×૧૦=આઠ દાન એંશી. હવે જુએા હરકેાઇ આંકડાને દશે ગુણવાથી (પાટીયાપર બતાવીને.) તે આંકડા ઉપર શું આવે છે ? મીડું. ત્યારે તે પ્રમાણે ૨૪૫×૧૦=શું ? ૨૪૫૦, ૩૬૦૦×૧૦=૩૬૦૦૦, ૫૦૦૦×૧૦= ૫૦૦૦૦.

૫. **ગમે તેટલા દશકે ગુણવા હેાય ત્યારે તે અંકે ગુણી ઉપર મીડું ચડાવવા વિષે:**—૨૩૫×૨૦ કહે, ત્યારે વીશના અવયવ ૨×૧૦, તેથી પ્રથમ બેએ ગુણી પછી દશે ગુણીએ તેા ચાલે, તેથી ૨૩૫×૨=૪૭૦.× ૧૦=૪૭૦૦ થયા. તે ઉપરથી એક મીડું ગુણકમાં હેાય તેા તે આંકડે ગુણી ઉપર એક મીડું ચડાવવું.

૬. **હરકેાઇ રકમને સેાએ ગુણવા હેાય તેા બે મીડાં ચડાવવાં:**—

૨૩૫×૧૦૦. આમાં ૧૦૦ના અવયવ ૧૦×૧૦ છે, તેથી પહેલી વાર દશે ગુણવા સારૂ એક મીડું ચડાવ્યું તો ૨૩૫૦ આવ્યા, તેને બીજીવાર દશે ગુણવા સારૂ બીજું એક મીડું ચડાવ્યું તો ૨૩૫૦૦ થયા. માટે હરકોઇ રકમને સોએ ગુણવા હોય તો બે મીડાં ચડાવવાં.

૭. **ગમે તેટલા સોએ ગુણવા હોય તો તે અંકે ગુણી ઉપર બે મીડાં ચડાવવાં:**—હવે જો ૨૩૫×૫૦૦ હોય, તો ૫૦૦ના અવયવ ૫×૧૦×૧૦ છે, તેથી પાંચે ગુણી પહેલા દશે ગુણવા સારૂ એક મીડું, ને બીજા દશે ગુણવા બીજું મીડું ચડાવ્યું, તેથી ૨૩૫×૫=૧૧૭૫. ×૧૦=૧૧૭૫૦. ×૧૦ =૧૧૭૫૦૦ જવાબ આવ્યો. માટે જ્યારે ગમે તેટલા સોએ ગુણવા હોય ત્યારે તેના અંકે ગુણી ઉપર બે મીડાં ચડાવવાં. આ પ્રમાણે જ્યારે ગુણકના અંક ઉપર મીડાં હોય, ત્યારે ગુણકના અંકે ગુણી ઉપર જેટલાં મીડાં હોય તેટલાં ચડાવવાં.

☞ અત્યાંરસૂધી જે જે દાખલા લખાવવા, તે તે છોકરાંને મોંઢે આંક આવડતા હોય, ને તેનો એકદમ ગુણાકાર કરી શકે, તેવા લખાવવા.

મોટી રકમોના ગુણાકાર.

૧. ગુણકે એકદમ ગુણવાને બદલે તેના ભાગોએ ગુણી ગુણાકારનો સરવાળો લેવાથી પણ ચાલે. જેમઃ—

૧૨૪	૧૨૪	૧૨૪	૭૪૪
૮ અથવા	૬	૨	+ ૨૪૮
૯૯૨	૭૪૪	૨૪૮	૯૯૨

૨. બે અંકના ગુણકના એકમ દશકમાં ભાગ પાડવા વિષે. જેમ ૨૫૮ ×૪૬=શું ? એમાં ૪૬ના ૬ એકમ ને ૪ દશકમાં ભાગ પાડયા તો—

૨૫૮	૨૫૮	૧૫૪૮
૬	૪૦	+ ૧૦૩૨૦
૧૫૪૮	૧૦૩૨૦	૧૧૮૬૮

પણ આમ ગણવાને બદલે ગુણ્ય નીચે ગુણક લખી પહેલાં એકમે, ને પછી દશકે ગુણી સરવાળો લઇએ તોપણ ચાલે.

૨૫૮		૧૩૨		૨૩૭
૪૬		૩૪		૫૬
૧૫૪૮	તેમજ	૫૨૮	તેમજ	૧૪૨૨ ઇ૦.
૧૦૩૨૦		૩૯૬૦		૧૧૮૫૦
૧૧૮૬૮		૪૪૮૮		૧૩૨૭૨

આ ઉપરના દાખલામાં દશકે ગુણવાથી ઉપર એક મીડું આવ્યું છે, અને એ વાત આગળ પણ આવી ગઈ છે; એટલે દશકે ગુણવાથી એક મીડું આવે-છે. હરકોઇ આંકડામાં મીડું મેળવીએ, તોપણ તેની કીમતમાં કાંઇ ફેર પડતો નથી, કેમકે મીડું એટલે કાંઇ નહિ. તેથી મીડું છેકીને કે કહાડી નાંખીને સ-રવાળો લઈએ તોપણ જવાબ તેજ આવશે. તેપરથી **જ્યારે દશકે ગુણવા હોય, ત્યારે એકમનો એક આંકડો મૂકીને દશક નીચેથી આંકડા મૂકવા.** (આ રીત કઢાવવા શિક્ષકે પાટીયાપર બરાબર ધ્યાન આપવું ને છોકરાંને બતાવવું).

૩. **ગુણાકારમાં એક એક આંકડો કાપવા વિષે.** ૨૩૫×૧૪૨=શું ? આ દાખલો ઉપરની રીતે ગણાવવો.

૨૩૫ ૧૪૨ ૪૭૦ ૯૪૦૦ ૨૩૫૦૦ ૩૩૩૭૦	હવે આ દાખલાપરથી અને એ વાત આગળ પણ આવી ગઇ છે, તે પરથી જણાયછે કે દશકે ગુણવા હોય ત્યારે ઉપર એક મીડું અને સોએ ગુણતાં બે મીડાં આવેછે. મીડાંની કીમત કાંઈ નથી, તેથી દશકે ગુણવા હોય ત્યારે ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે એક અંક કાપીને અને સોએ ગુ-ણવા હોય ત્યારે બે અંક કાપીને આંકડો મૂકવો, અને એ

પ્રમાણે આગળ પણ કરતાં જવું. પછી તે અંકોનો સરવાળો લેવો.

૪. **ગુણકમાં વચમાં મીડું હોય ત્યારે ગુણાકારમાં તેનું સ્થાન ખાલી મૂકવા વિષે.**

૨૧૪ ૧૦૫ ૧૦૭૦ ૦૦૦ ૨૧૪ ૨૨૪૭૦	અથવા.	૨૧૪ ૧૦૫ ૧૦૭૦ ૨૧૪ ૨૨૪૭૦

ગુણકમાં વચ્ચે મીડું હોય, ત્યારે આમાં બતાવ્યા મુજબ તેનાં મીડાં મૂકીએ અગર કાઢી નાંખીએ તોપણ હરકત આવતી નથી. માટે ગુણકમાં વચ્ચે મીડાં હોય ત્યારે ગુણાકારમાં કાંઈ મીડાં મૂકવાની જરૂર નથી. પણ તેમાં તેનો આંકડો કપાય છે, તેતો કાપવોજ.

૫. **ગુણાકારમાં આંકડો કાપવાની બીજી સમજણ.** જેમ, ૨૩૪×૧૨૮=શું ?

```
  ૨૩૪
  ૧૨૮
 ----
 ૧૮૭૨
 ૪૬૮
૨૩૪
-----
૨૯૯૫૨
```

આમાં ૮ એકમે ગુણવાથી બધા એકમ આવેછે; અને બે દશકે ગુણવાથી બધા દશક આવે, માટે બે દશકે ગુણતાં ૪૬૮ દશક આવ્યા, તેનો પહેલો અંક ૮ છે તેને ૭ દશક નીચે માંડવા જોઇએ. નહિતો વિજાતિય સંખ્યા થઇ જાય; અને શતકે ગુણવાથી શતક આવ્યા, તેથી તેને શતક નીચે માંડવા જોઇએ. માટે ગુણાકારમાં ગુણકનો અંક જે જાતનો હોય, તે જાતનો ગુણાકાર આવે; તેને સજાતિય સ્થાનમાં મૂકવાથી સરવાળો થાય, તેથી એક એક સ્થાન કાપતાં જવું.

આટલાં પગથીઆં પાકાં થયા પછી રીત કઢાવવી. દરેક પગથીઉં દાખલા લખાવી લખાવીને પાકું કરવું જોઈએ. રીત કઢાવવા એક દાખલો લેવો. જેમ ૩૨૪×૧૯૨. આ દાખલો કરવા સારૂ રકમો શીરીતે માંડવી? ગુણ્ય નીચે ગુણક. કેવી રીતે? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક, સો નીચે સો આવે એવી રીતે. પછી કયા અંકથી ગુણાકાર શરૂ કરવો? એકમથી. ગુણાકાર જૂદો જણાવા શું કરવું? આડી લીટી વચમાં દોરવી. એકમે ગુણ્યા પછી દશકનો ગુણાકાર ક્યાં મૂકવો? એક અંક કાપીને. શતકનો? વળી એક અંક કાપીને. પછી શું કરવું? બધા આંકડાનો સરવાળો.

૬. **રીત:**—એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક, સો નીચે સો આવે, એવી રીતે ગુણ્ય નીચે ગુણક માંડવા; પછી આડી લીટી દોરી ગુણકના એકમે ગુણી જે આવે તે લીટી નીચે મૂકવા, તેની નીચે દશક, સો, ઈ૦ નો ગુણાકાર એક એક અંક કાપીને મૂકતાં જવું. બધા અંકે ગુણી રહ્યા પછી તેનો સરવાળો કરવો.

ભાગાકાર.

૧. **વ્યાખ્યા:**—પાટીયામાં ૬ લખી પૂછીએ કે શું લખ્યું છે? ૬. તેમાંથી ૨ બાદ કરાવો? કેટલા રહ્યા? ૪. તમે ૪ માંથી ૨ બાદ કરાવો? ૨. તમે ૨ માંથી ૨ બાદ કરાવો? ૦. ત્યારે ૬ માંથી ૨ કેટલીવાર બાદ જાયછે. ત્રણ વખત. તમે લખોટાયંત્રમાંથી ૬ લખોટા કાઢો? તમે તેમાંથી બબ્બે લખોટાની હારો કરો? કેટલી થઇ? ૩. (પાટીયામાં બતાવીને) ૬ માંથી ૨ કેટલીવાર બાદ જાયછે? ૩ વાર. આટલું બધું લાંબું ગણવાને બદલે આપણે કયા પાડાનો પાડ લઈએ તો ઝટ ગણાય? દુના. તમે પાડ લઇ બતાવો? ત્રણ દુ છ. માટે ૬ માં ૨ કેટલી વાર? ત્રણ વાર. આ પ્રમાણે ૧૦ માં ૨, ૧૨ માં ૩, ૨૦ માં ૪, ૩૨ માં ૮, ૫૪ માં ૯ કેટલી વાર રહેલા છે તે પાટીયામાં બાદબાકી રીતે ગણાવવું, લખોટાયંત્ર વડે ખાત્રી કરાવવી. અને કયા પાડા વડે ઝટ કહી શકાય, તે સમજાવ્યા પછી કહેવું કે બાદબાકી કરવાની ટૂંકી રીતને ભાગાકાર કહેછે. શું કહેછે? શાને કહેછે? ભાગાકારની જોડણી કરો? પછી સર્વોક્ત

જવાબ લેતાં જવું, ને પાટીયામાં લખતાં જવું કે **બાદબાકીની ટૂંકી રીતને ભાગાકાર કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી). સરવાળાની ટૂંકી રીતને ગુણાકાર કહેછે, તે વાત યાદ દેવડાવવી.

૨. **મનોયત્ન** (આંકના ઉપયોગ વડે):—૭૨માં ૧૨ કેટલી વારછે? ૬ વાર. કેમ? બાર છક બોતેર. ૧૪૪ માં ૧૮, ૯૬માં ૧૬, ૨૦૦માં ૨૫, ૩૨૪માં ૩૬, કેટલી વાર છે તે ઝટ આવડે ત્યાંસુધી આ મનોયત્ન ચલાવવાં. ૨૯માં ચાર કેટલી વારછે? ૭ વાર. ૭ વાર લઇએ તો કેટલા થાય? ૨૮. ગાટે બાકી કેટલા વધે? ૧. હવે આ જાતના પણ દાખલા આંકના ઉપયોગ વડે પૂછવા.

૩. **ભાગ્યાનું ચિન્હ:**—૩૨ને ૮ એ ભાગો? આટલું બધું લાંબું લખવાને બદલે÷આ પ્રમાણે આડી લીટીની ઉપર નીચે ટપકાં કર્યાં હોય, તેને ભાગ્યાનું ચિન્હ કહેછે તે બે રકમોની વચ્ચે કરવાથી પહેલીને બીજીએ ભાગ્યાનું સમજાય. જેમ ૩૨÷૮=૪.

૪. **ભાજ્ય, ભાજક, ભાગાકાર, ને શેષ વિષે:**—૩૩ રૂપિઆ ÷૭=શું? ૪ રૂપિઆ આવે, ને ૫ રૂપિઆ વધે. જે રકમને ભાગવાના હોય તેને ભાજ્ય કહેછે. શું કહેછે? અહીં ભાજ્ય કેટલાછે? ૩૩ રૂ. ભાજ્યને જે રકમવડે ભાગવા હોય તેને ભાજક કહેછે. શું કહેછે? અહીં ભાજક કેટલાછે? ૭. જવાબ આવે તે ભાગાકાર. શાને ભાગાકાર કહેછે? ભાજ્યને ભાજકે ભાગતાં વધે તેને શેષ કહેછે. આ દાખલામાં શેષ કેટલાછે? ૫ રૂ. ભાગાકાર? ૪ રૂ. બીજા દાખલા લઇ પાકું કરાવવું. (જોડણી લેવી).

૫. **ભાજ્યને એકમે ભાગતાં શીખવવા વિષે.**

અ. (પાસે બતાવ્યા મુજબ પાટીયાપર ગણાવવું). ૨૮÷૪=કેટલા? ૭. તમે ૨૮ ના બે ભાગ પાડો? ૨૦ ને ૮. તમે ૨૦ને ૪એ ભગાવો? ૫. તમે ૮ ને ૪એ ભગાવો? ૨. ૫+૨=કેટલા? ૭. ૨૮ને ૪એ ભાગતાં કેટલા આવતા હતા? ૭. ને ૨૮ના ભાગ પાડી તેને ૪એ ભાગી ભાગાકારનો સરવાળો કરતાં પણ...૭. આવી જાતના કેટલાક દાખલા લીધા બાદ પૂછવું કે ભાજ્યને ભાજકે ભાગીએ તે શાની બરાબર થાયછે? ભાજ્યના ભાગોને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો સરવાળો લઇએ તેની બરાબર સર્વોક્ત જવાબ લેતાં જવું ને પાટીયામાં વ્યાખ્યા લખવીકે **ભાજ્યને ભાજકે ભાગીએ તે તેના ભાગોને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો સરવાળો લઇએ તેની બરાબર થાયછે.**

૨૮÷૪=૭ જવાબ.
અથવા
૨૦÷૪=૫
૮÷૪=૨
૫+૨=૭ જવાબ.

બ. ૮૮૪÷૪=શું? આંકના પાઠથી મોંએ ગણી શકશો? ના. ત્યારે ભાગ પાડીને તો ગણાવો—૮૦૦÷૪=૨૦૦, ૮૦÷૪=૨૦, ૪÷૪=૧

માટે ૨૦૦+૨૦+૧=૨૨૧ જવાબ.

ધ્યાન રાખો, ભાજ્યના ભાગ પાડયા સિવાય ગણવાની રીત બનાવુંછું. ભાજક ને ભાગાકાર જાદા સમજવા સારૂ ભાજ્યની ડાબી બાજુએ અળાગો કરી ભાજક લખીએ છીએ, ને જમણી બાજુએ અળાગો કરી ભાગાકાર લખીએ છીએ.

```
        સો  દશક  એકમ.     સો.  દશક.  એકમ.
   ૪) ૮   ૮    ૪      ( ૨    ૨     ૧     જવાબ.
      ૮
     ૦૮ દશક
      ૮
     ૦૪ એકમ
      ૪
      ૦
```

આમાં પ્રથમ ૮ સોમાંથી ચાર ભાગ કર્યા તો ૨ સો આવ્યા, તેને સોને ઠેકાણે મૂકયા. (વળી સમજણ પડે માટે માથે સો નામ લખ્યું). પછી ૮ દશકને ચારે ભાગ્યા તો ૨ દશક આવ્યા, તેને દશકને ઠેકાણે મૂકયા, ને ૪ એકમને ચારે ભાગ્યાતો ૧ એકમ આવ્યો, તેથી જવાબ ૨૨૧.

વળી કહેવું કે પહેલી રીતે કરવામાં નાહક ગીડાં મૂકવાં પડેછે, તેથી જગા ને વખત રોકાયછે માટે આ પ્રમાણેજ કરીએ છીએ. (હજુ સુધી કોઇ પણ અંકમાંથી શેષ ન વધે એવા દાખલા લેવા).

૬૨૪÷૨, ૮૪૮÷૪. ૫૫૫÷૫ વગેરે દાખલા કરાવવા.

क, શેષ ઉપર આંકડો ચડાવવા વિષે:—૫૨૪÷૨=શું?

```
    સો. દ. એ.  સો. દ. એ.            સો. દ. એ.  સો. દ. એ.
 ૨) ૫  ૨ ૪ ( ૨  ૬  ૨  અથવા  ૨) ૫  ૨  ૪  ( ૨ ૬ ૨
    ૪                            ૪
    ૧ સો.                        ૧૨ દશક.
 ×૧૦                             ૧૨
   ૧૦ દશક.                      ૦૪ એકમ.
    ૨                             ૪
   ૧૨ દશક.                        ૦
   ૧૨
  ૦૪ એકમ.
    ૪
    ૦
```

આ દાખલો સમજાવતી વખતે કેટલા સો છે? ૫. તેમાંથી ૨ કેટલીવાર જશે? બસોવાર એને સોને ઠેકાણે મૂક્યા. બાકી ૧સો વધ્યા. તેમાંથી બે સો-વાર બાદ જશે? ના. જ્યારે એમ થાય ત્યારે તેનાથી હલકા સ્થાનમાં તે રકમને આણવી. તેથી દશકમાં આણવા સારૂ દશે ગુણ્યા, ને પછી ૨ દશક ઉમેર્યા, એટલે ૧૨ દશક થયા. તેમાંથી ૬ દશક નીકળ્યા, તેને દશકને ઠેકાણે મૂક્યા ને ઉપરથી ચાર એકમ લીધા તેમાંથી બે એકમવાર ભાગ ચાલ્યો, તે એકમને સ્થળે મૂકવાથી ૨૬૨ જવાબ આવ્યો.

આ હિસાબ આમ કરી બતાવ્યા પછી પાસે બતાવ્યા મુજબ ગણી બતાવવું કે શેષને ૧૦ ગુણી આંકડો મેળવીએ છીએ, તેને બદલે એકદમ આંકડો ચડાવીએ તોપણ કાંઇ ફેર પડતો નથી; માટે બીજી રીતે ભાગાકાર કરવો. (ઘણાં મનોયત્ન આપવાં).

૬. અત્યાર સુધી થયેલી રીત કઢાવવા સારૂ એક દાખલો લઇએ. જેમ, ૮૪૩૬ ÷ ૪=શું? આ ભાગાકર કરવા સારૂ ભાજક ક્યાં મૂકીએ છીએ? ડાબા હાથ તરફ અળાયો કરીને, અને ભાગાકાર? જમણા હાથ તરફ અળાયો કરીને. પછી શું કરવું? ભાજ્યમાંથી ભાજક જઇ શકે તે કાઢીને જમણા હાથ તરફ કોષમાં મૂકવો. પછી? ભાગાકાર ને ભાજકનો ગુણાકાર કરી ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. પછી? શેષપર નવો આંકડો ચઢાવી ઉપર મુજબ ભાગાકાર કરવો. ભાગ ન ચાલે તો? શુન્ય મૂકવું. છેલ્લો શેષ વધે તેને શું કરવું? શેષ નીચે ભાજક મૂકી ભાગાકાર પાસે મૂકી દેવો.

૬. રીત:—ભાજ્યના ડાબા હાથ તરફ અળાયો કરી ભાજક માંડવો, પછી ભાજ્યના જમણા હાથ અળાયો કરવો, ભાજ્યને ભાજકે ભાગી ભાગાકાર આવે તે તેમાં લખી તેનો ને ભાજકનો ગુણાકાર કરી ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. બાકી શેષ વધે તેપર નવા અંક લઇ ઉપર મુજબ કરવું ભાગ ન ચાલે તો શુન્ય મૂકવું. છેવટે શેષ વધે તેના નીચે ભાજક માંડી ભાગકાર પાસે મૂકી દેવો.

૭. એક અંકે ભાગતાં આવડ્યા પછી બે અંકના ભાગાકાર આંકના ઉપયોગ વડે કરી શકે તેવા દાખલા શીખવવા.

અવયવ પાડી ભાગવાનું.

૧. અવયવોથી ભાગતાં શીખવવા વિષે:—ભાજ્યને ભાજકે સામટા ભગાવવા, પછી તેજ દાખલો ભાજકના અવયવ પાડી ભાજ્યને પહેલા અવયવે, પછી આવેલા જવાબને બીજા અવયવે, એમ બધા અવયવે ભગાવી રહ્યા પછી બંને રીતે જવાબ એકજ આવેછે, એમ ખાત્રી કરાવી બીજી અવયવવાળી રીત પાકી કરાવવી. જેમ ૯૭૭૧ ÷ ૧૬=શું?

```
૧૬)૯૭૭૬(૬૧૧.        ૪)૯૭૭૬
  ૯૬               ૪) ૨૪૪૪
 ───                  ───
 ૦૧૭                  ૬૧૧
  ૧૬
 ───
 ૦૧૬
  ૧૬
 ───
  ૦૦
```

૨. પ્રથમ ભાજકના અવયવે ભાગતાં શેષ ન વધે તેવા દાખલા શીખવવા. આવા દાખલા બનાવવા માટે શિક્ષકે પ્રથમ એક જવાબ ધારી તેને જૂદા જૂદા અવયવે ગુણી ગુણાકાર ભાજ્ય, ને જૂદા જૂદા અવયવોનો ગુણાકાર ભાજક લેવાથી જેટલા દાખલા જોઇશે તેટલા ઝટ બનાવતાં આવડશે. આવા દાખલા આવડ્યા પછી અવયવે ભાગતાં શેષ વધે તેવા દાખલા લેવા. પણ શરૂઆતમાં બેજ અવયવ આવે એવા દાખલા ચલાવવા. વધારે અવયવ લેવાથી કુલ શેષ કેટલા વધશે તે કઢાવતાં મુશ્કેલ પડશે. પહેલા અવયવે ભાગતાં જવાબ આવે તેનું નામ અવયવ પ્રમાણે દુ, તરી, ચોક પંચાં, છકડાં, સતાં ઇ૦ પાડવાથી કુલ શેષ ગણતાં સુગમ પડશે. જેમ ૯૪૯÷૪૮ = શું ? આમાં ૪૮ ના અવયવ ૬ × ૮ લીધા.

```
૬)૯૪૯
૮)૧૫૮—૧  આ ૧૫૮ છકડાં આવ્યાં ને ૧ એકમ વધ્યો.
───
  ૧૯—૬  આ ૪૮ જેવડા ૧૯ ભાગ આવ્યા અને ૬ છકડાં વધ્યાં.
```

એટલે ૯૪૯ ને ૪૮ એ ભાગતાં ૧૯ ભાગાકાર આવ્યો, અને ૬ છકડાં + ૧ = ૩૭ શેષ વધ્યા.

૩. ભાજક ઉપર મીડાં હોય તેવા ભાગાકાર:-

અ. ભાજ્યને દશે ભાગતાં છેલ્લો એકમ શેષ રહે, ને બાકીના આંક જેટલો ભાગાકાર આવે:—૧૫ ÷ ૧૦ = ૧ નેં ૫ શેષ, ૩૨ ÷ ૧૦ = ૩ ને ૨ શેષ, ૧૫૪ ÷ ૧૦ = ૧૫ ને ૪ શેષ, ૩૨૫ ÷ ૧૦ = ૩૨ ને ૫ શેષ આ બધા દાખલા પાટીયાપર રાખી તેપર નિશાળીઆઓની નજર કરાવી પૂછીએ કે દરેક દાખલામાં કયો કયો આંકડા શેષ વધેછે તે જુઓ, અને ભાજ્યમાં તો ફક્ત છેવટનો આંકડો તેજછે, ને ભાજ્યના બાકીના અંક જેટલો ભાગ ચાલ્યો છે. તેથી દશે ભાગતાં છેવટનો અંક શેષ રહે ને બાકીના અંક ભાગાકાર થાય. માટે દશે ભાગવા હોય તો ટૂંકી રીતે ભાગાકાર કરવા. **છેલ્લો આંકડો કાપી તેને શેષમાં મૂકવો, ને બાકીના આંકડા ભાગાકારમાં મૂકવા.**

ગ. ભાજ્યને સોએ ભાગતાં છેલ્લા બે અંક શેષ રહે, ને બાકીના અંક જેટલો ભાગાકાર આવે:—૪૧૫÷૧૦૦=૪ ને ૧૫ શેષ, ૬૨૫÷૧૦૦=૬ ને ૨૫ શેષ, ૪૮૩૨÷૧૦૦=૪૮ ને ૩૨ શેષ. આ દાખલા પરથી તેમને પૂછીએ કે જુઓ આ હિસાબોમાં શેષ કયા વધેછે, ને ભાજ્યમાં તેની બરાબરના આંકડા કયા છે? એ પ્રમાણે ત્રણે દાખલામાંથી કઢાવવું. ત્યારે હરકોઇ રકમને સોએ ભાગતાં કેટલા શેષ વધે? છેલ્લા બે અંક, ને બાકીના જેટલા...ભાગાકાર આવે. માટે **છેલ્લા બે અંક શેષમાં મૂકવા, ને બાકીના ભાગાકારમાં મૂકવા.**

ઘ. ૧૦૪÷૫૦=શું? અહીં ૫૦ના અવયવ ૧૦×૫છે માટે.

```
૧૦)૧૦૪          ૫|૦)૧૦|૪
 ૫)૧૦-૪            ૨-૦
   ૨-૦
```

બન્ને રીતે ભાગાકાર ૨ ને શેષ ૪ રહેછે. પણ બીજી રીતે ભાજ્યમાંથી છેલ્લા આંકડાને કાપી બાકીના અંકને મીંડાં વગરના ભાજકે ભાગતાં ટૂંકી રીતે થાય છે. માટે તેમ કરતાં શીખવવું, તેમજ—

```
૪|૦૦)૧૨|૭૮          ૬|૦૦)૧૫|૪૯
      ૩-૦                 ૨-૩
```

બીજા દાખલાનો જવાબ કેટલા આવે તે સમજાવવા માટે કહીએ કે પ્રથમ ૧૫૪૯ને સોએ ભાગતાં ૧૫ સૈકાંને ૪૯ શેષ રહ્યા, હવે ૧૫ સૈકાંને ૬એ ભાગતાં ૨ ને શેષમાં ૩ સૈકાં રહ્યાં માટે જવાબ ૨ ને શેષ ૩ સૈકાં+૪૯ =૩૪૯. આવા દાખલા ઘણા સમજાવી નીચેની રીત કઢાવવી.

રીત:—ભાજકમાં ઉપર જેટલાં મીંડાં હોય, તેટલા અંક ભાજ્યમાં જમણી તરફથી કાપી નાંખવા; બાકીના ભાજ્યને મીંડા વગરના ભાજકે ભાગવા, શેષમાં ભાજ્યના કાપી નાંખેલા અંક ચઢાવવા.

☞ અત્યાર સુધી જે દાખલા લખાવવા, તેમાં ભાજક એવો લેવો કે આંકના પાડાવડે ઝટ ભાગ ચલાવી શકે.

મોટી રકમોના ભાગાકાર.

મોટા ભાગાકારની રીત નાના ભાગાકારના જેવી જ છે. ફક્ત તેમાં કેટલા વખતનો ભાગ ચાલશે, એ કાઢવું વિદ્યાર્થીને શરૂઆતમાં મુશ્કેલ લાગેછે; માટે શિક્ષકે આ વિષયમાં દાખલા પાયરીબંધ લેવામાં ખાસ ધ્યાન આપવું. પાછળ બતાવ્યા પ્રમાણે પ્રથમ એક અંક, પછી બે અંક તેમાં પ્રથમ આંકના પાડાના ઉપયોગવડે ભાગી શકે તેવા, પછી ત્રણ અંકના ભાજકવાળા એમ ચડતા ચ-

કલા સેવા: મોટા ભાગાકારમાં અજમાયશનો ભાગ કાઢવામાં નીચેની બાબતો- પર ધ્યાન આપવું.

૧. ભાજકમાં જેટલા અંક હોય તેટલા અંક ભાજ્યની ડાબી બાજુ- એથી લેઇ તેને માથે । આવી નિશાની કરાવવી, પછી જો ભાજ્ય ભાજક કરતાં ઓછો જણાય તો એક અંક વધારે લેઇ તેના પર નિશાની કરાવવી.

૨. અજમાયશનો ભાગ ચલાવવા માટે ભાજકનો ૧ અથવા ૨ (જો પાડાનો ઉપયોગ થઇ શકે તો) અંક રાખી બાકીના કાઢી નાખ્યા ધારી તેટ- લાજ અંક ભાજ્યના રાખેલા અંકમાંથી ઓછા કરી કેટલા વખતનો ભાગ ચાલશે તેનો વિચાર કરવો. અજમાયશના ભાગાકારે ભાજકને ગુણવ. જો ગુણાકાર ભાજ્ય કરતાં વધી જાય, તો એક ઓછા વખતનો ભાગ ચલાવવો; એથી પણ જો વધી જાય તો એક ઘટાડવો. આ પ્રમાણે કરવાથી ખરો ભા- ગાકાર નક્કી થશે.

૩. હમેશાં શેષ ભાજક કરતાં ઓછોજ વધવો જોઇએ; બરાબર પણ ન વધે, તેમ થાય તો ૧ વખત વળતી વધારે ભાગ ચાલે; અને કોઇ વખત ૯ કરતા વધારેનો ભાગ ન ચાલે.

૨૬૭૫૮૩÷૫૩૭ આ દાખલો કરવા સારૂ—

```
         । । । ।
૫૩૭ )૨૬૭૫૮૩ ( ૪૯૮ ૧૫૭/૫૩૭ જવાબ.
     ૨૧૪૮
     -----
     ૦૫૨૭૮
      ૪૮૩૩
     -----
     ૦૪૪૫૩
      ૪૨૯૬
     -----
      ૦૧૫૭
```

પ્રથમ ભાજકના ત્રણ અંક છે, તે પ્રમાણે ભાજ્યમાંથી ડાબી બા- જુએથી ત્રણ અંક લઇ નિશાની કરી; પછી જોયું તો ભાજક કરતાં ભાજ્ય ઓછો માલૂમ પડયો, માટે ભાજ્યનો ચોથો અંક લઇ નિશાની કરી. હવે ૨૬૭૫ને ૫૩૭એ ભાગતાં અજમાયશનો ભાગ કેટલા વખતનો ચાલશે, તે જાણવા માટે ભાજ્ય ભાજકમાંથી ઉપરના બબે અંક કાઢી નાંખતાં ૨૬ ને ૫એ ભાગતાં ૫ વખતનો ભાગ ચાલશે, માટે ૫૩૭ને ૫ એ ગુણતાં ૨૬૮૫ થશે. તેથી તે ભાજ્યકરતાં વધી જશે, માટે ૫ થી ૧ ઓછો એટલે ૪ નો ભાગ ચલાવી ભાગાકારમાં મૂકી ભાજકને ગુણી ગુણાકાર ૨૧૪૮ આવ્યો તે બાદ કરતાં ૫૨૭ શેષ રહ્યા, તેપર ભાજ્યમાંથી ૮ લઇ ચડાવ્યો ને તેને માથે ભાજ્યમાં નિશાની કરી. હવે ૫૨૭૮ ને ૫૩૭એ ભાગતાં બંનેમાંથી બબે અંક ઓછા

કરતાં ૫૨ને ૫ એ ભાગતાં ૧૦ વખતનો ભાગ ચાલેછે; પણ ૧૦નો ભાગ ન ચાલે, માટે ૯ વખતનો ભાગ ચલાવી ભાગાકારમાં ૪ ઉપર મૂકી ભાજકને ગુણી ૪૮૩૩ આવ્યા, તે બાદ કરતાં ૪૪૫ રહ્યા, તે પર ભાજ્ય-માંથી ૮ પછીનો અંક ૩ લઇ ચડાવી તેને માથે ભાજ્યમાં નિશાની કરી હવે ૪૪૫૩ ને ૫૩૭ બંનેમાંથી બબે અંક કાઢી ૪૪ને ૫એ ભાગતાં ૮ વખતનો ભાગ ચાલ્યો, તે ભાગાકારમાં ૯ ઉપર મૂકી ભાજકને ગુણી ગુણા-કાર ૪૨૯૬ આવ્યો, તે બાદ કરતાં શેષ ૧૫૭ રહ્યા, તે ભાગાકારમાં મૂકી તે નીચે આડી લીટી દોરી નીચે ભાજક માંડતાં જવાબ ૪૫૮ ૧૫૭/૫૩૭ આવ્યો.

☞ચાર સાદી રીતોના સહેલા દાખલા બીજા ધોરણમાં છે, તે પૂરૂં કર્યા પછી એકદમ ત્રીજું ધોરણ શરૂ કરવું નહિ, પણ ચારે રીતોનું પુન-રાવર્તન કરી જવું ને મોટા મોટા હિસાબ શીખવવા, નવા લાલશંકર કૃત અંકગણિતમાં પણ તેમ કરવા ફરમાવેલું છે. એક બે માસ ચાર રીતો પાકી કરાવ્યા પછી ત્રીજું ધોરણ શરૂ કરવું. એ ધોરણમાં વિવિધ ને આણપાણનાં અપૂર્ણાંક શીખવવાનાં છે, માટે એ વિષય શરૂ કરવા પહેલાં પ્રથમ અપૂર્ણાંક એટલે શું તેની ટૂંક સમજ પાડવી. આ વિષયનું વિશેષ જ્ઞાન પછી ચોથા ધોરણમાં ચલાવવું.

સંખ્યા વિષે વિશેષ વિચાર.

આપણી સંખ્યામાં એકમ, દશક, ને શતકના અંકો એકેક છે, ને હ-જાર, લાખ, અને કરોડના બબે અંકો છે; પણ સંખ્યા લખાવવામાં તે કરતાં વધારે અંકો લખાવે, તેની સંખ્યા લખવાની રીત—દશકની સંખ્યા પર ૧, શતકની સંખ્યા પર ૨, હજારની સંખ્યાપર ૩ લાખની સંખ્યાપર ૫, અને કરોડની સંખ્યાપર ૭ મીડાં મૂકી સરવાળો કરેથી જવાબ આવ-શે. જેમ, ૧૧૫ લાખ, ૧૧૫ સો, તે ૧૧૫ બરાબર માંડી બતાવો?

૧૧૫૦૦૦૦૦
૧૧૫૦૦
૧૧૫
―――――
૧૧૫૧૧૬૧૫ જવાબ.

ચાર સાદી રીતો વિષે વિશેષ વિચાર.

(૧) સરવાળામાંથી તેમાંની આપેલી રકમોનો સરવાળો બાદ કરેથી બાકીની રકમ નીકળે.

(૨) બાધાંક+બાદબાકી=અધિકાંક, અધિકાંક–બાદબાકી=બાધાંક.

(૩) બે રકમોનો સરવાળો અને તેજ બે રકમની બાદબાકી આપે; તો

સરવાળામાં બાદબાકી ઉમેરી બેએ ભાગવાથી એમાંની મોટી રકમ આવશે, તે સરવાળામાંથી બાદ કરેથી નાની રકમ આવશે. **અથવા** સરવાળામાંથી બાદબાકી બાદ કરી બેએ ભાગ્યાથી નાની રકમ આવશે, તે સરવાળામાંથી બાદ કરેથી મોટી રકમ આવશે.

(૪) ગુણાકાર÷ગુણક=ગુણ્ય, ગુણાકાર÷ગુણ્ય=ગુણક.

(૫) (ભાગાકાર×ભાજક)+શેષ=**ભાજ્ય**, (ભાજ્ય–શેષ) ÷ ભાગાકાર= **ભાજક**.

☞ ઉપરના નિયમો શિક્ષકે દાખલાઓપરથી કઢાવવા.

અપૂર્ણાંક.

આ વિષય શીખવવી વખતે લીંબુ, કાગળ કે પાટીયાપર આકૃતિ કે લીટીના સરખા ભાગો પાડી શિક્ષકે છોકરાને પ્રત્યક્ષ બતાવી જ્ઞાન આપવું. તેથી પાઠ રસિક થશે. તે જ્ઞાન પાકું મળશે.

૧. ભાજક વધે તેમ ભાગાકાર થોડો આવેછે. ઉદાહરણઃ—

૮ કાગળનો બીજો ભાગ કેટલો? જવાબ. ૪ કાગળ.
૮ કાગળનો ચોથો ભાગ કેટલો? જવાબ. ૨ કાગળ.
૮ કાગળનો આઠમો ભાગ કેટલો? જવાબ. ૧ કાગળ.

પછી ૧ કાગળ હાથમાં રાખીને તેના બે સરખા ભાગ કરી જુઓ. આ કેટલા ભાગ થયા? બે. પછી તે બે ભાગોના બબ્બે સરખા ભાગ કરીને, હવે જુઓ કેટલા ભાગ થયા? ૪. એ ચાર ભાગોના બબ્બે સરખા ભાગ કરાને, હવે જુઓ કેટલા ભાગ થયા? ૮. એમ જેમ જેમ ભાગ વધારતા જઇશું તેમ કાગળ વધતો જશે? ના. **તેતો નાનો નાનો થતો જશે.** બરાબર. ટેબલપર કડકાઓ પાસે પાસે ગોઠવી પ્રદર્શન કરાવીને જુઓ આ બીજો ભાગ, ભાગ પાડી જુઓ આ ચોથો ભાગ, પછી ભાગ પાડી જુઓ આ આઠમો ભાગ. બીજું ઉદાહરણ. જુઓ આ લીંબુછે તેના બે ભાગ સરખા ભાગ કર્યા તો તે અકેક ભાગ લીંબુથી મોટો હોય? ના. **તેતો નાનો.** તેમ ચાર સરખા ભાગ કરીએ તો તે...વધુ નાનો. ત્યારે હરકોઈ આખી વસ્તુનો ભાગ કરીએ, તો તે વસ્તુથી નાનો થાય કે મોટો? **નાનો થાય સાહેબ.** પાટીયાપર લીટી કે આકૃતિ પાડી તેના બે, ચાર, છ સરખા ભાગ પાડી બતાવવા.

હવે ઉપરનો પહેલો દાખલો લઇને—આ ૮ કાગળનો બીજો ભાગ? ૪ કાગળ. ચોથો ભાગ? બે કાગળ. અને આઠમો ભાગ? ૧ કાગળ. તે તો આખા કાગળછે. પણ આ એક કાગળના સરખા ભાગ કરીએ છીએ, ત્યારે તો તે આખો કાગળ થતો નથી. તેમ ૧ લીંબુના સરખા ભાગ કરીએ છીએ, તોપણ તેમ થાય છે, ને એક લીટીના સરખા ભાગ કરીએ તોપણ તેમ થાયછે. ત્યારે આખી અને ભાગ બતાવનારી સંખ્યાનું આપણે નામ પાડીએ.

૨. **પૂર્ણાંક:**—આખી સંખ્યાને પૂર્ણાંક કહેછે. સર્વોક્ત જવાબ લેવો ને જોડણી કરાવવી. પછી એ શબ્દ પાટીયાપર લખવો, ને તેના ભાગ (પૂર્ણ=પૂરો, આખો + અંક=આંકડો) પાડી અર્થ સમજાવવો. પૂર્ણાંક સંખ્યાના દાખલા વસ્તુ સાથે લેવા. જેમ ૨ કાગળ બતાવીને—આ કેટલા કાગળ છે? ૨. એ કેવી સંખ્યા કહેવાય? પૂર્ણાંક. આ કેટલી સ્લેટો છે ? ૪. એ પણ...પૂર્ણાંક. એવા બીજા દાખલા લેવા.

૩. **અપૂર્ણાંક:**—આખી સંખ્યાને શું કહેછે ? પૂર્ણાંક. પણ આખી વસ્તુના સરખા ભાગ કરીએ તો તે વસ્તુ આખી રહે ? ના. ભાગ ઓળખાવનારી સંખ્યા પૂર્ણાંક કહેવાય? ના. સાંભળો—ભાગ ઓળખાવનારી સંખ્યાને અપૂર્ણાંક કહેછે. સર્વોક્ત જવાબ લેવો ને જોડણી કરાવવી. પછી એ શબ્દ પાટીયાપર લખવો, ને તેના ભાગ (અ=નહિ +પૂર્ણ=પૂરો +અંક=આંકડો) પાડી અર્થ સમજાવવો. આખા કાગળનો ૮મો ભાગ બતાવીને—આ કેવડો કાગળ છે? આખાનો આઠમો ભાગ. એ કેવી સંખ્યા કહેવાય ? અપૂર્ણાંક. તેજ પ્રમાણે લીંબુના પાંચ સરખા ભાગ કરીને તેમાંથી એક લઇએ તો...અપૂર્ણાંક, બે લઈએ તો...અપૂર્ણાંક, બે ત્રણ લઇએતો...અપૂર્ણાંક, ચાર લઇએતો...અપૂર્ણાંક, ને પાંચ લઇએતો...પૂર્ણાંક. કેમકે આખું થશે. એમ ઘણા દાખલાથી પૂર્ણાંક ને અપૂર્ણાંકનો ભેદ સમજાવવો.

૪. **અપૂર્ણાંક લખવાની રીતિ:**—એક લીંબુ, કાગળ કે આકૃતિના ત્રણ સરખા ભાગ પાડીને જુઓ આ કેટલા ભાગ થયા ? ત્રણ. તેમાંથી એક ભાગ લઇને—કેટલા લીધા ? એક ભાગ. કેટલા ભાગમાંથી? ત્રણ ભાગમાંથી. ત્યારે એ કેટલા ભાગમાંથી કેટલા ભાગ લીધા કહેવાય? **ત્રણ ભાગમાંથી એક ભાગ.** (આટલું પાટીયાપર લખવું).

તેજ પ્રમાણે ૪ સરખા ભાગ કરીને પૂછીએ આ કેટલા ભાગ થયાછે? ચાર. તેમાંનો એક ભાગ લઇ પુછીએ, હવે કેટલા લીધા ? એક. ત્યારે કેટલા ભાગમાંથી કેટલા લીધાં ? **ચાર ભાગમાંથી એક.**

તેજ પ્રમાણે પાંચ સરખા ભાગ કરીને તેમાંથી ૧ ભાગ લઇને ઉપર પ્રમાણે પૂછી કઢાવીએ કે **પાંચ ભાગમાંનો એક ભાગ.**

હજી સુધી એક એક ભાગ લીધો હતો, પણ હવે ઉપરનીજ આકૃતિમાંથી બબે ભાગ લઇને તેમની પાસેથી ઉપર પ્રમાણે પ્રશ્નો પૂછીને જવાબ કઢાવવા કેઃ—**ત્રણ ભાગમાંના બે ભાગ, ચાર ભાગમાંના બે ભાગ, પાંચ ભાગમાંના બે ભાગ.**

આવી રીતે લખવાથી જગા વધારે રોકાયછે, માટે જેમ પૂર્ણાંક સંખ્યા લખવાની રીત છે, તેમ અપૂર્ણાંક સંખ્યા લખવાની રીત છે. તે એવી રીતે કે **જેટલા સરખા ભાગ લીધા હોય તે પ્રથમ લખવા, તે નીચે આડી લીટી દોરી તેની નીચે જેટલા સરખા ભાગ કર્યા હોય તે લખવા.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવી પ્રથમ પ્રશ્નો વડે પૂછી પોતે પાટીયામાં નોંધેલાં એક બે અપૂર્ણાંક લખી બતાવવાં, પછી છોકરાં પાસેજ લખાવવાં).

ત્રણ સરખા ભાગમાંનો એક ભાગ=$\frac{1}{3}$
ચાર સરખા ભાગમાંનો એક ભાગ=$\frac{1}{4}$
પાંચ સરખા ભાગમાંનો એક ભાગ=$\frac{1}{5}$
ત્રણ સરખા ભાગમાંના બે ભાગ=$\frac{2}{3}$
ચાર સરખા ભાગમાંના બે ભાગ=$\frac{2}{4}$
પાંચ સરખા ભાગમાંના બે ભાગ=$\frac{2}{5}$

૫. **મનોયત્ન:**—૨૪ સરખા ભાગમાંના ૫ ભાગ, ૧૮ સરખા ભાગમાંના ૧૧ ભાગ કેમ લખાય? ઈ૦.

૬. **અપૂર્ણાંક બોલવાની રીતિ:**—$\frac{1}{3}$ મોઢે બોલવો હોય, ત્યારે ત્રણ સરખા ભાગમાંનો એક ભાગ એમ બોલતાં પણ ઘણું લંબાણ થાયછે. માટે **ઉપલો આંકડો પહેલો બોલવો, ને પછી નીચેના આંકડામાં અંશ શબ્દ વધારી બોલવું.** તેથી ત્રણ+અંશ=ત્રણાંશ, ચાર + અંશ=ચારાંશ, પાંચ+અંશ=પાંચાંશ. માટે પહેલો દાખલો એક ત્રણાંશ, બીજો એક ચારાંશ, ત્રીજો એક પાંચાંશ, ચોથો બે ત્રણાંશ, પાંચમો બે ચારાંશ, છઠો બે પાંચાંશ. આમ ઘણાં ઉદાહરણ લખાવવાં ને બોલાવવાં.

ઉપર પ્રમાણે લખતાં વાંચતાં આવડ્યા પછી તેમને કહેવું, કે અંકગણિતમાં કરેલા સરખા ભાગ બોલવાને ૨થી૯ સુધી ગુજરાતી નામ ન બોલતાં સંસ્કૃત નામ બોલેછે માટે તેમ બોલવું. સાંભળો ધ્યાન આપો હું તમને તે શીખવુંછું. એમ કહી બે અંશ=દ્વિતીયાંશ, ત્રણાંશ=તૃતીયાંશ, ચારાંશ=ચતુર્થાંશ, પાંચાંશ=પંચમાંશ, છઅંશ=ષષ્ઠાંશ, સાતાંશ=સપ્તમાંશ, આઠાંશ=અષ્ટમાંશ, ને નવાંશ=નવમાંશ. આ ઉચ્ચારો શુદ્ધ બોલવાપર ધ્યાન આપવું. જોડણી પણ પૂછવી.

૭. **અંશ ને છેદ:**—$\frac{7}{24}$ પાટીયાપર લખીને વાંચો? સાત ચોવીશાંશ. એમાં કેટલા સરખા ભાગ કર્યાછે? ૨૪. કેટલા લીધા છે? ૭. **જેટલા ભાગ લીધા હોય તેને અંશ કહેછે.** આમાં અંશ કેટલા? ૭. **જેટલા સરખા ભાગ કર્યા હોય તેને છેદ કહેછે.** અહીં કેટલા છેદ છે? ૨૪. (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી ને બીજાં ઉદાહરણો લેઈ તેમાં અંશ છેદ ઓળખાવવા).

૮. **અપૂર્ણાંક સાથે પૂર્ણાંક બોલવાની રીતિઃ**—૫ આખાં લીંબુને એક લીંબુના સરખા ત્રણ ભાગમાંના બે ભાગ લઈએ, તો એમાં પ્રથમ આખી સંખ્યા સાથે પૂર્ણાંક શબ્દ બોલીને અપૂર્ણાંક બોલાયછે; માટે પાંચ પૂર્ણાંક બેતૃતીયાંશ. આ પ્રમાણે ગમે તે ઠેકાણે પૂર્ણાંક પછી અપૂર્ણાંક બોલાયછે.

૯. **પૂર્ણાંક સાથે અપૂર્ણાંક લખવાની રીતિઃ**—પહેલા પૂર્ણાંક લખી તેની જમણી બાજુએ અપૂર્ણાંક લખાય છે. જેમ ૩$\frac{૨}{૩}$ ઇ૦.

વિવિધ અપૂર્ણાંક.

એક આનો એ રૂપિઆનો કેટલામો ભાગછે? સોળમો. ત્યારે પાંચ આના એ રૂપિઆના કેટલા ભાગમાંથી કેટલા ભાગ લીધા કહેવાય? સોળ ભાગમાંથી પાંચ ભાગ લીધા કહેવાય. ત્યારે પાંચ આના પણ શું કહેવાય? અપૂર્ણાંક. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૫}{૧૬}$રૂ. રૂપિઆના સોળમા ભાગનું શું નામ પાડેલુંછે? આનો. ૧૫મા કે ૧૭મા ભાગનું કાંઇ નામ પાડેલુંછે? ના. તેમજ પાઇ એ રૂપિઆનો કેટલામો ભાગ છે? ૧૯૨મો. ત્યારે ૪ પાઇ એ કેટલા ભાગમાંથી કેટલા ભાગ લીધા બરાબર છે? ૧૯૨ ભાગમાંથી ૪ ભાગ લીધા બરાબર છે. તેથી ૪ પાઈ પણ શું કહેવાય? અપૂર્ણાંક. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૪}{૧૯૨}$રૂ. રૂપિઆના ૧૯૨મા ભાગનું શું નામ પાડ્યુંછે? પાઈ. ૧૯૧ કે ૧૯૩મા ભાગનું કાંઇ નામ પાડ્યું છે? ના. યાદ રાખજો કે આ અપૂર્ણાંકમાં રૂપિઆના જૂદા જૂદા ચોકસ ભાગોનાં જૂદાં જૂદાં નામ પાડેલાંછે. આજ રીતે મણની વાત સમજાવવી. પછી પૂછવું કે રૂપિઆના કયા કયા ભાગો પાડેલાછે? આના, પાઈ. મણના? શેર, પાશેર વગેરે. એ બધાં ખરેખરાં શું છે? અપૂર્ણાંક. પણ આપણે તેને અપૂર્ણાંકમાં લખીએ છીએ? ના. શેમાં લખીએ છીએ? પૂર્ણાંકમાં. પણ તેની જોડે તેનું શું લખીએ છીએ? તેનું નામ. જેમ ૭ આના, ૯ પાઇ, ૫ શેર, ઇ૦. હવે યાદ રાખો આવી જાતનાં અપૂર્ણાંકનું આપણે એક નામ પાડીએ. આ અપૂર્ણાંકથી આપણે રૂપિઆ, મણ, વગેરે પરિમાણના શું લખી બોલી શકીએ છીએ? જૂદા જૂદા ચોકસ ભાગો. જૂદા જૂદાને સંસ્કૃત ભાષામાં વિવિધ કહેછે, માટે તેને વિવિધ અપૂર્ણાંક કહેછે. પછી સંકલિત જવાબ લેતાં જવું ને પાટીયામાં લખતાં જવું કે **કોઇ પણ પરિમાણના જૂદા જૂદા ચોકસ ભાગોને વિવિધ અપૂર્ણાંક કહેછે.**

☞ એટલું થઇ રહ્યા પછી અંકગણિતમાં આપેલાં કોષ્ટક શીખવવાં. ત્રીજા ધોરણમાં દેશી કોષ્ટક શીખવવાનાં છે, માટે ઇંગ્રેજી કોષ્ટક હમણાં ન ચલાવવાં. ચોથા ધોરણમાં તે ચલાવવાં.

વિવિધ પરિમાણો.

કોષ્ટકો શીખવવાની રીતિઃ—કોષ્ટકો શીખવતી વખતે બનતાં સુધી ચીજો હાજર રાખી ખરેખર પ્રદર્શન કરાવી બાળકોની ખાત્રી કરવી. તેથી છોકરાંને શીખવામાં રસ પડશે, ને રસિક થવાથી સમજાણ પણ ઝટ પડશે. ભાગો સાંધીને આખું કરવું તે શીખવવાની ઉત્તમ રીત છે, તે રીતેજ આ કોષ્ટકો તો શીખવાશે. એમાં એક પગથીઉંએ ચડતા જઇએ, તેમ તેમ તેના દાખલા કરાવી તે પગથીઉં પાકું કરાવવું. જેમકે ચલણી નાણાંનું કોષ્ટક શીખવતાં પ્રશ્ન કરીએ કે આપણે દાણા, ઘી, ગોળ લેવાને શું આપીએ છીએ ? રૂપિઆ. તેથી હલકી ચીજો (શાક) લેવાને ? પૈસા. રૂપિઆ, પૈસા એ બધાનું ટૂંકું નામ **નાણું**. એમ કહીને પૂછીએ કે સૌથી થોડી કીમતનું નાણું કોઇ જાણોછો ? પછી પાઇ દેખાડવી, જુઓ આ નાનામાં નાનું નાણું. પછી કહીએ કે શેની થાયછે ? **તાંબાની.** હવે આપણે બધે ઠેકાણે પાઇઓ આપવા લેવાને ઘણી હરકત પડે, માટે તેથી મોટું નાણું છે તે જાણોછો? પૈસો બતાવીને આવી ત્રણ પાઇ ભેગી કરીએ તેની કીમત પૈસો. એ પ્રમાણે જેમ છોકરાંને રસ પડે તેમ શીખવતાં જવું. પછી પૈસાની ત્રણ પાઇ એમ આવડ્યું એટલે તેના દાખલા લેવા. જેમ, ચાર પૈસાની પાઇ? ૮ પાઇના પૈસા ? એ વગેરે પ્રશ્ન કરવા એટલે પાકું સમજાશે. આતો જાણીતુ કોષ્ટક છે, પણ બીજાં અજાણ્યાં નામ આવે, તે ઠેકાણે બહુ ધીરજ ને ધીમાશ રાખવી. ધીમે ધીમે કોષ્ટક શીખવવું. એ શીખવવામાં તર્કશક્તિ દોડાવવા કરતાં સ્મરણશક્તિનો વધારે ઉપયોગ કરવાનો છે.

હમેશાં ગ્રંથો વ્યાખ્યાન કે પ્રથક્કરણ રીતે રચાય છે. તેથી ઘણા શિક્ષકો ભૂલ કરીને તે પ્રમાણે અનુક્રમ રાખી શીખવી જાય છે, માટે બાળકોને નીરસ ને ઘણું બોજા જેવું લાગે છે. અંકગણિત ને વ્યાકરણની બાબતો એવી છે કે જ્યાં જ્યાં બીજું નામ મૂકવું પડે, ત્યાં ત્યાં તેની અગત્ય બતાવી બીજું નામ આપવું જોઇએ; તેથી છોકરાંને બહુ સારી રીતે યાદ રહેશે. એશિઆ ખંડનું ભૂગોળ શીખવવા માટે ભૂગોળમાં આપેલો ક્રમ પકડી પહેલી એશિઆખંડની સીમા શીખવવા માંડીએ, તો છોકરાંને નવાં અજાણ્યાં નામ એટલાં બધાં આવી પડવાનાં કે તે બિચારાં મુંઝાઇ જશે. જો આમ શીખવાય તો તે પદ્ધતિજ પ્રથક્કરણ, પણ તે શીખવવાને આપણા હિંદુસ્તાનની ભૂગોળ શીખી ગયાં હોય, તેના સંબધમાં કાબુલ કે અફઘાનિસ્તાનનું નામ આવ્યું હોય, તે પરથી અફઘાનિસ્તાન. ઇરાન, એમ એક બીજાના સંબંધમાં આવતા દેશોનું વર્ણન થઇ રહ્યા પછી બધા દેશોનાં નામ આવી ગયાં; એટલે કહીએ કે એ પૃથ્વીનો એક મોટો ભાગછે, તેથી ખંડ કહેછે, તેનું નામ એશિઆ. પછી

એની સીમા, સમુદ્ર, દેશો વગેરેનાં નામ શીખવીએ, તો તે બહુ સહેલું ને શીખવું સારૂં લાગશે.

ઉપરના દાખલા મુજબ વિવિધ પરિણામો ચાર જાતનાં છે, તે પ્રમાણે અનુક્રમે નામ શિક્ષકો આપી જાય તો તે પ્રથક્કરણ રીતિછે. પણ પ્રથમ નાણાં સંબંધી કોષ્ટકો લીધાં, તે બધાં પૂરાં થયા પછી કહીએ, કે એમાં બધા નાણાનાં નાના મોટા ભાગ આપ્યાછે. તે બધાં કોષ્ટક નાણાનાં ભાગ બતાવનાર, અને નાણાને માટે બીજો શબ્દ અર્થ પણ વપરાય છે, તેથી એ બધાં કોષ્ટકો **અર્થદર્શક** કહેવાય. એમ બતાવી તે શબ્દની જોડણી પૂછવી, સર્વોક્ત જવાબ લેવો, ને પાટીયાપર લખવું.

એજ પ્રમાણે ભારદર્શક, મહત્વદર્શક, ને કાળદર્શક કોષ્ટકો શીખવવાં. મહત્વદર્શક કોષ્ટક શીખવતાં વચ્ચે ક્ષેત્રમાપ અને ઘનમાપનું કોષ્ટક શીખવવાની રીતિ નીચે મુજબ.

ક્ષેત્રમાપ.

૧. **ચોરસ શીખવવા વિષે:**—આકૃતિની પેટીમાંથી એક ચોરસ કટકો લઇ છોકરાં આગળ ધરવો ને પછી પૂછવું કે આને કેટલા ખૂણા છે? છોકરાં ગણીને કહેશે કે ચાર. પછી શિક્ષકે એક ખૂણાપર આંગળી રાખી બીજા ખૂણા સૂધી આંગળીથી બતાવીને પૂછવું કે આ શું કહેવાય? છોકરાં જવાબ આપશે કે કોર. હવે આને કેટલી કોર છે? છોકરાં ગણીને કહેશે કે ચાર. પછી શિક્ષકે આમાં ૪ ખૂણા ને ૪ કોર છે તે વાત પાકી કરાવવી. પછી પૂછવું કે આ ચાર કોર સરખી છે કે નાના મોટી? સરખી છે. ચાર ખૂણા સરખા છે કે કેમ? સરખા. **જેની ચાર બાજુ ને ચાર ખૂણા સરખા હોય તેને ચોરસ કહેછે.** શું કહેછે? શાને કહેછે? આ ઓરડામાં ચોરસના ખૂણા જેવો કોઇ ઠેકાણે ખૂણો છે, હોય તો બતાવો? (એક ચોરસ ઇંચ કડકો બતાવીને) આનો આકાર પણ કેવોછે? ચોરસ. આ ફૂટવડે તમે તેની લંબાઇની કોર ભરો?. કેટલી થઇ? એક ઇંચ. તમે પહોળાઇની કોર ભરો? કેટલી થઇ? એક ઇંચ. જે ચોરસની લંબાઇ તથા પહોળાઇ ૧ ઇંચ હોય તે ૧ ચોરસ ઇંચ કહેવાય. આ પ્રમાણે સમજાવી ૧ ચોરસ ફૂટ, ૧ ચોરસ ગજ, ૧ ચોરસ વાર, ઇ૦ શાને કહે તે કઢાવવું.

૨. **લંબચોરસ શીખવવા વિષે:**—આકૃતિની પેટીમાંથી એક લંબચોરસ કટકો લઇ છોકરાં આગળ ધરવો, અને પૂછવું કે આને કેટલી કોર છે? ચાર. ચારે સરખીછે? ના. લંબાઇની બંને કોરો સરખીછે, ને પહોળાઇની બંને કોરો સરખીછે. ખૂણા કેટલાછે? ચાર. ચારે કેવાછે? બરાબર. **જેની સામસામેની બાજુઓ સરખી હોય, ને ખૂણા સઘળા બરા-**

બર હોય; તેને લંબચોરસ કહેછે. શું કહેછે? શાને કહેછે? આ નિશા- ળનો આકાર કેવોછે?

૩. **ચોરસ કે લંબચોરસનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા વિષે:**—પાટીયા- પર ચોરસ આકાર ચીતરીને છોકરાંને બતાવવો. આનો આકાર કેવોછે? ચોરસ. તેની ચારે બાજુઓ કેવીછે? સરખી. તેની બાજુઓ ભરી જુઓ કેવડી થાયછે? બબે ઈંચિ. જુઓ હું લંબાઈ તથા પહોળાઇમાંથી બબે ભાગ કરૂંછું, તેથી કેટલા ભાગ થયા? ચાર. દરેક ભાગનો આકાર કેવોછે? ચોરસ. કેટલા ચોરસ ઇંચ થાયછે? ૧ ચોરસ ઇંચ. કેમ? તેની લંબાઇ તથા પહોળાઈ ૧ ઇંચ છે. કુલ કેટલા ચોરસ ઇંચ થયા? ચાર. જે ચોરસની લંબાઇ તથા પહોળાઇ બબે ઇંચ હોય તો તેનું માપ કેટલું થાયછે? ચાર ચોરસ ઇંચ. શું કરવાથી નીકળે? લંબાઇ તથા પહોળાઇના માપનો ગુણાકાર કરવાથી. બીજો દાખલો લંબચોરસનો લઇ આકૃતિ પાડી સમજાવવું કે તેમાં પણ **લંબાઇ પહોળાઇનો ગુણાકાર કરવાથી તેનું માપ નીકળેછે.** આ જાતનાં બીજાં ઘણું ઉદાહરણ લેવાં.

૪. **પછી ચોરસ શબ્દ લગાડવા વિષે:**—એક ચોરસ આકારની લં- બાઇ તથા પહોળાઇ દશ દશ ગજ હોય તો તેનું માપ કેટલું? ૧૦×૧૦=૧૦૦ ચોરસ ગજ. આવા આકારને ટૂંકામાં બોલવાને માટે ૧૦ ગજ ચોરસ છે, એમ પણ બોલાયછે. **જ્યારે પછીથી ચોરસ શબ્દ લગાડેલો હોય, ત્યાં લંબાઇ પહોળાઇ કહેલા પરિમાણ જેટલીજછે; એમ સમજવું.** બીજા દાખલાઓ લેઇ ચોરસ શબ્દ પહેલાં તથા પછી લગાડવામાં શો તફાવત રહેલો છે, તે સમજાવવું.

૫. **અંગ્રેજી ચોરસ માપનું કોષ્ટક શીખવવા વિષે:**—એક ચોરસ ફૂટ કાગળમાં શિક્ષકે એક એક ચોરસ ઇંચનાં ખાનાં આંકી રાખીને પ્રથમથી કાગળ તૈયાર રાખવો. તે છોકરાંને બતાવીને પૂછવું કે આ મારા હાથમાં શુંછે? કાગળ. તમે તેની કોર ભરો? કેટલી થાયછે? એક ફૂટ. ચારે કોરો કેવડીછે? એક એક ફૂટ. તેના ખૂણા કેવાછે? સરખા. માટે આ કાગળ કેવડો કહેવાય? ૧ ચોરસ ફૂટ. તેમાં મેં શું પાડેલાંછે? ખાનાં. એ બધાં ખાનાં કેવાંછે? સરખાં. તમે એક ખાનું ભરો કેવડું થાયછે? ૧ ચોરસ ઇંચ. તમે ખાનાં ગણો કેટલાં થાયછે? એક ઊભી હારમાં કેટલાંછે? બાર. આડી હારમાં? બાર. બધાં મળીને? ૧૪૪. ત્યારે ૧ ચોરસ ફૂટના ચોરસ ઇંચ. કેટલા થાય? ૧૪૪. એક ફૂટના ઇંચ કેટલા? ૧૨. ને ૧ ચોરસ ફૂટના? ૧૪૪. શું? ચોરસ ઇંચ. શુ કરવાથી નીકળે. લંબાઇના ૧૨ ઇંચ ને પહોળા-

ઇનાં ૧૨ ઇંચનો ગુણાકાર કરવાથી. ૧૨×૧૨=૧૪૪. આ પ્રમાણે આખું કોષ્ટક પૂરૂં કરવું. છોકરાં પાસે જમીનની સપાટી ભરાવવાથી તેમને આનંદની સાથે સચોટ જ્ઞાન મળશે. ભરવાનાં સાધન નિશાળમાં ન હોય તો ગામમાંથી મેળવવાં.

ઘનમાપ.

૧. **ઘન શીખવવા વિષે:**—એક ઘન પદાર્થ છોકરાં આગળ ધરવો, ને પછી પૂછવું કે આને ખૂણા કેટલાછે ? છોકરાં ગણીને કહેશે કે આઠ. પછી શિક્ષકે એક ખૂણાપર આંગળી રાખી બીજા ખૂણા સુધી આંગળીથી બતાવી પૂછવું કે આ શું કહેવાય ? છોકરાં જવાબ આપશે કે કોર. હવે આને કેટલી કોર છે ? છોકરાં ગણીને કહેશે કે બાર. પછી શિક્ષકે આમાં ૮ ખૂણા ને બાર કોર છે તે વાત પાકી કરાવવી. પછી શિક્ષકે ચાર ખૂણા ને ચાર કોર બતાવીને પૂછવું કે આ ભાગ શું કહેવાય ? છોકરાં જવાબ આપશે કે બાજુ. એવી બાજુ આમાં કેટલી છે ? છોકરાં ગણીને કહેશે કે ૬. આ બધી બાજુઓ સરખીછે કે નાના મોટી ? છોકરાં જવાબ આપશે કે સરખીછે. શિક્ષકે પૂછવું કે દરેક બાજુનો આકાર કેવોછે ? ચોરસ. કેમ ? તેની ચારે બાજુ ને ચારે ખૂણા બરાબર છે. પછી શિક્ષકે કહેવું કે **જે પદાર્થને ૮ ખૂણા, ૧૨ કોર, ને ૬ સરખી બાજુ હોય; તેને ઘન કહેછે.** (એક ઘન ઇંચ કડકો બતાવીને) આનો આકાર કેવોછે? ઘન. તેની લંબાઇ બતાવો ? બતાવી. તમે ભરી જુઓ કેટલી થાય છે ? ૧ ઇંચ. તમે પહોળાઈ ભરો ? કેટલી થાયછે ? ૧ ઇંચ. તમે ઊંચાઈ (જાડાઇ કે ઊંડાઇ) બતાવો ? કેટલી થાયછે ? ૧ ઇંચ. જે ઘનની લંબાઇ, પહોળાઇ, તથા ઊંચાઇ ૧ ઇંચ હોય તે ૧ ઘન ઇંચ કહેવાય. શું કહેવાય? શાને કહેવાય ? ચોરસ માપમાં શેની વાત આવતી હતી? લંબાઇ પહોળાઇની. ઘનમાપમાં શાની વાત વધેછે? ઊંચાઇ (જાડાઇ કે ઊંડાઇ) ની.

૨. **ઘનફળ કાઢવા વિષે:**—(ટેબલપર ઘનાકાર ગોઠવીને) આનો આકાર કેવોછે? ઘન. તેમાં આડા ને ઊભા કેટકેટલા ભાગ કરેલાછે? બબે. એ દરેક ભાગમાં કેટકેટલા કડકા છે ? બબે. બધા કડકા કેટલા થાય ? ૮. હવે શિક્ષકે ઘનના બે ઊભા ભાગમાંનો જમણી બાજુનો જમણા હાથ તરફ, ને ડાબી બાજુનો ડાબા હાથ તરફ ખસેડવો. પછી પૂછવું કે દરેક ભાગમાં કેટલી હારો છે? બબે. દરેક હારમાં કેટલા કડકાછે ? ૨. માટે એક ભાગમાં કેટલા કડકા થયા ? ૨ × ૨=૪. હવે બે ભાગના મળીને કેટલા કડકા થયા ? ૪×૨ =૮. દરેક કડકાનો આકાર કેવોછે? ઘન. તેનું માપ ભરી જુઓ કેટલું થાય છે? ૧ ઘન ઇંચ. કેમ? તેની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને ઊંચાઇ ૧ ઇંચ છે માટે. ત્યારે આ મોટા ગોઠવેલા ઘનનું માપ કેટલું ? ૮ ઘન ઇંચ. કેમ ? તેમાં એકેક

ઘન ઇંચના ૮ કડકા છે માટે. તમે આ મોટા ઘનની લંબાઇ, પહોળાઇ, તથા ઊંચાઇ ભરી જુઓ કેટલી થાયછે? બબે ઇંચ. એ ત્રણવાર બબેનો શું કરવાથી ૮ થાય ? ગુણાકાર. ત્યારે ઘનનું માપ કાઢવાને શું કરવું જોઇએ ? તેની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને ઊંચાઇનો ગુણાકાર કરવો જોઇએ. ચોરસ માપમાં શાનો ગુણાકાર થાયછે? ફક્ત લંબાઇ પહોળાઇનો. ઘનમાપ કઢાવવાને કેટલાક દાખલા લેવા.

૩. **પછી ઘન શબ્દ લગાડવા વિષે:**—એક ઘનાકારની લંબાઈ, પહોળાઇ તથા ઊંચાઇ ત્રણ ત્રણ ગજ છે તો તેનું ઘનફળ કેટલું? ૩×૩×૩ =૨૭ ઘન ગજ. આવા નક્કર પદાર્થનું માપ ટૂંકામાં બોલવાને માટે ૩ ગજ ઘનછે એમ પણ બોલાય છે. જ્યારે પછીથી ઘન શબ્દ લગાડેલો હોય; ત્યાં લંબાઇ, પહોળાઇ ને ઊંચાઇ કહેલા પરિમાણ જેટલીજ છે એમ સમજવું. બીજા દાખલા લઇ ઘન શબ્દ પહેલાં તથા પછી લગાડતાં શો તફાવત રહેલોછે, તે સમજાવવું.

૪. **ઘનમાપનાં કોષ્ટકો શીખવવા વિષે:**—ઘનફળ કાઢતાં આવડ્યા પછી કોષ્ટકો શીખવવાં એતો રમત જેવુંછે. ૨૭ ઘન મુઠી=ઘનવેંત શીખવવા માટે—એક નક્કર પદાર્થ ૧ વેંત લાંબો, પહોળો તથા ઊંચો છે તો તે કેટલો કહેવાય ? ૧ ઘનવેંત. એ પદાર્થની લંબાઈ, પહોળાઇ તથા ઊંચાઇ કેટલી છે? ૧ વેંત. ૧ વેંતની મુઠી કેટલી ? ૩. હવે આપણે ઘનવેંતમાં માપ કાઢવું ન હોય તો કેટલું થાય? ૩×૩×૩=૨૭ ઘન મુઠી. બોલો ત્યારે ૧ ઘનવેંત =કેટલી ઘન મુઠી ? ૨૭ ઘન મુઠી. આવી રીતે ઘન માપનાં સઘળાં કોષ્ટકો કઢાવી શકીએ. આ રીતનો ઉપયોગ કરવામાં પ્રદર્શન પણ જેટલું થઇ શકે તેટલું કરીએ તો વિશેષ લાભ થાય. ચોરસ માપનાં કોષ્ટકો પણ આવી રીતે શીખવી શકાય.

વિવિધ અંક લખવાની રીતિ.

વ્યાખ્યાન પદ્ધતિએ નીચે આપેલી ત્રણ રીતો શીખવી પાકી કરાવવી.

૧. દરેક પરિમાણના નામનો પહેલો અક્ષર લખીને નીચે તે પરિમાણનો આંકડો લખવો જેમકેઃ—

રૂ.	આ.	પા.	તો.	ગ.	વા.	ર.
૧૨	૭	૫	૩;	૧	૧૨	૨.

૨. કેટલીક વખત એક હારમાંજ પરિમાણનો અંક પ્રથમ લખી તેની જોડે તે પરિમાણનો પહેલો અક્ષર લખાય છે. જેમ, ૫રૂ. ૭આ. ૫ પા.

૩. ભારે પરિમાણ જે હોય તેનું નામ આખું કે તેનો પહેલો અક્ષર લખી પછી તે પરિમાણનો અંક માંડવો, અને બાકીનાં હલકાં પરિમાણ અનુ-

ક્રમે આડી લીટી દોરી લખાય છે. જેમ, રૂ. ૧૧—૭—૩ એટલે ૧૧ રૂ-પિઆ ૭ આના ૩ પાઇ.

ઉતરતી ભાંજણી.

૧. બજારમાં એક રૂપિઓ લઇને ગયાતો કેટલા આના મળે ? ૧૬. ત્યારે ૧ રૂપિઓ ને ૧૬ આનામાં કાંઇ ફેર ? ના. કેમ રૂપિઓ તો એક છે ને આના તો ૧૬ છે ? નહિ સાહેબ ૧૬ આના તો નાના ભાગ છે. ૨ રૂપિઆના આના કેટલા ? ૭ રૂપિઆના કેટલા ? આનાની પાઇ કેટલી ? ૧૨. પાંચ આનાની કેટલી ? ૭ આનાની કેટલી ? ૧ રૂપિઆની કેટલી ? ગણના શેર ? ૪૦. બે મણના ? ૮૦. બે મણ ને ૮૦ શેરમાં કાંઇ ફેર ? ના. કેમ ? શેર એતો હલકું વજન છે. આવી જાતના હિસાબને ભાંજણીના હિસાબ કહેછે. પણ આ હિસાબોમાં રૂપિઆમાંથી આના કરવા, એ તેથી હલકા છે; તેમ મણમાંથી શેર કરવા, એ પણ હલકા છે. તેથી **મોટા પરિમાણમાંથી હલકા પરિમાણમાં લાવવાની રીતને ઉતરતી ભાંજણી કહેછે.**

૨. **ઉતરતી ભાંજણી ગુણાકારથી થાય**:—૧ રૂપિઆના આના કેટલા ? ૧૬. બે રૂપિઆના? ૩૨. ત્રણ રૂપિઆના? ૪૮. ૪ રૂપિઆના? ૬૪. રૂપિઆના આના કરવા હોય તો શું કરવું? સોળે ગુણવા. ત્યારે ઉતરતી ભાંજણીના હિસાબ કઇ રીતથી થાય ? ગુણાકારથી.

૩. ઉતરતી ભાંજણીના દાખલામાં હમેશાં પાયરીબંધ ચડવું. રૂપિઆ, આના, પાઇઓની પાઇઓ કરવામાં નીચેને ક્રમે શીખવવું. તેવીજ રીતે બીજાં કોષ્ટકોમાં પણ ચાલવું.

अ. રૂપિઆના આના, તેમજ આનાની પાઇઓ કરાવવી.

ब. રૂપિઆ આનાના આના, તેમજ આના પાઇની પાઇઓ કરાવવી.

क. રૂપિઆ, આના, પાઇની પાઇઓ કરાવવી. (નીચેનો દા. જુઓ).

૪. ૫ રૂ. ૮ આ. ૯ પાઇની પાઇઓ કરો ?

```
રૂ. આ. પા.
 ૫—૮—૯
×૧૬
 ૮૦ આના.
+ ૮ આના.
 ૮૮ આના.
×૧૨
૧૦૫૬ પાઈ.
+  ૯ પાઇ.
૧૦૬૫ પાઇ.
```

આમાં રૂપિઆથી ઉતરતું કયું પરિમાણ છે? આના. માટે આના કરવા સારૂ શું કરવું? સોળે ગુણવા. તેથી ૮૦ આના આવ્યા. તેમાં કેટલા આના ઉમેરવા? ૮. તેથી કેટલા થયા? ૮૮. હવે તેથી ઉતરતું પરિમાણ પાઇ તે કરવા કેટલાએ ગુણવા? બારે. તેથી ૧૦૫૬ પાઇ આવી. તેમાં શું ઉમેરવું? ૯ પાઇ. કેટલી થઈ? ૧૦૬૫ પાઇ.

ય. જૂદી જૂદી જાતના દાખલાઓની વિશેષ રીતો પાકી થયા પછી સામાન્ય રીત કહાવવી. **રીતિઃ**—ભારે પરિમાણને પાસેના હલકા પરિમાણનું રૂપ ગુણાકારથી આપવું; ગુણાકાર જે પરિમાણનો આવે, તેમાં તે જાતનું મેળવવાનું હોય તો મેળવવું; પછી તેનાથી ઉતરતા પરિમાણનું રૂપ આપવું; એમ માગેલું પરિમાણ આવે ત્યાંસુધી કરતાં જવું.

ચડતી ભાંજણી.

૧. હું તમને ૧૨ પાઇ આપું, તો તમે મને કેટલા આના આપશો? ૧. (એક નાના છોકરાને) વારૂ મગન હું તમને પાઇ તો ૧૨ આપું ત્યારે તમે મને એકજ આનો કેમ આપો? સાહેબ પાઇઓ નાની છે અથવા હલકી છે, અને આનો મોટો છે. સારૂં. ૨૪ પાઇના આના કેટલા? ૨. ૩૬ પાઇના? ૩. ૧૬ આના આપું તો કેટલા રૂપિઆ આપશો? ૧. કેમ? રૂપિઆની કિંમત વધુ છે, ને આનાની થોડી છે. બહુ સારૂં. ૪૦ શેર ચોખા એક કાટલે જોખવા હોય, તો કયું કાટલું મૂકવું? મણિકો. ભારે કાટલું કયું? મણિકો. ત્યારે યાદ રાખો **હલકા પરિમાણને ભારે પરિમાણનું રૂપ આપવું, તેને ચઢતી ભાંજણી કહેછે.** (પાટીયાપર લખી મહેતાજીએ કહીને સંયુક્ત જવાબ લેવો).

૨. ચઢતી ભાંજણીના હિસાબ ભાગાકારથી થાયછેઃ—૧૬ આનાના રૂપિઆ કેટલા? ૧. ૩૨ આનાના? ૨. ૪૮ આનાના? ૩. ૬૪ આનાના? ૪. આનાના રૂપિઆ કરવા હોય તો શું કરવું? ૧૬એ ભાગવા. ત્યારે ચઢતી ભાંજણીના હિસાબ કઇ રીતથી થાય? ભાગાકારથી.

૩. ચઢતી ભાંજણીના હિસાબમાં હમેશાં પાયરીબંધ ચડવું. રૂપિઆ, આના, પાઇઓના રૂપિઆ કરવામાં નીચેને ક્રમે શીખવવું. તેવીજ રીતે બીજાં કોષ્ટકોમાં પણ ચાલવું.

अ. પાઇઓના આના. તેમજ આનાના રૂપિઆ કરાવવા.

ब. પાઇઓના આના કરી રૂપિઆ કરાવવા. (દા. ૧લો જુઓ).

क. રૂપિઆ, આના, પાઇના રૂપિઆ કરાવવા. (નીચેનો બીજો દાખલો એ રીતનો જુઓ).

૪. દા—૧. ૫૭૬ પાઇના રૂપિઆ કરો?

૧૨) ૫૭૬ પાઇ.
૧૬) ૪૮ આના.
૩ રૂપિઆ.

કેટલી પાઇનો રૂપિઓ? ૧૯૨ પાઇનો. તેમ કરવા સારૂ શું કરવું? ૧૯૨એ ભાગવા. પણ એ ભાગાકર બહુ મોટો થશે, માટે પહેલું પાઇથી મોટું પરિમાણ કયું? આના. આના કરવા સારૂ કેટલાએ ભાગવા? બારે. બારે ભાગતાં કેટલા આના આવ્યા? ૪૮. હવે કેટલા આનાનો રૂપિઓ થાય? ૧૬. તેથી શું કરવું? સોળે ભાગવા. એટલે કેટલા રૂપિઆ આવ્યા? ત્રણ.

દા-૨. એક માણુસની પાસે ૧૨૦ પાવલીઓ, ૧૬ બેઆનીઓ, અને ૩૪ પૈસા છે; તેના રૂપિઆ કેટલા?

૮) ૩૪ પૈસા
૪ બેઆની-૨ પૈસા.
૧૬ બેઆની.
૨) ૨૦ બેઆની.
૧૦ પાવલી-૦બેઆની.
૧૨૦ પાવલી.
૪) ૧૩૦ પાવલી.
૩૨ રૂપિઆ-૨ પાવલી.

આ હિસાબ કરવા સારૂ જુઓ આમાં સૌથી નાનું પરિમાણ કયુંછે? પૈસા. તેથી ચડતું? બેઆની. તેથી ચડતું? પાવલી. ત્યારે પૈસાની બેઆની કરવા કેટલાએ ભાગવા? આઠે. આઠે ભાગતાં ૪ બેઆની આવી ને ૨ પૈસા વધ્યા. હવે ૪ બેઆનીમાં મેળવવા તેની જાતનું કંઇ છે? હા. ૧૬ બેઆની. તે ઉમેરતાં કેટલી આવે? ૨૦ બેઆની. કેટલી બેઆનીની પાવલી? બે. તેથી શું કરવું? બેએ ભાગવા. એટલે ૧૦ પાવલી આવી. તેમાં તેની જાતના અંક કયાછે? ૧૨૦. પાવલી. તે મેળવો એટલે કેટલી પાવલી થશે? ૧૩૦. હવે શુ કરવું? ચારે ભાગી રૂપિઆ. તેથી જવાબ ૩૨ રૂા. ૨ પાવલી ૨ પૈસા આવ્યો.

૫. જૂદી જૂદી જાતના દાખલાઓની વિશેષ રીતો પાકી થયા પછી સામાન્ય રીત કઢાવવી. **રીતઃ—**આપેલા નાના પરિમાણુને તેનાથી ભારે પરિમાણુનું રૂપ આપવું, ને શેષ વધ્યા હોય તો તેની જોડે—લીટી દોરી લખવા. જવાબમાં તેની જાતના અંક મેળવવા, પછી ઉપર મુજબ કરવું. એમ માગેલું પરિમાણુ આવે, ત્યાંસૂધી ભાગાકાર કરતાં જવું. છેવટનો ભાગાકાર અને તેના તથા તે ઉપરના બધા શેષ આડી લીટીમાં લખવા. (દરેક પરિમાણુ સાથે નામ લખાવવું).

વિવિધ પરિમાણોના સરવાળા.

વિવિધ સરવાળાની રીત સાદા સરવાળાના જેવીજ છે, ફેરમાત્ર વધ્યા કાઢવામાંજ છે; માટે પ્રથમ સાદા સરવાળાની રીત ઝૂંક સવાલે પૂછી જવી.

૧. વધ્યા ન નીકળે તેવા સરવાળાઃ—રૂ. ૬-૫-૪+ રૂ. ૮-૩-૨ આ રકમો તમે વાંચો? વાંચી. તેનો શું કરવાનોછે? સરવાળો. સરવાળો કેવી રકમોનો થાય? સજાતિયનો. તેને માટે આપણે સાદા સરવાળામાં શું કરતા હતા? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે, એવી રીતે રકમો એક નીચે એક માંડશો. ત્યારે અહીં પણ આપણે રકમો કેમ ગોઠવવી? એક નીચે એક. કેવી રીતે? રૂપિઆ નીચે શું આવે? રૂપિઆ. આના નીચે? આના. પાઇ નીચે? પાઇ. એમ રકમો ગોઠવાવી પછી પૂછવું, કે સાદા સરવાળામાં આપણે પ્રથમ શાનો સરવાળો કરીએ છીએ? એકમનો. તેમ

રૂ.	આ.	પા.
૬	૫	૪
૮	૩	૨
૧૪	૮	૬

અહીં પ્રથમ શાનો સરવાળો કરીશું ? પાઇનો. શામાટે ? અહીં હલકું પરિમાણુ કયુંછે? પાઇ. માટે તેનો સરવાળો પ્રથમ કરવો. તમે પાઇનો સરવાળો કશનો ? ૪ને ૨ ૭. તે પાઇ નીચે લીટી દોરીને માંડી. હવે શાનો સરવાળો કરવો ? આનાનો. કેટલા થયા ? ૮. તે આના નીચે માંડયા. હવે...રૂપિઆનો સરવાળો કરવો. કેટલા થયા ? ૧૪. તે રૂપિઆ નીચે માંડયા. કેટલો જવાબ આવ્યો? રૂ. ૧૪-૮-૬.

૨. **વધ્યા નીકળે તેવા સરવાળા:**—પ્રથમ રકમો વંચાવી પછી પૂછવું કે આમાં પ્રથમ શાનો સરવાળો લેવો ? પાઇનો. કેટલી થઇ ? ૧૯. સાદા સરવાળામાં એકમનો સરવાળો ૧૦ કે તેથી વધારે થતો, તો શું કાઢતા ? વધ્યા. તેમ અહીં પણ શું કાઢવા જોઇએ ? વધ્યા. સાદા સરવાળામાં એકમમાંથી વધ્યાના શું કાઢતા ? દશક. કેમ ? એકમ જોડે દશક હોયછે માટે. તેમ અહીં પાઇમાંથી શું કાઢશો ? આના. શામાટે ? પાઇ જોડે આના છે માટે. આનામાંથી શું કાઢશો? રૂપિઆ. કેમ ? આના જોડે રૂપિઆ છે માટે. બરાબર યાદ રાખજો કે **વિવિધ પરિમાણોના સરવાળામાં વધ્યા પાસેના ભારે પરિમાણુના કઢાય.** ચાલો આ હિસાબમાં પાઇ કેટલી થએલીછે? ૧૯. તેના આના કરો ? ૧ આનો ૭ પાઇ. તેમાંથી ૭ પાઇ પાઇ નીચે માંડી. વધ્યાનો ૧ આનો શેમાં ભેળવવો? આનામાં. આનામાં ભેળવી સરવાળો કરો. કેટલા આના થયા ? ૩૦. તેમાંથી શું કાઢવું ? રૂપિઆ. રૂપિઆ કરો ? ૧ રૂ. ૧૪ આના. ૧૪ આના આના નીચે માંડયા. વધ્યાનો ૧ રૂપિઓ શેમાં ભેળવવો ? રૂપિઆમાં. કેટલા થયા ? ૨૪૧. રૂપિઆ નીચે માંડી જવાબ વાંચો ? રૂ. ૨૪૧-૧૪-૭.

રૂ.	આ.	પા.
૧૭૮	૧૩	૮
૫૫	૧૨	૬
૭	૪	૫
૨૪૧	૧૪	૭

૩. ઉપર મુજબ કેટલાક દાખલા શીખવ્યા પછી દાખલો લેઇ તેમાંથી રીત નીચે મુજબ કઢાવવી. **રીતિ:**—સજાતિય અંક નીચે સજાતિય અંક આવે એવી રીતે રકમો ગોઠવવી. પછી સજાતિય રકમોનો સરવાળો લેઇ તેમાંથી તેની પાસેના ભારે પરિમાણુના વધ્યા નીકળે તો કાઢવા, ને તેની જાતમાં ઉમેરતાં જવું. બાકી વધે તે હલકા પરિમાણુ નીચે મૂકવી. જવાબ જુદો જણાવા વચમાં લીટી દોરવી.

☞ ધોરણમાં ચાલવાનાં પરિમાણોના દાખલાજ અંકગણિતમાંથી કે મોંએ આપી ગણાવવા, ને રીત પાકી કરાવવી. એક પરિમાણુના સરવાળા પાકા આવડયા પછી બીજા પરિમાણુના લેવા.

વિવિધ પરિમાણોની બાદબાકી.

સાદી બાદબાકીની રીત પૂછી જવી.

૧. વધ્યા લેવા ન પડે તેવી બાદબાકી:—રૂ ૫-૬-૪—રૂ ૩-૩-૧ આ રકમો વાંચો? વાંચી. તેની શું કરવાની છે? બાદબાકી. બાદબાકી કેવી રકમોની થાય? સજાતિયની. તમે તેને માટે સાદી બાદબાકીમાં શું કરતા? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે, એવી રીતે મોટી રકમ નીચે નાની રકમ માંડતા. ત્યારે અહીં પણ રકમો કેમ ગોઠવવી? રૂપિઆ નીચે રૂપિઆ, આના નીચે આના, અને પાઈ નીચે પાઇ આવે એમ મોટી રકમ નીચે નાની રકમ માંડવી. એમ ગોઠવાવી પછી પૂછવું કે સાદી બાદબાકીમાં પ્રથમ આપણે શાની બાદબાકી કરીએ છીએ? એકમની. પછી? દશકની. તેમ અહીં પ્રથમ શાની બાદબાકી કરશો? પાઇની. પછી? આનાની. પછી? રૂપિઆની. તે પ્રમાણે બાદબાકી કરી જવાબ કઢાવવો. બાદબાકી જૂદી જણાવા માટે શું કરીએ છીએ? વચમાં આડી લીટી દોરીએ છીએ.

રૂ.	આ.	પા.
૫	૬	૪
૩	૩	૧
૨	૩	૩

૨. વધ્યા લેવા પડે તેવી બાદબાકી:—રૂ.૫-૧૫-૨—રૂ ૩-૮-૧૧ રકમો વંચાવી ગોઠવાવ્યા પછી પૂછવું કે પહેલી બાદબાકી શાની કરવી? પાઈની. ૨ પાઇમાંથી ૧૧ પાઇ જશે? ના. સાદી બાદબાકીમાં મોટી રકમના એકમમાંથી નાની રકમનો એકમ બાદ નહોતો જતો તો શું કરતા? મોટી રકમના દશકમાંથી ૧ દશક ઉછીનો લેતા. ત્યારે અહીં શેમાંથી ઉછીનો લેશો? મોટી રકમના આનામાંથી. કેટલા આના ઉછીના લઇશું? ૧ આનો. તેની પાઇ કેટલી? ૧૨. તેમાં ૨ પાઇ ઉમેરી તો કેટલી થઇ? ૧૪. ૧૪માંથી ૧૧ પાઇ ગઇ તો બાકી કેટલી પાઇ રહી? ૩. તે પાઇ નીચે લીટી દોરી માંડી. મોટી રકમના આના કેટલા રહ્યાછે? ૧૪. કેમ? ૧ આનો ઉછીનો લીધેલોછે. તેમાંથી કેટલા આના બાદ કરવાછે? ૮. ૧૪ માંથી ૮ બાદ કરવાને બદલે શું કરીએ તો ચાલે? સાદી બાદબાકીમાં શું કરતા? નીચેના અંકમાં ૧ ઉમેરતા હતા, ને ઉપરનો...અંક કાયમ રાખતા હતા. તેમ અહીં મથાળે ૧૫ કાયમ રાખી વધ્યાનો ૧ આનો ૮ માં ઉમેરી ૯ બાદ કર્યા તો...૬ આના રહ્યા તેને આના નીચે મૂક્યા. હવે ૫ રૂ માંથી ૩ રૂ. જતાં ૨ રહ્યા તે રૂપિઆ નીચે મૂકયા. એટલે જવાબ કેટલો આવ્યો? રૂ. ૨-૬-૩.

રૂ.	આ.	પા.
૫	૧૫	૨
૩	૮	૧૧
૨	૬	૩

☞ આ પગથીઊં હજી છોકરાંને અઘરૂં પડે તેમ છે; માટે ફક્ત આનામાંથી વધ્યા લેવા પડે, તેવા દાખલા પાકા થયા પછી રૂપિઆ અને આનામાંથી વધ્યા લેવા પડે, તેવા દાખલા લખાવવા, એક પરિમાણ પાકું આવડે, ત્યારે બીજું ચલાવવું.

૩. ઉપર મુજબ કેટલાક દાખલા શીખવ્યા પછી એક દાખલો લેઇ તેમાંથી રીત કઢાવવી. **રીતિ:**—સજાતિય અંક નીચે સજાતિય અંક આવે,

એમ મોટી રકમ નીચે નાની રકમ માંડવી. પછી બાદબાકી કરતાં ઉપરના અંકમાંથી નીચેનો અંક બાદ ન જાય, તો તેની પાસેના મોટા પરિમાણમાંથી વધ્યા લેવા; ને તે વધ્યાના અંકની બાદબાકી કરતી વખતે નીચેના અંકમાં તે વધ્યા ઉમેરી ઉપરનો અંક કાયમ રાખી બાદબાકી કરવી, જવાબ જૂદો જણાવા વચમાં લીટી દોરવી.

વિવિધ પરિમાણોના ગુણાકાર.

૧. ૧૨×૭=૮૪. હવે બાર ગુણ્યને એકદમ ગુણવાને બદલે તેના કોઇ પણ (૮+૪) બે ભાગ કરીએ. અને એ ભાગોને ગુણકે ગુણી ગુણાકારનો સરવાળો કરીએ તોપણ ૮×૭=૫૬, ને ૪×૭=૨૮: તેથી કુલ ૫૬+૨૮=૮૪ થઇ રહેશે. માટે ગુણ્યને એકદમ ગુણવાને બદલે તેના ભાગોને ગુણકે ગુણી ગુણાકારનો સરવાળો લઇએ, તોપણ ચાલે. આ રીત છોકરાં સાદા ગુણાકારમાં પણ શીખી ગયાંછે તે યાદ દેવડાવવી, ને આજ નિયમ પ્રમાણે નીચેના દાખલા શીખવવા.

૨. રૂ. ૨૨-૨-૩×૫. આ દાખલો વાંચો? વાંચ્યો. તેનો શું કરવાનો છે? ગુણાકાર. સાદા ગુણાકારમાં રકમો કેમ માંડતા? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે, એવી રીતે ગુણ્ય નીચે ગુણક માંડતા. તેમ આમાં ગુણ્ય નીચે ગુણક માંડવા પણ ગુણકનો આંકડો જમણા હાથ તરફ લખવો.

રૂ.	આ.	પા.
૨૨-	૨-	૩
		૫
૧૧૦-	૧૧-	૩

તે પ્રમાણે રકમો ગોઠવાવી પૂછવું કે-સાદા ગુણાકારમાં ગુણ્યને ગુણકે ન ગુણતાં શાને ગુણીએ તોપણ ચાલે? ગુણ્યના ભાગોને. પછી શું કરીએ છીએ? ગુણાકારનો સરવાળો. તેમ અહીં ગુણ્ય રકમના ત્રણ ભાગ ૩ પાઇ, ૨ આના, ને ૨૨ રૂપિઆને પાંચે ગુણી ગુણાકારનો સરવાળો કરીએ તોપણ ચાલે. હવે પ્રથમ ૩ પાઇ×૫=૧૫ પાઇ આવી, તેમાંથી ૧ આનો વધ્યાનો કાઢી બાકીની ત્રણ પાઇ લીટી દોરી પાઇ નીચે મૂકી, પછી ૨ આના×૫=૧૦ આનામાં વધ્યાનો ૧ આનો ઉમેરી ૧૧ આના. થયા તે આના નીચે મૂકયા, અને પછી ૨૨ રૂ ×૫=૧૧૦ રૂ. આવ્યા તે રૂપિઆ નીચે મૂકયા, તેથી કુલ જવાબ રૂ. ૧૧૦-૧૧-૩. એક પરિમાણ પાકું આવડે બીજું પરિમાણ ચલાવવું.

૩. ઉપર મુજબ કેટલાક દાખલા શીખવ્યા પછી ૧ દાખલો લેઇ તેમાંથી નીચે મુજબ રીત કઢાવવી. રીતિઃ—ગુણ્ય નીચે ગુણક જમણા હાથ તરફ લખવો, પછી લીટી દોરી પ્રથમ હલકી જાતના પરિમાણને ગુણકે ગુણી તેમાંથી તેની પાસેના ભારે પરિમાણના વધ્યા નીકળે તો તે કાઢવા, ને બાકી વધે તે નીચે મૂકવા. ત્યારપછી વધ્યાની જાતના પરિમાણને ગુણી તેમાં વધ્યા ઉ-

એરી તેમાંથી તેની પાસેનું ભારે પરિમાણ નીકળે તેા કાઢવું ને બાકી વધે તે નીચે મૂકવા. આ પ્રમાણે છેવટ સૂધી કર્યાં જવું.

☞ સાદા ગુણાકારની માફક અવયવ પાડી ગુણાકાર પણ ચલાવવા. દાખલાની રીત સંપૂર્ણ રખાવવી. કેમકે કેટલાંક ફકત જવાબજ રાખેછે, અને ગુણાકાર કરી ચડતી ભાંજણી કરેલી ભુંશી નાંખેછે, તેમ કરવા ન દેવું.

વિવિધ પરિમાણેાના ભાગાકાર.

વિવિધ અંકોને સાદી સંખ્યાએ ભાગવા વિષે.

૧. ૪૮÷૪=સામટા ભાગાકાર મેાઢેથી કહેા? ૧૨. તેમ કરવાને બદલે ૪૮ના બે ભાગ (૪૦+૮) કરીને ભાગીએ તેા? ૪૦÷૪=૧૦ અને ૮÷૪=૨. પછી ભાગાકારને સરવાળેા લઇએ તેા? ૧૦+૨=૧૨ આવી રહ્યા. માટે ભાજ્યને એકદમ ભાગવાને બદલે તેના ભાગેાને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનેા સરવાળેા લઈએ, તેાપણ ચાલે. આ રીત છેાકરાં સાદા ભાગાકારમાં પણ શીખી ગયાંછે તે યાદ દેવડાવવી, ને આજ નિયમપ્રમાણે નીચેના દાખલા શીખવવા.

૨. રૂ. ૭૭-૧૦-૧÷૫ આ દાખલેા વાંચેા? વાંચ્યેા. તેનેા શું કરવાનેા છે? ભાગાકાર. સાદા ભાગાકારમાં રકમેા કેમ માંડતા? ભાજ્યની ડાબી બાજુએ અળાયેા કરી ભાજક, ને જમણી બાજુએ અળાયેા કરી ભાગાકાર લખતા; તેમ આમાં પણ કરાયછે, એમ કહી રકમેા ગેાઠવાવી પૂછવું કે—

```
   રૂ. આ. પા.        રૂ. આ  પા.
૫) ૭૭-૧૦-૧        (૧૫-૮-૫ જવાબ.
   ૫
   ૨૭
   ૨૫
   ૦૨ રૂ.
  ×૧૬
   ૩૨ આના.
  +૧૦ આના
   ૪૨ આના.
   ૪૦
   ૦૨ આના.
  ×૧૨
   ૨૪ પાઇ.
  + ૧ પાઇ.
   ૨૫ પાઈ.
   ૨૫
   ૦૦
```

સાદા ભાગાકારમાં ભાજ્યને ભાજકે ન ભાગતાં શાને ભાગીએ તેાપણ ચાલેછે? ભાજ્યના ભાગેાને. પછી શું કરીએ છીએ? ભાગાકારનેા સરવાળેા. તેમ અહીં ભાજ્ય રકમના ત્રણ ભાગ ૭૭ રૂ, ૧૦ આના ને ૧ પાઇને પાંચે ભાગી ભાગાકારનેા સરવાળેા લઇએ તેાપણ ચાલે. માટે પ્રથમ આમાં ૭૭ રૂ. ને પાંચે ભાગતાં ૧૫ રૂ. આવ્યા, ને ૨ રૂપિઆ વધ્યા. તેના ૩૨ આના ને ભાજ્યના ૧૦ આના ગળી ૪૨ આના થયા, તેને પાંચે ભાગતાં ૮ આના આવ્યા, ને ૨ આના વધ્યા તેની પાઇ ૨૪ ને ભાજ્યની એક પાઇ મળી ૨૫ પાઇ થઇ, તેને પાંચે ભાગતાં ૫ પાઇ આવી. એટલે જવાબ રૂ. ૧૫-૮-૫. એક પરિમાણ પાકું આવડે એટલે બીજું પરિમાણ ચલાવવું.

૩. ઉપર મુજબ કેટલાક દાખલા શીખવ્યા પછી ૧ દાખલેા લેઇ તેમાંથી નીચે મુજબ રીત કઢાવવી. રીતિઃ— ભાજ્યની ડાબી બાજુએ અળાયેા કરી ભાજક લખવેા. પછી પ્રથમ ભાજ્યના ભારે અંકને ભાગવા. ભાગાકાર

આવે તે ભાજ્યની જમણી બાજુએ અળાયો કરી લખવો. શેષ વધે તેને ઉતરતા પરિમાણમાં લાવી તેની જાતનો અંક ભાજ્યમાં હોય તો મેળવવો. પછી ભાગ ચલાવવો. એમ છેવટ સુધી કરવું.

૪. અવયવ પાડીને ભાગાકાર કરતાં શીખવવા વિષેઃ— સામગ ભાજકે ભગાવવા, ને અવયવ પાડીને ભગાવવા. બંને રીતે એકજ જવાબ આવેછે, એમ ખાત્રી કરાવી અવયવવાળી રીત પાકી કરાવવી. જેમ, ૨૪ ખુરશીના રૂા. ૪૮-૧૪-૦ તો ૧ ખુરશીનું શું ? ઉપરની લાંબી રીતે ભાગાકાર કરતાં ૧ ખુરસીના રૂ ૨-૦-૭ આવશે, અને ૨૪ના અવયવ ૪×૬ છે. માટે પ્રથમ ચારે ભાગતાં ૬ ખુરસીના કીમત આવશે, ને તેને ૬ એ ભાગતાં ૧ ખુરસીની કીમત નીકળશે.

રૂ. આ. પાઇ.
૪) ૪૮—૧૪—૦
૬) ૧૨— ૩—૬ છ ખુરસીની કિંમત.
૨— ૦—૭ એક ખુરસીની કિંમત જવાબ.

વિવિધ અંકને વિવિધ અંકે ભાગવાનું.

૧. સજાતિય પરિમાણોનો ભાગાકાર થાય તે વિષેઃ— ૨૦ રૂપિઆમાં ૫ શેર કેટલી વાર છે, એમ બોલાય ? ના. કેમ બોલાય ? ૨૦ રૂપિઆમાં ૫ રૂપિઆ કેટલી વાર છે એમ બોલાય. બોલો ત્યારે ભાગાકારમાં ભાજ્ય ભાજક કેવી જાતના જોઈએ ? એક જાતના. રૂપિઆમાંથી શાના ભાગ થાય ? રૂપિઆના. શેરમાંથી...શેરના. હવે બોલો. ૨૦ રૂપિઆમાં ૫ રૂપિઆ કેટલી વાર છે ? ૪ વાર. શું કરવાથી નીકળ્યા ? ૨૦ રૂ. ને ૫ રૂપિએ ભાગ્યાથી. ભાગાકાર શો આવ્યો ? ૪. એ શું કહેવાય ? રૂપિઆ કહેવાય ? ના. એતો સાદી* સંખ્યા કહેવાય. ૧૨ પૈસામાંથી ચાર ચાર પૈસાની કેટલી ઢગલીઓ થાય? ૩. ત્રણ શું કહેવાય ? ઢગલીઓ. પૈસા કહેવાય ? ના. આવી રીતે સજાતિય પરિમાણોનો ભાંગાકાર કરવાથી સાદી સંખ્યા ભાગાકારમાં આવે તે બતાવવું.

૨. ૨૦ નગદ રૂપિઆમાંથી આઠ આઠ આનાની ઢગલીઓ કરો ? કરી શકશો ? ના. શું કરો તો થાય ? રૂપિઆને વટાવી આના કરી લાવીએ તો. ચાલો આના લાવ્યા તો કેટલા આવશે ? ૨૦× ૧૬=૩૨૦ આના. હવે શું કરશો ? ૩૨૦ને ૮એ ભાગીશું. એટલે શો જવાબ આવશે ? ૪૦. બોલો ત્યારે સજાતિય પરિમાણોનો ભાગાકાર કરતી વખત શું કરવું ? ભાજ્ય ભાજક બંનેને એકજ નામનું રૂપ આપવું.

---

* આ ઠેકાણે સાદી ને વિશેષ સંખ્યાનો ભેદ સમજાવવો.

દા. રૂ. ૯૯૨-૧૧-૦ ÷ રૂ ૩૫-૭-૩. ઉતરતી ભાંજણી રીતે બંનેની પાઇઓ કરાવી તો ભાજ્યની પાઈ ૧૯૦૫૯૬માંથી ભાજકની પાઇ ૬૮૦૭ કેટલી વાર છે આવું દાખલાનું રૂપ થયું, માટે ૧૯૦૫૯૬ને ૬૮૦૭એ ભાગતાં જવાબ ૨૮ આવ્યો. (પાટીયામાં બરાબર ગણી બતાવવો).

આખુપાણનાં અપૂર્ણાંક.

૧. કોઇ વસ્તુના ચોથા ભાગ લખતાં વાંચતાં શીખવવા વિષે:—એક આખો કાગળ વર્ગને બતાવી, તેના ચાર સરખા ભાગ કરી, તેમાંનો એક ચોથો ભાગ લઇ કહેવું કે તમે તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{1}{4}$. તમે વાંચી બતાવો? એક ચતુર્થાંશ. $\frac{1}{4}$ એટલે શું? એક વસ્તુના ૪ સરખા ભાગ કરી એક લેવો તે. $\frac{1}{4}$ને આપણા વેપારી લોક કેમ લખેછે? જ. ના. એમાં પૂર્ણાંક છે? ના. ત્યારે પૂર્ણાંક નથી માટે તેનું ૦ મીડું મૂકેછે. એમાં કેટલા ચોથા ભાગ છે? એક. માટે તેની એક ઊભી પાણ કરેછે. તેથી એક ચોથો ભાગ ૦। આમ લખાયછે. એને બોલવામાં **પા** કહેછે. આ રીતે $\frac{1}{4}$=૦।(પા) લખતાં બોલતાં શીખવવો. તેવીજ રીતે બે ચોથા ભાગ બતાવી $\frac{2}{4}$=૦।। (અર્ધો), ત્રણ ચોથા ભાગ બતાવી $\frac{3}{4}$=૦।।। (પોણો) એટલે (પા+ઉણો=અધુરો) એકમાંથી પા ઓછો લખતાં બોલતાં શીખવવો. ચાર ચોથા ભાગે કેટલા થાય? ૧. માટે $\frac{4}{4}$=૧ (એક) આમ લખાય બોલાયછે. વચમાં વચમાં સવાલ પૂછવા કે મીડું શાને માટે મૂકાયછે? ઊભી પાણ શું બતાવેછે? પોણામાં કેટલી ઊભી પાણ જોઇએ? શા માટે? કયા લોકો આમ લખેછે? ઇ૦.

૨. પૂર્ણાંક સાથે ચોથા ભાગ લખવા બોલવાની રીતિ:—બે કાગળ સાથે કાગળનો એક ચોથો ભાગ લખવો હોય, તો મીડાને ઠેકાણે બગડો લખવો; ઉપર એક ચોથા ભાગની એક ઊભી પાણ કરી **૨।** લખવા. આને બોલવામાં **સવાબે** કહેછે. ત્રણ કાગળ સાથે એક ચોથો ભાગ લખવો હોય તો કેમ લખાય? **૩।.** કેમ બોલાય? **સવા ત્રણ.** બીજાં કેટલાંક ઉદાહરણ લેઇ કહેવું કે હરકોઇ અંક સાથે એક પાણ હોય, તો પ્રથમ સવા કહી તે અંક બોલાયછે. **सपा** (સં. શ.) ઉપરથી સવા. (**स**=સાથે+ **पा**=ચોથો ભાગ) એટલે ચોથા ભાગ સાથે એવો અર્થ થાયછે. પણ એકડા ઉપર પાણ હોય તો ફક્ત સવા કહેવાયછે. સવા એક એમ બોલતા નથી.

ત્રણ કાગળ સાથે બે ચોથા ભાગ લખો? **૩।।.** આને બોલવામાં **સાડા ત્રણ** કહેછે. ચાર કાગળ સાથે બે ચોથા ભાગ લખો? **૪।।.** આને સાડા ચાર બોલવામાં કહે છે. કોઇ અંક સાથે બે પાણ હોય તો સાડા કહી તે અંક બોલાયછે. **सार्ध** (સં. શ.) ઉપરથી સાડા. (સ=સાથે+**अर्ध**=અરધો.) એટલે અડધા સાથે એવો અર્થ થાયછે. પણ ૧।। આને દોઢ, ને ૨।। આને અઢી કહેછે.

એક કાગળ સાથે ત્રણ ચોથા ભાગ હોય તો કેમ લખાય ? ૧॥. આને બોલવામાં પોણાબે કહેછે. બે કાગળ સાથે ત્રણ ચોથા ભાગ લખો ? ૨॥. આને બોલવામાં પોણાત્રણ કહેછે. કોઇ અંક સાથે ત્રણ પાણુ હોય તો પોણું કહી પછીનો અંક બોલેછે. જેમ પોણાત્રણ એટલે ત્રણથી પા ઓછો.

૩. $\frac{૧}{૧૬}$ અથવા પાનો પા લખવા વાંચવાની રીતિઃ—આ મારા હાથમાં કેટલો કાગળછે ? ૦।. જુઓ એના મેં કેટલા સરખા ભાગ કર્યા ? ૪. ૧ ભાગ લેઇને આ કેટલો કાગળ છે ? આખાં કાગળનો સોળમો ભાગ. પણ ૦। કાગળનો કેટલામો ભાગ ? ચોથો. ચોથા ભાગને આપણે શું કહીએ છીએ ? પા ભાગ. માટે આ કાગળ કેટલો કહેવાય ? પાનો પા ભાગ. તેજ પ્રમાણે પાટીયાપર એક આકાર ચીતરી તેના સરખા ચાર ભાગ કરી એક ભાગના વળી સરખા ચાર ભાગ કરી તેમાંનો એક ભાગ તે આખા આકારનો સોળમો ભાગ અથવા પાનો પા ભાગ કહેવાય તે સમજાવવું. રૂપિઆના સોળમા ભાગને આપણે શું કહીએ છીએ ? ૧ આનો. તેથી આપણા વેપારી લોકો હરકોઇ વસ્તુના સોળમા ભાગને ૧ આનો કહેછે. શું કહેછે ? ૧ આનો. પાટીયાપર ચીતરેલા આકારમાંથી ૧ આનો ભાગ બતાવો ? આ કાગળના ભાગમાંથી ૧ આનો ભાગ બતાવો ? એક ખેતરમાં ૧૬ માણસનો સરખો ભાગ હોય તો દરેકનો ભાગ કેટલો કહેવાય ? એક દુકાનમાં ૧૬ માણસનો સરખો ભાગ હોય તો દરેકનો ભાગ કેટલો કહેવાય ? વગેરે ઉદાહરણોથી એક આનો તે શું તે બરાબર સમજાવવું. એક આનો લખવાની રીત ધ્યાન આપો હું બતાવું. આમાં આખી વસ્તુ છે? ના, તેથી તેનું મીંડું મૂકવું; ચોથા ભાગ છે? ના. તેથી તેની પાસે અળાયો દોરવો; એટલે ૦) આવું રૂપ થયું. પછી ૧ આનો લખવા એક આડી પાણ કાઢવી. એટલે $\frac{૧}{૧૬}$ અથવા પાનો પા ૦)- **એક આનો** આગ લખાય બોલાય. તેવીજ રીતે બે સોળમા ભાગ બતાવી $\frac{૨}{૧૬}$ અથવા પાના બે પા ૦)= **બે આના,** ત્રણ સોળમા ભાગ બતાવી $\frac{૩}{૧૬}$ અથવા પાના ત્રણ પા ૦)≡ **ત્રણ આના** થાય, તે લખતાં બોલતાં શીખવવા. ચાર સોળમા ભાગે કેટલો ભાગ થાય? ૦।. માટે $\frac{૪}{૧૬}$ અથવા પાના ચાર પાએ ૦।પા લખાય બોલાયછે.

૪. આનાનો ચોથો ભાગ લખવા વાંચવાની રીતિઃ—આખા કાગળનો ૧૬મો ભાગ લઇ તેના સરખા ૪ ભાગ કરી તેમાંનો ૧ ભાગ લઇ પૂછવું કે આ કાગળ કેટલો કહેવાય? આખાનો ૬૪મો ભાગ. રૂપિઆના ૬૪મા ભાગને આપણા વેપારી લોકો શું કહે છે? પૈસો. ૧ પૈસો એટલે કેટલા આના? ૦।. માટે હરકોઇ વસ્તુના ૬૪મા ભાગને ૦। આનો કહેછે. બીજાં પણ ઉદાહરણ લેવાં. તે લખવા માટે તેમાં આખી વસ્તુ નથી માટે ૦, ચોથા ભાગ નથી માટે અળાયો, ૧૬મા ભાગ નથી માટે ૦, તેથી ૦)૦ આવું રૂપ થયું. પછી

એક ચોસઠમો ભાગ લખવા એક ઊભી પાણુ કરાય છે માટે ૦ા આનો ૦) ૦ા આમ લખાયછે. બે પા આના ૦)૦ાા (અર્ધો આનો), ત્રણ પા આના ૦) ૦ાાા (પોણો આનો)આમ લખાય બોલાયછે. પણ ચાર પા આને એક આનો થાય તે તો ૦)–આમજ લખાયછે.

૫. **આખું, પા, આના, પા આના સાથે લખવાની રીતિ:—** એક રૂપિઓ બે આના લખો? એમાં મોટું પરિમાણ રૂપિઓછે, તેથી એને પહેલો મૂકવો; ચોથા ભાગ નથી, માટે અળાયો કરવો; અને પછી બે આનાની બે આડી પાણુ કરવી. એટલે ૧)= આમ લખાય. સાડાત્રણ રૂપિઆ અર્ધો આનો લખો? એમાં ત્રણ આખા રૂપિઆછે માટે પહેલા લખ્યા, બે પાવલાંછે માટે બે ઊભી પાણુ, આનો નથી માટે મીડું, ને બે પા આના છે માટે બે ઊભી પાણુ કરતાં ૩ાા૦ાા આમ લખાય.

૬. રીતિ:—નીચે મુજબ સવાલ પૂછી કઢાવવી. આ અપૂર્ણાંક લખવામાં પ્રથમ કેવી સંખ્યા લખાય? આખી. નહોય તો...મીડું. ચોથા ભાગ કેમ લખાય? ઊભી પાણુથી, નહોય તો...અળાયો. સોળમા ભાગ કેમ લખાય? આડી પાણુથી. ન હોયતો...મીડું. ૬૪મા ભાગ કેમ લખાય? ઊભી પાણુથી. આગળ પણ આજ નિયમ પ્રમાણે લખાયછે એટલે ૬૪મા ભાગ ન હોય તો અંળાયો. ૨૫૬મો ભાગ લખવા આડી પાણુ, ન હોયતો મીડું. ૧૦૨૪મો ભાગ લખવા ઊભી પાણુ કરાયછે. **૨૫૬મો ભાગ આનાનો ૧૬મો ભાગ છે માટે તેને ઉપઆનો,** અને ૧૦૨૪મો ભાગ ઉપઆનાનો ૪થો ભાગ છે માટે તેને પા ઉપઆનો કહેછે. તે બરાબર સમજાવવું.

૭. **વ્યાખ્યા:**—૪, ૧૬, ૬૪, ૨૫૬, ૧૦૨૪, આવા ભાગો વેપારી લોકો આડી ને ઊભી પાણુથી લખેછે માટે એને કોઇ લોક **આણુપાણુના** કે **હિંદુ રીતના અપૂર્ણાંક** કહેછે.

૮. **વિવિધ પરિમાણોને આણુપાણુમાં લખવાની રીતિ:—** વ્યાખ્યાન પદ્ધતિએ નીચેની રીતે શીખવવી.

અ. પહેલું પદ જે જાતનું હોય તે જાત લખીને પછી આગળનાં પરિમાણ લખવાં. પાણો નહોય તો અળાયો, ને કોઇ પરિમાણ નહોય તો મીડું મૂકવું. જેમ, ગણુ ૧૫ાા ૭ા =ાા. મણુ ૯ાા ૦)=ાા. ખાંડી ૧૫ાા ૦) ૨ાા =ાા.

બ. શક પડે તો દરેક જાત જોડે તેનું નામ લખાય. જેમ રૂ. ૧૫ાાા ૨૭ાા દોકડા, તોલા ૧૪ાા ૧ાા વાલ. અથવા નવી પદ્ધતિ પ્રમાણે;

તોલા. વાલ.
૧૪ાા ૧ાા આમ પણ લખાય.

સૂચના:—રૂપિઆ સિવાયનાં વિવિધ પરિમાણોમાં ફક્ત અધોળ આડી

પાણુથી લખાયછે; કેમકે શેરનો ૪થો ભાગ પાશેર ઊભી પાણુથી, ને પાશેરનો ચોથો ભાગ અધોળ છે, તે આડી પાણુથી લખાયછે; તે પર વિદ્યાર્થીનું ખાસ લક્ષ ખેંચવું. બીજાં પરિમાણોમાં ફકત ચોથા ભાગ બતાવવાને ઊભી પાણુજછે.

આણુપાણુના સરવાળા.

૧. સાદા ને વિવિધ સરવાળાની પેઠે બધી રકમો, સજાતિય અંક ને પાણો એક નીચે એક આવે, એમ છોકરાં પાસે ગોઠવાવવી.

૨. પ્રથમ રૂપિઆના આણુપાણુવાળા સરવાળા શીખવવા. તેમાં દાખલા પાયરીબંધ લેવા. એટલે પ્રથમ રૂપિઆ ને પાવલાંના, પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આનાના; તે પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આના, ને પા આનાવાળા. વધ્યા લેવા માટે સમજાવવું, કે ચાર ઊભી કે આડી પાણે તેની પાસેનાજભારેઅંકનાર વધ્યા નીકળે, તે દાખલાઓમાં જેમ જેમ આવતું જાય, તેમ તેમ સમજાવતાં જવું.

૩. રૂપિઆના આણુપાણુના સરવાળા આવડયા પછી બીજા પરિમાણુના સરવાળા ચલાવવા. તેમાં વધ્યા ગણુવામાં છોકરાં ભૂલ કરેછે, તેપર ખાસ લક્ષ રાખવું. કોઈ પરિમાણુના પૂર્ણાંકમાંથી તેની પાસેના ભારે પરિમાણુની પાણો વધ્યા કાઢવા હોય, તો તે પરિમાણુની જે સંખ્યાથી તેની પાસેનું ભારે પરિમાણુ થાયછે, તેના ચોથા ભાગે એક પાણુ ગણવી. જેમ ૩૫ શેર હોય, તો ૩૦ શેરે મણુની ૩ પાણો વધ્યા ગણી ૫ શેર એ શેરમાં લખવા.

આણુપાણુની બાદબાકી.

આણુપાણુના સરવાળામાં બતાવ્યા પ્રમાણે મોટી રકમ નીચે નાની રકમ છોકરાં પાસે ગોઠવાવવી. દાખલાઓ પણ તેમાં બતાવ્યા મુજબ પાયરીબંધ લેવા.

આણુપાણુના ગુણાકાર.

૧. પ્રથમ ગુણ્યને પૂર્ણાંક ગુણકે ગુણતાં શીખવવું, તેમાં ગુણ્યની રકમ પણ પાયરીબંધ ચડતી લેવી. એટલે પ્રથમ રૂપિઆ ને પાવલાંવાળી; પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આનાવાળી; તે પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આના, ને પા આનાવાળી લેવી. આવા હિસાબોમાં ગુણ્ય રકમના જૂદા જૂદા ભાગો પડાવી પ્રથમ મોટા ભાગથી ગુણવાનું શરૂ કરાવી ગુણાકારનો સરવાળો કરાવવો એટલે જવાબ આવશે. જેમ—

૫।	૬।।।	૮।।=	૭।। ૦।।।
૮	૯	૧૨	૧૧
૪૦	૫૪	૯૬	૭૭
૨	૬।।।	૬	૫।।
૪૨	૬૦।।।	૧।।	૦।।૦।
		૧૦૩।।	૮૩)૦।

૨. ઉપલી રીતના દાખલા પાકા આવડયા પછી ગુણકમાં આણુપાણુ હોય તેવા દાખલા લેવા. તેમાં પણ ગુણક પાયરીબંધ ચડતો લેવો. એટલે પ્રથમ રૂપિઆ ને પાવલાંવાળો; પછી રૂપિઆ, પાવલાં ને આનાવાળો; તે પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આના ને પા આનાવાળો લેવો. આવા હિસાબોમાં ગુણકના જૂદા જૂદા ભાગો પડાવી પ્રથમ ગુણ્ય રકમને ગુણકના રૂપિઆએ, પછી પાવલાંએ, પછી આનાએ, અને છેવટે પા આનાએ ગુણાવવા. તે પછી બધા ગુણાકારનો સરવાળો લેવરાવવો, આવે તે જવાબ. આવા હિસાબોમાં ગુણક પરિમાણ હોય, ત્યારે તે અપૂર્ણાંક રૂપે છે એમ સમજવું. જેમ આને ગુણવાનું એટલે ૧૬ મા ભાગે ગુણવાનું, ૦। આને ગુંણવું એટલે ૬૪મા ભાગે ગુણવાનું સમજવું.

૩. રૂપિઆ કે આનાને રૂપિઆએ ગુણતાં રૂપિઆ કે આના આવે; કેમકે ગુણક સાદી સંખ્યા માની ગુણાકાર કરીએ છીએ. આના ને આનાનો ગુણાકાર ઉપઆના (આનાનો ૧૬મો ભાગ) આવે. કેમકે આનાએ ગુણવા એટલે $\frac{1}{16}$એ ગુણવા એવો અર્થ છે. આજ કારણથી ઉપઆનાને આનાએ ગુણીએ તો પર ઉપઆના (ઉપઆનાનો ૧૬મો ભાગ) આવે. આ બાબત વિદ્યાર્થીને સમજાવવી.

૪. પાણાના ગુણાકાર કરવામાં નીચેની બાબતો ધ્યાનમાં રાખવી. ૦।એ ગુણવા હોય તો ગુણ્યને ૪એ ભાગવા ને વધે તેટલાં પાવલાં, ૦॥એ ગુણવા હોય તો ગુણ્યને બેએ ભાગવા ને વધે તેટલા અર્ધા, ને ૦॥।એ ગુણવા હોયતો ગુણ્યને ૩એ ગુણી ૪એ ભાગવા ને વધે તેટલાં પાવલાં ગણવાં. આમ કરવાને બદલે ગુણ્ય રકમના કરોડ, લાખ, હજાર, સો, અને દશક એકમમાં ભાગ પાડી નાંખી જૂદા જૂદા ભાગોને પા, અડધા, ને પોણાના આંકના ઉપયોગ વડે જૂદા જૂદા ગુણાવવા. તેમાં ફક્ત છોકરાંને ૦।, ૦॥, કે ૦॥। સો=૨૫, ૫૦, કે ૭૫; ૦।, ૦॥, કે ૦॥। હજાર=૨૫૦, ૫૦૦, કે ૭૫૦; ૦।, ૦॥, કે ૦॥। લાખ =૨૫૦૦૦, ૫૦૦૦૦, કે ૭૫૦૦૦; અને ૦।, ૦॥, કે ૦॥। કરોડ=૨૫ લાખ, ૫૦ લાખ, કે ૭૫ લાખ થાય; એ બરાબર સમજાવવું જોઇએ.

૫. ગુણક પરિમાણ રૂપે હોય, અને પાણે પાણાનો ગુણાકાર કરતાં ગુંચવણ પડે, તો ગુણ્ય કે ગુણક એ બેમાંથી એકની પાણાને હલકા પરિમાણનું રૂપ આપી ગુણાકાર કરવો. જેમકે—

૦॥।×૦॥।=૧૨ આના×૦॥।= ૯ આના.

૦॥।×૦॥=૧૨ આના×૦॥= ૬ આના.

૦॥।×૦।=૧૨ આના×૦। = ૩ આના.

૦॥×૦॥= ૮ આના×૦॥= ૪ આના.

૦॥×૦।= ૮ આના×૦। = ૨ આના.

૦। ×૦।= ૪ આના ×૦। = ૧ આનો.

૦)૦।।।×૦।।।=૧૨ ઉપઆના×૦।।।=૯ ઉપઆના.

૦)૦।।।×૦)૦।।।=૧૨ ઉપઆના×૦।।। આનો=૯ પર ઉપઆના.

૦)૦।।।×૦)૦।।=૧૨ ઉપઆના×૦।। આનો=૬ પર ઉપઆના.

૦)૦।।।×૦)૦। =૧૨ ઉપઆના×૦। આનો=૩ પર ઉપઆના.

૦)૦।।×૦)૦।। = ૮ ઉપઆના×૦।। આનો=૪ પર ઉપઆના.

૦)૦।।×૦)૦।=૮ ઉપઆના× ૦। આનો=૨ પર ઉપઆના.

૦)૦।×૦)૦।=૪ ઉપઆના× ૦। આનો=૧ પર ઉપઆનો.

૬. રૂપિઆના આણુપાણુના ગુણાકાર આવડર્યા પછી બીજાં પરિમાણુના ગુણાકાર ચલાવવા. એમાં ગુણુક સાદી સંખ્યાજ લેવી.

દાખલો ૧લો.

૫૩૧॥=
૯૪॥॥।
૨૧૨૪
૪૭૭૯
૪૭
૧૭॥=
૨૫૦
૧૫॥
૦।-॥
૯૯॥-
૦)=)-
૧૬॥-॥
૦)૦।-॥
૫૦૩૬૦॥।૦।=॥

દાખલો ૨જો.

મણુ. ૩૮॥૩॥=
૨૭।
૨૬૬
૭૬
૧૩॥
૨)૧
૦। ૩॥
૦)૩।=
૯॥
૦)૫॥।
૦)૦)=॥
મણુ. ૧૦૫૧॥૩॥।૦।।

આણુપાણુના ભાગાકાર.

૧. આની રીત સાદા ને વિવિધ ભાગાકારના જેવીજ છે. તે શીખવવામાં ભાજક પાયરીબંધ ચડતો લેવો. પ્રથમ રૂપિઆ પાવલાંવાળો; પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આનાવાળો; તે પછી રૂપિઆ, પાવલાં, આના, પા આનાવાળો લેવો. જ્યારે શેષમાં પાણો વધે, ત્યારે ભાજ્યનો અંક શેષપર એકદમ ચડાવી શકાશે નહિ, તે વખતે શેષને ૧૦એ ગુણી ગુણાકારમાં ભાજ્યનો અંક મેળવવો. કારણઃ—શેષનું અંકસ્થાન ઉમેરવાના અંકસ્થાન કરતાં દશગણું વધારે હોય છે. સાદા ભાગાકારમાં વધેલા શેષ ઉપર અંક ચડાવીએ છીએ તે

શેષને ૧૦એ ગુણી તેની પછીનો અંક મેળવ્યા બરાબર થાયછે. આ વાત છોકરાંને બરાબર સમજાય માટે આ રીત શરૂ કરતી વખતે પ્રથમ એક સાદો ભાગાકાર કરાવી જવો, ને શેષપર અંક ચડાવવાનું કારણ પૂછી જવું. પછી આણુપાણુના ભાગાકારમાં તેમ થઇ શકતું નથી, માટે ૧૦એ ગુણી નવો અંક મેળવવાનું સમજાવવું.

૩. આણુપાણુના ભાગાકારમાં કોઇવાર દશ કે તેથી વધારે વખતનો ભાગ ચલાવવો પડેછે તેનું કારણ:—એવી સંખ્યાઓમાં આપણે પ્રથમ ભાગાકાર કાઢીએછીએ, તે ભાગાકાર ૧, ૨, કે ૩ પાણુના ફેર વાસ્તે પ્રથમની સંખ્યામાંથી એક કે તેથી વધારે વખતનો ઓછો ભાગાકાર કાઢવો પડેછે, પણ પ્રથમ આપણે જે સંખ્યાને ભાગીએ છીએ, તે પછીની સંખ્યા એવી હોયછે કે તેમાંથી ૧, ૨, કે ૩ પાણુ નીકળી શકેછે. જેમકે:—

૧૨।)૭૩૬।।(૫	આમાં બીજો ભાગ દશે કહાડવો પડયો; કેમકે પાં-
૬૧। ૧૦	ચે ભાગ કાઢયો, ત્યારે ૭૩ માંથી ૬૧। જતાં ૧૧।।। વધ્યા
૧૧।।। ૬૦	પણ ૭૩ ને બદલે ૭૩।। હોત તો ૬ એજ ભાગ જાત
૧૦	અને ૬ એકમમાં ૦।। દશક રહેલો છે એટલે ખરેખરી
૧૧૭।।	એ સંખ્યા ૭૩।। દશક ને ૧।। એકમ છે, તેથી ૬ એ
૬।।	ભાગ જવોજ જોઇએ. પરંતુ આણુપાણુના ભાગાકારમાં
૧૨૪	ભાજ્યની વચમાં પાણો મૂકવાનો રીવાજ નથી.
૧૨૨।।	તેથી જે ભાગ ૬એ જવો જોઇતો હતો, તે પાંચે કા-
૦૦૧।।	ઢવો પડયો; માટે એકમના સ્થાનમાં ૧૦એ ભાગ

કાઢવો પડયો. આવી રીતે જ્યારે ભાગ ચલાવવો પડે, ત્યારે ભાગાકારમાં બતાવ્યા મુજબ નવા ભાગનો એકજ અંક જમણા હાથ તરફ આગળ નીકળે, એમ પ્રથમ થાલેલા ભાગ નીચે મૂકાવી પછી સરવાળો કરાવવો.

☞ કેટલાક શિક્ષકો ભાગાકારમાં એકમના અંકનો ભાગ ચલાવ્યા પછી જે શેષ વધે, તેમાંથી ૦।, ૦।। કે ૦।।। વખતનો ભાગ નીકળતો હોય, તે ન કઢાવતાં તેના આના કરી ભાગ ચલાવેછે. પણ આ રીત આણુપાણુના ભાગાકારની કહેવાયજ નહિ. એતો વિવિધ પરિમાણુના ભાગાકાર જેવી રીત થઇ. માટે રૂપિઆ કે આનાંમાં ૦।, ૦।।, કે ૦।।। નો ભાગ ચલાવ્યા પછીજ હલકા પરિમાણુનું રૂપ આપવું.

૪. રૂપિઆના આણુપાણુના ભાગાકાર આવડયા પછી બીજાં પરિમાણુના ભાગાકાર ચલાવવા. એમાં ભાજક પ્રથમ સાદી સંખ્યાજ લેવી. આવા ભાગાકારમાં જવાબ ભાજ્યની જાતનો આવે. આ દાખલાઓ આવડયા પછી

ભાજ્યની જાતનો ભાજક લેવો. આવા દાખલામાં ભાજ્ય ભાજકને ઉતરતા એક જાતના પરિમાણમાં લેઇ જઇ ભાગાકાર કરવો. એમાં જવાબ સાદી સંખ્યા આવશે. આનું કારણ પાછળ સજાતિય વિવિધ પરિમાણોના ભાગાકારમાં બતાવ્યુંછે.

દા. ૧.

૯ા≈)૧૫રાના(૧૬ા
૯ા≈
૦૫ાા≈
×૧૦
૫૬ા
+ રાના
૫૮ાાના
૫૬ા
૦રાનાા
રાનાા
૦

દા. ૨.

૨૬ાા)મણ૮૯ાાાછા≈(મણ૩ાપાાા
૭૯ાા
૧૦ાછા≈
૬ાા૫
૦૩ાારા≈
×૪૦
૧૫રા≈
૧૩રાા
૦૧૯ાા≈
૧૯ાા≈
૦૦

દા. ૩.

દિ. ધ. દિ. ધ.
૩૪૪ા ૩ાા + ૩રાા રાા
×૬૦ ×૬૦
૨૦૬૪૦ ૧૯૨૦
૧૫ ૪૫
૩ાા રાા
૨૦૬૫૮ાા ધડી. ૧૯૬૭ાા ધડી.

ધડી. ધડી.
૧૯૬૭ાા)૨૦૬૫૮ાા(૧૦ાા જ.
૧૯૬૭ાા
૦૦૯૭ાા
×૧૦
૯૭૫
૮ાા
૯૮૩ાા
૯૮૩ાા
૦૦૦

અપૂર્ણાંક.

૧. વ્યાખ્યાઃ—વિવિધ અપૂર્ણાંકથી તમે કેવા ભાગ લખી શકોછો? કોઇ પણ પરિમાણના જૂદા જૂદા ચોકસ ભાગો. એ ભાગો તમે શેમાં શીખ્યાં? કોષ્ટકોમાં. આણુપાણના અપૂર્ણાંકથી કેવા ભાગો લખી શકોછો? ૪થો, ૧૬ મેા, ૬૪મો, ઈ૦. પણ ગમે તેવા સરખા ભાગો શા વડે લખી શકોછો? અપૂર્ણાંક વડે. તમે ૧૩ સરખા ભાગમાંના ૫ ભાગ લખી બતાવો?

$\frac{૫}{૧૩}$. તમે વાંચી બતાવો? પાંચ તેરાંશ. તેમાં અંશ કેટલા? ૫. છેદ? ૧૩. આ પ્રમાણે કેટલાંક ઉદાહરણ લેવાં. પછી વ્યાખ્યા શીખવવી કે—**જે અપૂર્ણાંકથી ગમે તેવા સરખા ભાગ બતાવી શકાય એટલે જેમાં ગમે તેટલા છેદ હોય તેને અપૂર્ણાંક* કહેછે.**

૨. **વિવિધ અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લખવાની રીતિ:**—તમે ૪ પાઇને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? પાઇ એ રૂપિઆનો કેટલામો ભાગછે? ૧૯૨ મો. ત્યારે કેમ લખાય? $\frac{૪}{૧૯૨}$. તમે ૧૦ રૂ. ૭ આનાને લખી બતાવો? ૧૦$\frac{૭}{૧૬}$. તમે ૩ મણ ૧૧ શેરને લખી બતાવો? ૩$\frac{૧૧}{૪૦}$. તમે ૫ તોલા ૩ વાલને લખી બતાવો? ૫$\frac{૩}{૩૨}$. ૪૦.

૩. **આણપાણનાં અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લખવા વિષે:**—૪ાાને અપૂર્ણાંકમાં લખો? ૪$\frac{૩}{૪}$. તમે પાત્રાને લખો? ૦ાત્રાા ના પૈસા કેટલા? ૨૬. તેને અપૂર્ણાંકમાં કેમ લખાય? $\frac{૨૬}{૬૪}$. હવે પાત્રાને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? ૫$\frac{૨૬}{૬૪}$. આ પ્રમાણે ૩ા–ાાા, ૨ાત્રા, ૨ાાત્રાાાા, ૪૦ ને અપૂર્ણાંકમાં લખાવવા.

૪. અપૂર્ણાંકની ૫ જાતછે. ૧. સમ અપૂર્ણાંક, ૨. વિષમ અપૂર્ણાંક, ૩. ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક, ૪. પ્રભાગ જાતિ અપૂર્ણાંક, ૫. મિશ્ર અપૂર્ણાંક. તે શીખવવાની રીત નીચે મુજબ:—

સમ ને વિષમ અપૂર્ણાંક:—૧ કાગળના સરખા ૪ ભાગ કરી છોકરાં પાસે ૧ ભાગ ધરી કહેવું કે તમે તેને અપૂર્ણાંકમાં લખીબતાવો? $\frac{૧}{૪}$. બે ભાગ સાથે ધરી $\frac{૨}{૪}$, ૩ ભાગ સાથે ધરી $\frac{૩}{૪}$, ૪ ભાગ સાથે ધરી $\frac{૪}{૪}$ પાટીયાપર લખાવવા. પછી બીજો કાગળ લઈ તેના પણ ૪ સરખા ભાગ કરી ૫ ભાગ સાથે ધરી $\frac{૫}{૪}$. પછી ૬–૭–૮ ભાગ જોડે લખાવવા. પછી પૂછવું કે આ બધાં અપૂર્ણાંકમાં કાંઈ તમને તફાવત માલૂમ પડેછે? પહેલા દાખલામાં છેદ કરતાં અંશ ઓછા છે કે વધારે? ઓછા. બીજામાં? ઓછા. ત્રીજામાં? ઓછા. ચોથામાં? બરાબર. ૫–૬–૭–૮ માં? વધારે. ત્યારે કેટલાંકમાં છેદ કરતાં અંશ કેવાછે? ઓછા. અને કેટલાંકમાં? બરાબર. અથવા? વધારે. ત્યારે આ જાદી જાદી જાત પ્રમાણે તેને ઓળખવાનાં જાદાં જાદાં નામ પાડીએ. **જેમાં છેદ કરતાં અંશ ઓછા હોય તેને સમ અપૂર્ણાંક કહેછે.** ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. સમ અપૂર્ણાંક= (સમ

---

* ગમે તે છેદ બતાવનાર અપૂર્ણાંકને જૂનાં ગણિતોમાં વ્યવહારી અપૂર્ણાંક નામ આપ્યું હતું. પણ આપણા દેશમાં આ અપૂર્ણાંક વ્યવહારમાં વપરાતું નથી, પણ આણપાણનું વપરાય છે, માટે નવાં ગણિતોમાં તેનું એકલું સામાન્ય નામ અપૂર્ણાંક આપેલુ છે.

=બરાબર + અ=નહિ + પૂર્ણાંક=પૂરો આંકડો) એટલે જેમાં બરાબર પૂરો આંકડો હોય નહિ તે, કેમકે એમાંથી આખી વસ્તુ થઇ શકે નહિ. **જેમાં છેદ ને અંશ બરાબર અથવા છેદ કરતાં અંશ વધારે હોય તેને વિષમ અપૂર્ણાંક કહેછે.** ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. વિષમ અપૂર્ણાંક=(વિ=ઉલટું + સમઅપૂર્ણાંક) એ સમ અપૂર્ણાંકથી ઉલટું છે, કેમકે એમાંથી આખી વસ્તુ નીકળી શકેછે. સમ ને વિષમ અપૂર્ણાંકનાં ઘણાં ઉદાહરણ લેવાં.

ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક:--તમે $૫\frac{૧}{૬}$ લખો? તેમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે? ૫. તેની જોડે અપૂર્ણાંક કેટલાછે? $\frac{૧}{૬}$. આ જાતનાં કેટલાંક ઉદાહરણ લેવાં. પછી કહેવું કે **જેમાં પૂર્ણાંક જોડે અપૂર્ણાંક હોય તેને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક કહેછે.** ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. ભાગાનુબંધ=(ભાગ=કડકા, અપૂર્ણાંક+અનુબંધ=જોડે) પૂર્ણાંક જોડે અપૂર્ણાંક હોય તે.

પ્રભાગ જાતિ અપૂર્ણાંક:—એક કાગળના ૪ સરખા ભાગ કરી તેમાંના ૩ ભાગ બતાવી એને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૩}{૪}$. તેમાંનો એક કડકો બતાવી કહેવું કે આ ત્રણ કડકાનો એક કડકો કેટલામો ભાગછે? ત્રીજો. ત્રીજો ભાગ એને અપૂર્ણાંકમાં લખો? $\frac{૧}{૩}$. તમે આ કડકાને, એવી રીતે લખી બતાવો કે આ કડકો ચાર સરખા ભાગમાંના ૩ ભાગ**નો** ત્રીજો ભાગછે. $\frac{૩}{૪}$ નો $\frac{૧}{૩}$. (ના આવડે તો પ્રથમ ચાર સરખા ભાગમાંના ત્રણ ભાગ લખાવી પછી વચમાં **નો** મૂકાવી ત્રીજો ભાગ લખાવવો). આવી રીતે એક કાગળના પાંચ સરખા ભાગ કરી તેમાંના ત્રણ ભાગના બે ભાગ $\frac{૩}{૫}$ના$\frac{૨}{૩}$, પાટીયાપર આકાર ચીતરી ૭ સરખા ભાગ પાડી તેમાંના ૪ ભાગ બતાવી પાટીયાપર લખાવવું કે $\frac{૪}{૭}$, પછી ચાર સરખા ભાગમાંના વચલા કાપા ભુંશી નાંખી એ ૪ ભાગના સરખા ૩ ભાગ પાડી તેમાંનો એક ભાગ $\frac{૪}{૭}$નો$\frac{૧}{૩}$, બે ભાગ$\frac{૪}{૭}$ના$\frac{૨}{૩}$ ઇ૦ લખતાં શીખવવું. આવી રીતે ઘણાં ઉદાહરણ પાટીયાપર આકાર ચીતરી લખતાં શીખવવાં. પછી વ્યાખ્યા શીખવવી કે **જેમાં અપૂર્ણાંકના અપૂર્ણાંક આવે તેને પ્રભાગ જાતિ અપૂર્ણાંક કહેછે.** ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંક=(પ્ર = આગળ + ભાગ + જાતિ+અપૂર્ણાંક) જે અપૂર્ણાંકની જાતિમાં આગળ પણ ભાગ હોય તે. આ અપૂર્ણાંક લખવામાં વચમાં **નો** કે **ના** આવેછે તે પર વિદ્યાર્થીનું લક્ષ ખેચવું.

મિશ્ર અપૂર્ણાંક:—જેમાં અંશ ને છેદ બંને, અગર એમાંથી એક અપૂર્ણાંક હોય તે. જેમ, $\frac{\frac{૪}{૫}}{૨\frac{૧}{૪}}$, $\frac{૫}{૬\frac{૧}{૩}}$, $\frac{૫\frac{૧}{૩}}{૪}$, $\frac{૫\frac{૧}{૫}\text{ના}\frac{૧}{૩}}{૭\frac{૨}{૫}\text{ના }૨}$ ઇ.

અંકગણિતનાં મૂળતત્વમાં આ જાત શરૂઆતમાં મુશ્કેલ પડે તેમ ધારી મૂકી દીધીછે.

૫. **અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ ભાજ્ય ને છેદ તે ભાજક છે:**—૧ રૂપિઆના સરખા ૪ ભાગ કરી ૨ ભાગ લઇએ તો શું આવે ? ૦ા રૂપિઓ, અને ૨ રૂપિઆને ૪એ ભાગીએ તોપણ...૦ા રૂપિઓ. એટલે $\frac{૨}{૪}$ તે શાની બરાબર થાય ? ૨ને ૪એ ભાગીએ બરાબર. $\frac{૪}{૮}$ રૂપિઆ એટલે શું ? એક રૂપિઆના આઠ સરખા ભાગ કરી ૪ભાગ લેવા તે. એટલે કેટલા રૂપિઆ થાય? ૦ા રૂ. ઠીક. ને ૪ રૂ. ને ૮ ભાગીએ તોપણ...૦ા રૂ. માટે અપૂર્ણાંકમાં અંશ એ ભાજ્ય ને છેદ તે ભાજકછે. $\frac{૨}{૪}$માં ભાજ્ય કયો ? ૨. ભાજક ? ૪.

૧. પૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવાનું.

૧. ૭÷૧=શું ? ૭. ૧૫ ÷ ૧ = શું ? ૧૫. કોઇ પણ પૂર્ણાંક સંખ્યાને એકે ભાગીએ તો ભાગાકાર શું આવે ? મૂળ સંખ્યા. એથી કીમતમાં કાંઇ ફેર પડે ? ના. માટે **કોઇ પણ પૂર્ણાંક સંખ્યાના છેદમાં ૧ લખવાથી બોલવા લખવાની રીતિ પ્રમાણે તે અપૂર્ણાંક કહેવાય છે.** જેમ $\frac{૭}{૧}$, $\frac{૧૫}{૧}$, ૪૦.

૨. ૪ × ૫ ÷ ૫ =? ૪. કારણ ? ૪ ને ૫ નો ગુણાકાર ૨૦ તેને પાંચે ભાગીએ તો ભાગાકાર ૪જ આવી રહે. તેમજ ૭ × ૮ ÷ ૮ = ૭, ૧૫ × ૩ ÷ ૩ = ૧૫. માટે કોઇ પણ સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ ગુણી તેજ સંખ્યાએ ભાગીએ તો ભાગાકાર શો આવે ? મૂળ સંખ્યા. ચાલો ત્યારે ૪ પૂર્ણાંકના છેદમાં એટલે ભાજકમાં ૭ લાવવા છે તો શું કરીશું ? ૪ને ૭એ ગુણીશું. શાબાશ. આવા હિસાબ ગણવાની રીત આ પ્રમાણે કરાય. $\frac{૪×૭}{૭}=\frac{૨૮}{૭}$. શો જવાબ આવ્યો ? $\frac{૨૮}{૭}$. એથી કીમતમાં ફેર પડશે ? ના. કેમ ? ૨૮ ÷ ૭= ૪. ૫ના છેદમાં ૧૨, ૧૫ના છેદમાં ૯,, ૧૭ છેદમાં ૧૩ લાવો ? બોલો ત્યારે પૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા હોય તો શું કરવું? **આપેલી પૂર્ણાંક સંખ્યા ને આપેલા છેદ વડે ગુણી ગુણાકાર અંશમાં, ને આપેલા છેદ છેદમાં લખવા.** (વ્યાખ્યા દાખલો લઇ કઢાવી પાટીયાપર લખી પાકી કરાવવી).

૨. વિષમ અપૂર્ણાંકને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવાનું.

$\frac{૧૧}{૪}$ એટલે શું ? એક વસ્તુના ૪ સરખા ભાગ કરેલા એવા ૧૧ ભાગછે. માટે આ હિસાબમાં કેટલા ભાગે ૧ પૂર્ણાંક ગણાય ? ચાર ભાગે. તેથી ૧૧ ભાગમાંથી કેટલા પૂર્ણાંક નીકળશે ? ૨. પછી કેટલા ભાગ વધશે ? ૩. ૩ને અપૂર્ણાંકમાં કેમ લખાય? $\frac{૩}{૪}$. માટે $\frac{૧૧}{૪}$ ને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં લખીએ તો કેમ લખાય ? ૩$\frac{૩}{૪}$. તેમજ $\frac{૧૩}{૩}$=૪$\frac{૧}{૩}$, = $\frac{૨૫}{૭}$=૩$\frac{૪}{૭}$, $\frac{૯}{૯}$=૧ કઢાવી પૂછવું કે વિષમ અપૂર્ણાંકને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં લખવું હોય તો શું કરશો? **અંશને છેદે ભાગી ભાગાકાર આવે તે પૂર્ણાંક ને શેષ વધે તે અંશમાં લખી છેદને છેદમાં લખવા.** (વ્યાખ્યા દાખલો લેઇ કઢાવી પાટીયાપર લખી પાકીકરાવવી).

૩. ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકને વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવાનું.

$૫\frac{૩}{૪}$ એમાં પૂર્ણાંક કેટલા છે? ૫. અપૂર્ણાંક? $\frac{૩}{૪}$. આમાં ૫ પૂર્ણાંકને પણ ચતુર્થાંશમાં લાવવા હોય તો કેટલા થાય? ૨૦. તે ઉપર કેટલા ચતુર્થાંશ લખાવેલાછે? ૩. માટે બધા મળીને કેટલા ચતુર્થાંશ થાય? ૨૩. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખીએ તો કેમ લખાય? $\frac{૨૩}{૪}$. આ કેવું અપૂર્ણાંક કહેવાય? વિષમ. તેજ પ્રમાણે $૪\frac{૨}{૩}=\frac{૧૪}{૩}$, $૯\frac{૧}{૮}=\frac{૭૩}{૮}$ વગેરે કઢાવી પૂછીએ કે ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકને વિષમ અપૂર્ણાંકમાં લાવવું હોય તો કેમ કરવું? **પૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકના છેદે ગુણી ગુણાકારમાં અંશ મેળવવા ને સરવાળો અંશમાં લખી તેની નીચે આપેલા અપૂર્ણાંકનો છેદ માંડવો.** (વ્યાખ્યા દાખલો લઇ કઢાવી પાટીયાપર લખી પાકી કરાવવી).

૪. અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકમાં મેળવવાનું તથા તેમાંથી બાદ કરવાનું.

૧. **પૂર્ણાંકમાં સમ અપૂર્ણાંક મેળવવા વિષે:**—$૩\frac{૪}{૫}$ આ કયું અપૂર્ણાંક છે? ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક. તેમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે? ૩. અપૂર્ણાંક? $\frac{૪}{૫}$. એ કયું અપૂર્ણાંક છે? સમ. ત્યારે ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં શાનો શાનો સરવાળો થાયછે? પૂર્ણાંક ને સમ અપૂર્ણાંકનો. માટે પૂર્ણાંક ને સમ અપૂર્ણાંકનો સરવાળો કરવો હોય તો કેવા અપૂર્ણાંકમાં લખવા? ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં. $૫+\frac{૪}{૭}$ =કેટલા? $૫\frac{૪}{૭}$. $\frac{૩}{૭}+૧૧=૧૧\frac{૩}{૭}$, ઇ૦.

૨. **પૂર્ણાંકમાં વિષમ અપૂર્ણાંક મેળવવા વિષે:**—$૧૧+\frac{૮}{૫}$ આમાં $\frac{૮}{૫}$ કેવું અપૂર્ણાંકછે? વિષમ. ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં પૂર્ણાંક જોડે કેવું અપૂર્ણાંક લખાય છે? સમ. માટે $\frac{૮}{૫}$માંથી શું કાઢી લઇએ તો બાકી સમ-અપૂર્ણાંક રહે? પૂર્ણાંક. માટે $\frac{૮}{૫}$ને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપો? $૧\frac{૩}{૫}$. હવે $૧૧+૧\frac{૩}{૫}$ = કેટલા? $૧૨\frac{૩}{૫}$. તેમજ $\frac{૧૭}{૪}+૮=૪\frac{૧}{૪}+૮=૧૨\frac{૧}{૪}$. વગેરે દાખલા શીખવી રીત કઢાવવી કે પૂર્ણાંકમાં વિષમ અપૂર્ણાંક મેળવવું હોય, તો વિષમ અપૂર્ણાંકને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી પૂર્ણાંક ભેગા આપેલા પૂર્ણાંક મેળવવા, ને પછી રહેલું સમ અપૂર્ણાંક જોડે લખવું.

૩. **પૂર્ણાંકમાંથી સમ અપૂર્ણાંક બાદ કરવા વિષે:**—$૬-\frac{૩}{૭}$=કેટલા? બાદબાકી કેવી રકમની થાય? સજાતિયની. માટે ૬ પૂર્ણાંકમાંથી ૧ વધ્યા લઈએ તેના કેટલા ભાગ કરવા? ૭. શામાટે? $\frac{૩}{૭}$ બાદ કરવા છે માટે. ૧ ના સપ્તમાંશ કેટલા? ૭. તેમાંથી કેટલા સપ્તમાંશ બાદ કરવાનાછે? ૩. બાકી કેટલા રહ્યા? $\frac{૪}{૭}$. પૂર્ણાંક બાકી કેટલા રહ્યા? ૫. કેમ? ૬ માંથી ૧ પૂર્ણાંક વધ્યાનો લીધોછે માટે. જવાબ કેટલો આવ્યો? $૫\frac{૪}{૭}$. તેમજ $૫-\frac{૩}{૧૧}=૪\frac{૮}{૧૧}$, $૭-\frac{૪}{૧૩}=૬\frac{૯}{૧૩}$, ઇ૦ દાખલા લેવા.

૪. પૂર્ણાંકમાંથી વિષમ અપૂર્ણાંક બાદ કરવા વિષે:--વિષમ અપૂર્ણાંકને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનું રૂપ અપાવી બાદબાકી કરાવવી. જેમ, ૧૨–$\frac{૯}{૫}$=૧૨–૧$\frac{૪}{૫}$= ૧૦$\frac{૧}{૫}$.

કારણ:--૧૨માંથી ૧ વધ્યા લઇ તેના પંચમાંશ કર્યા તો ૫ થયા, તેમાંથી ૪ પંચમાંશ બાદ કરતાં ૧ પંચમાંશ રહ્યો, ને ૧૨માંથી ૧ પૂર્ણાંક વધ્યા લીધોછે, તેથી ૧૧ પૂર્ણાંક રહ્યા તેમાંથી ૧ જતાં ૧૦ પૂર્ણાંક રહ્યા, અથવા ૧૨– ૨ = ૧૦ પૂર્ણાંક રહ્યા. આ રીતનાં બીજાં ઘણાં ઉદાહરણ લેવાં.

☞ આ રીત નિશાળોમાં ઘણે ઠેકાણે ચલાવતા નથી, માટે છોકરાં બંને રકમોના સમછેદ કરી સરવાળો અથવા બાદબાકી કરેછે તેથી વખત ઘણો જાયછે. માટે ઉપર બતાવેલી રીતપર ધ્યાન આપવું.

૫. અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવાનું.

૧. એક કાગળના સરખા ૯ ભાગ પાડી પૂછવું કે આ કાગળના મેં કેટલા ભાગ કરેલા છે? ૯. તેમાંના બે ભાગ છોકરાંને બતાવી પૂછવું કે તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૨}{૯}$ પછી કહેવું કે ૨ ભાગને બમણા કરીએ તો કેટલા થાય? ૪. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૪}{૯}$. ત્યારે $\frac{૨}{૯}$×૨ = કેટલા? $\frac{૪}{૯}$ (પાટીયામાં લખી લેવું). એમાં આપણે બેએ શાને ગુણીએ છીએ? અંશને કે છેદને? અંશને. તેની રીત આમ કરવી. $\frac{૨}{૯}$× ૨ = $\frac{૨ \times ૨}{૯}$ = $\frac{૪}{૯}$. આવીજ રીતે $\frac{૨}{૯}$×૪ = $\frac{૨ \times ૪}{૯}$= $\frac{૮}{૯}$ કઢાવી પૂછવું કે આમાં પણ આપણે શાને ગુણીએ છીએ? અંશને. બોલો ત્યારે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવા હોય ત્યારે શાને ગુણવા? અંશને. સર્વોક્ત જવાબ લઇ વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી કે **અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવા હોય, ત્યારે અંશને પૂર્ણાંકે ગુણી ગુણાકાર નીચે અપૂર્ણાંકનો જે છેદ કહ્યો હોય તે માંડવો.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી ને આ જાતનાં બીજાં મનોયત્ન લેવાં).

૨. એક કાગળના સરખા ૮ભાગ કરી પૂછવું કે આ કાગળના મેં કેટલા ભાગ કરેલા છે? ૮. એમાંનો ૧ ભાગ છોકરાંને બતાવી કહેવું કે તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૧}{૮}$. પછી કહેવું કે ૧ ભાગને બમણા કરીએ તો કેટલાક ભાગ થાય? ૨. એ ભાગ સાથે રાખી પૂછવું કે આ બે ભાગ, આખા કાગળનો કેટલામો ભાગ થાયછે? ચોથો. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૧}{૪}$. બોલો ત્યારે $\frac{૧}{૮}$× ૨ = કેટલા? $\frac{૧}{૪}$. (પાટીયામાં લખી લેવું). એમાં આપણે અંશને ૨એ ગુણીએ છીએ? ના. અંશમાં કાંઇ ફેરફાર થયોછે? ના. શેમાં ફેરફાર થયોછે? છેદમાં. મૂળ છેદ કેટલા છે? ૮. હવે? ૪. શું કરવાથી આવે? બેએ ભાગવાથી. બોલો ત્યારે અપૂર્ણાંકને ૨એ ગુણવા હોય તો શું કરીએ તોપણ ચાલે? છેદને બેએ ભાગીએ તોપણ ચાલે. આની રીત આ

પ્રમાણે કરવી. $\frac{૧}{૮} \times ૨ = \frac{૧}{૮ \div ૨} = \frac{૧}{૪}$. તેવીજ રીતે $\frac{૧}{૧૬} \times ૪ = \frac{૧}{૧૬ \div ૪} = \frac{૧}{૪}$ કઢાવી પૂછવું કે આમાં પણ આપણે શું કરીએ છીએ ? છેદને ભાગીએ છીએ. બોલો ત્યારે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવાની બીજી રીત કઇ ? છેદને ભાગવા. પણ બધાં યાદ રાખજો કે જ્યારે છેદને ભાગી શકાતા હોય ત્યારે આ રીત કામ લાગેછે. સર્વોકત જવાબ લઈ વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી કે **અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવા હોય ત્યારે અપૂર્ણાંકના છેદને પૂર્ણાંકે ભગાતા હોય તો ભાગી ભાગાકાર આવે તે, અંશ નીચે છેદમાં લખવો.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી ને આ જાતનાં બીજાં મનોયત્ન લેવાં).

છેવટે કઢાવવું કે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવાની કેટલી રીતો થઇ ? બે. કઇ કઇ? અંશને પૂર્ણાંકે ગુણવાની. બીજી ? છેદને પૂર્ણાંકે ભાગવાની.

૬. અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવાનું.

૧. એક કાગળના સરખા ૪ ભાગ કરી પૂછવું કે આ કાગળના મેં કેટલા ભાગ કરેલાછે ? ૪. તેમાંનો ૧ ભાગ છોકરાં આગળ ધરી પૂછવું કે આને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો ? $\frac{૧}{૪}$. પછી કહેવું કે જુઓ આ એક ભાગના આપણે સરખા ત્રણ ભાગ કર્યા તો આ એક ભાગ, આખા કાગળનો કેટલામો ભાગ? ૧૨મો. તેને અપૂર્ણાંકમાં કેમ લખાય? $\frac{૧}{૧૨}$. બોલો ત્યારે $\frac{૧}{૪} \div ૩ =$ કેટલા ? $\frac{૧}{૧૨}$. (પાટીયામાં લખી લેવું). એમાં આપણે ત્રણે કોઇને ભાગીએ છીએ ? ના. શું કરીએ છીએ ? ગુણીએ છીએ. શાને ? છેદને. તેની રીત આમ કરવી. $\frac{૧}{૪} \div ૩ = \frac{૧}{૪ \times ૩} = \frac{૧}{૧૨}$. તેમજ $\frac{૧}{૪} \div ૪ = \frac{૧}{૪ \times ૪} = \frac{૧}{૧૬}$ કઢાવી પૂછવું કે આમાં પણ આપણે શાને ગુણીએ છીએ ? છેદને. બોલો ત્યારે અપૂર્ણાંકને ભાગવા હોય ત્યારે શું કરવું ? છેદને ગુણવા. સર્વોકત જવાબ લઇ વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી કે **અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવા હોય ત્યારે છેદને પૂર્ણાંકે ગુણી ગુણાકાર, અપૂર્ણાંકનો જે અંશ કહ્યો હોય તે નીચે માંડવો.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી ને આ જાતનાં બીજાં મનોયત્ન લેવાં).

૨. એક કાગળના સરખા ૮ ભાગ કરી તેમાંના ૪ ભાગ છોકરાં આગળ ધરી કહેવું કે તેને પાટીયામાં લખી બતાવો ? $\frac{૪}{૮}$. આ ૪ ભાગના ૨ સરખા ભાગ કરીએ તો શું આવે ? ૨ ભાગ. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો ! $\frac{૨}{૮}$. બોલો ત્યારે $\frac{૪}{૮} \div ૨ =$ કેટલા ? $\frac{૨}{૮}$. (પાટીયામાં લખી લેવું). એમાં આપણે શું કરીએ છીએ ? અંશને ભાગીએ છીએ. તેની રીત આમ કરવી. $\frac{૪}{૮} \div ૨ = \frac{૪ \div ૨}{૮} = \frac{૨}{૮}$, તેમજ $\frac{૧૦}{૧૨} \div ૫ = \frac{૧૦ \div ૫}{૧૨} = \frac{૨}{૧૨}$ કઢાવી પૂછવું કે આમાં પણ આપણે શું કરીએ છીએ ? અંશને ભાગીએ છીએ. બોલો ત્યારે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવાની બીજી રીત કઇ ? અંશને ભાગવાની. પણ બધાં યાદ રાખજો કે જ્યારે અંશને ભાગી શકાતા હોય, ત્યારેજ આ રીત કામ લાગે-

છે. સર્વોક્ત જવાબ લઇ વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખવી કે **અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવા હોય ત્યારે અપૂર્ણાંકના અંશને ભગાતા હોય તો ભાગી ભાગાકાર અંશમાં લખવો ને નીચે આપેલો છેદ માંડવો.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી ને આ જાતનાં બીજા મનોયત્ન લેવાં).

છેવટે કઢાવવું કે અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવાની કેટલી રીતો થઇ? બે. કઇ કઇ? છેદને પૂર્ણાંકે ગુણવાની. બીજી? અંશને પૂર્ણાંકે ભાગવાની. આ રીત ગુણાકારથી ઉલટીછે, કેમકે ગુણાકારમાં અંશને પૂર્ણાંકે ગુણીએ છીએ અથવા છેદને પૂર્ણાંકે ભાગીએ છીએ. આ પર વિદ્યાર્થીનું ખાસ લક્ષ ખેંચવું.

૭. અપૂર્ણાંકના અંશ અથવા છેદમાં તેમનો કોઇ ભાજ્ય આવે એવા રૂપમાં તેમને આણવાનું.

૧. $\frac{૮}{૧૨}$×૪ આમાં શું કરવાનોછે? ગુણાકાર. અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવા હોય તો શું કરવું? અંશને ગુણવા. તેની રીત કેમ કરવી? $\frac{૮\times૪}{૧૨}$. અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ગુણવાની બીજી રીત કઇ? છેદને ભાગવાની. તેની રીત કેમ થાય? $\frac{૮}{૧૨\div૪}$. બોલો ત્યારે $\frac{૮}{૧૨}$×૪=શું? $\frac{૮\times૪}{૧૨}$ અથવા $\frac{૮}{૧૨\div૪}$. આ ગુણાકાર કરવાથી $\frac{૮}{૧૨}$ ની કીમત કેટલા ગણી વધી? ચારગણી. હવે એ ગુણાકારોને ચારે ભાગવાછે તો શું કરવું? છેદને ગુણવા. ચાલો છેદને ગુણાવો? $\frac{૮\times૪}{૧૨\times૪}$. ભાગાકાર કરવાની બીજી રીત કઇ? અંશને ભાગવાની. ચાલો અંશને ભગાવો? $\frac{૮\div૪}{૧૨\div૪}$. ગુણાકારને ચારે ભાગવાથી તેની કીમત વધી કે ઘટી? ઘટી. કેટલાગણી? ચારગણી. તેથી $\frac{૮}{૧૨}$, $\frac{૮\times૪}{૧૨\times૪}$, $\frac{૮\div૪}{૧૨\div૪}$ આ ત્રણે અપૂર્ણાંકની કીમત કેવી કહેવાય? બરાબર. તેજ રીતે $\frac{૧૨}{૧૮}$, $\frac{૧૨\times૩}{૧૮\times૩}$, $\frac{૧૨\div૩}{૧૮\div૩}$ ની કીમત સરખીછે, એમ કઢાવી પૂછવું કે અપૂર્ણાંકના અંશ અને છેદ એ બંનેને એકજ રકમ ગુણીએ તો તેની કીમતમાં ફેર પડેછે? ના. ભાગીએ તો? ના. બોલો ત્યારે **અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદને એકજ રકમે ગુણીએ અથવા ભાગીએ તો તેની કીમતમાં ફેર પડતો નથી.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૨. **છેદમાં તેનો કોઇ ભાજ્ય લાવવા** વિષેઃ—$\frac{૫}{૯}$ને એવા રૂપમાં લાવો કે છેદમાં ૩૬ થાય? આમાં મૂળ કેટલા છેદ છે? ૯. કેટલા કરવાછે? ૩૬. છેદને કેટલા ગણા કરીએ તો ૩૬ થાય? ચારગણા. છેદને ચારગણા કરવા હોય તો બીજું શું કરવું કે જેથી તેની કીમતમાં ફેર ના પડે? અંશને ચારે ગુણવા. માટે તેની રીત આ પ્રમાણે કરવી. ૩૬+૯=૪એ અંશ તથા છેદને ગુણવાથી છેદમાં ૩૬ આવે માટે $\frac{૫}{૯}\times\frac{૪}{૪}=\frac{૨૦}{૩૬}$ જવાબ. આવી રીતે બે ચાર દાખલા ગણાવી રીત કઢાવવી કે **છેદમાં તેનો કોઇ ભાજ્ય લાવવો હોય તો તે ભાજ્યને છેદે ભાગી ભાગાકાર આવે તેટલાએ**

અંશ તથા છેદને ગુણવા. (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી ને આ જાતનાં બીજાં મનોયત્ન લેવાં).

૩. **અંશમાં તેનો કોઇ ભાજ્ય લાવવા વિષે:**—$\frac{૪}{૫}$ ને એવા રૂપમાં લાવો કે અંશમાં ૧૨ થાય ? આમાં મૂળ કેટલા અંશછે? ૪. કેટલા લાવવાછે? ૧૨. અંશને કેટલા ગણા કરીએ તો ૧૨ થાય ? ત્રણ ગણા. અંશને ત્રણ ગણા કરવા હોય તો બીજું શું કરવું કે જેથી તેની કીમતમાં ફેર ના પડે? છેદને ત્રણે ગુણવા. માટે તેની રીત કેમ કરવી? ૧૨ ÷ ૪ = ૩એ અંશ તથા છેદને ગુણવાથી અંશમાં ૧૨ આવે માટે $\frac{૪}{૫} \times \frac{૩}{૩} = \frac{૧૨}{૧૫}$ જવાબ. આવી રીતે બે ચાર દાખલા ગણાવી રીત કઢાવવી કે **અંશમાં તેનો કોઇ ભાજ્ય લાવવો હોય, તો તે ભાજ્યને અંશે ભાગી ભાગાકાર આવે તેટલાએ અંશ તથા છેદને ગુણવા.** (વ્યાખ્યા પાટીયાગા લખી પાકી કરાવવી ને મનોયત્ન લેવાં).

ટીકા:—કાગળના કડકા કરી કે પાટીયામાં આકાર ચીતરી ઉપલી રીતોની ખાત્રી પ્રદર્શન વડે કરાવવી, તથા તેવાં મનોયત્ન લેવાં.

૪. **મનોયત્ન:**—૫$\frac{૩}{૭}$ એ અપૂર્ણાંકના અંશમાં ૧૯ કરીએ તો છેદ કેટલા થાય ? અને છેદ ૫ કરીએ તો અંશ કેટલા થાય ?

રીત:—૫$\frac{૩}{૭} = \frac{૩૮}{૭}$ છે માટે ૧૯ ÷ ૩૮ = $\frac{૧}{૨}$એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં અંશગાં ૧૯ આવે, માટે $\frac{૩૮}{૭} = \frac{૩૮ \times \frac{૧}{૨}}{૭ \times \frac{૧}{૨}} = \frac{\frac{૩૮}{૨}}{\frac{૭}{૨}} = \frac{૧૯}{૩\frac{૧}{૨}}$ માટે છેદ ૩$\frac{૧}{૨}$ જo

વળી ૫ ÷ ૭ = $\frac{૫}{૭}$ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં છેદમાં ૫ આવે, માટે $\frac{૩૮}{૭} = \frac{૩૮ \times \frac{૫}{૭}}{૭ \times \frac{૫}{૭}} = \frac{\frac{૧૯૦}{૭}}{\frac{૩૫}{૭}} = \frac{૨૭\frac{૧}{૭}}{૫}$ માટે અશ ૨૭$\frac{૧}{૭}$ જવાબ.

૮. દૃઢભાજક.

અંકગણિતના મુખ્ય બે ભાગછે. ૧. પૂર્ણાંક ગણિત, ૨. અપૂર્ણાંક ગણિત. અપૂર્ણાંક ગણિતમાં અપૂર્ણાંક સાથે પૂર્ણાંકનો વિચાર પણ આવેછે દૃઢભાજક ને લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય એ પૂર્ણાંક ગણિતનો વિષયછે, માટે અંકગણિતમાં તે વિષય સાદા ભાગાકાર પછી આપવામાં આવેછે; પણ તેનો વિશેષ ઉપયોગ અપૂર્ણાંકમાંજ થાયછે. તેથી અપૂર્ણાંકમાં જ્યાં તેની જરૂર પડે, ત્યાંજ તે વિષય ચલાવવો. તે રીતોથી પૂર્ણાંક ગણિતના પણ કેટલાક દાખલાઓ થાયછે, માટે તે રીતો શીખવી તેવા દાખલા પણ ચલાવવા. દૃઢભાજકનો ઉપયોગ બહુધા સ્માતિસંક્ષેપ શીખવવામાંછે, માટે તે વિષય ચલાવતા પહેલાં તે ચલાવવો. તે શીખવવાની રીતિ નીચે મુજબ:—

૧. **નિ:શેષ ભાજક શીખવવા વિષે:**—૧૫ ÷ ૫ =શું ? ૩. એમાં ભાજક કયેા ? ૫. એ ભાજકે ભાગતાં શેષ વધેછે ? ના. **ભાજ્યને ભાજકે ભાગતાં શેષ કાંઇ ના વધે તેા તે ભાજકને નિ:શેષ ભાજક કહેછે.** ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવેા. (નિ:=નહિ + શેષ = બાકી + ભાજક) બાકી ન વધે તેવેા ભાજક. ૨૪ના નિ:શેષ ભાજકેા કયા ? (શિક્ષકે ૧થી અનુક્રમે આંકના પાડાથી કઢાવવા). ૧, ૨, ૩, ૪, ૬, ૮, ૧૨, ૨૪; ૫૪ના નિ:શેષ ભાજકેા કયા ? ૧, ૨, ૩, ૬, ૯, ૧૮, ૫૪. પાકું કરાવવા બીજા મનેાયત્ન લેવાં.

૨. **સાધારણ નિ:શેષ ભાજક શીખવવા વિષે:**—ઉપરના દાખલામાં ૨૪ ને ૫૪ માં એકજ નિ:શેષ ભાજકેા આવે એવા કયા કયા નિ:શેષ ભાજકેા છે ? ૧, ૨, ૩, ૬. **જે નિ:શેષ ભાજકેા બે કે વધારે સંખ્યામાં એકના એકજ આવે તેને સાધારણ નિ:શેષ ભાજક કહેછે.** પાકું કરાવવા બીજાં મનેાયત્ન લેવાં.

૩. **સાધારણ મેાટામાં મેાટેા નિ:શેષ ભાજક શીખવવા વિષે:**—૨૪ ને ૫૪ ના સાધારણ નિ:શેષ ભાજકેા કયા છે ? ૧, ૨, ૩, ૬. એમાં સૌથી મેાટેા કયેા ? ૬. માટે ૬ એ સાધારણ મેાટામાં મેાટેા નિ:શેષ ભાજક કહેવાય. એનું બીજું નામ દ્રઢભાજક કહેછે. બધાં સાથે બેાલેા. **બે અથવા વધારે સંખ્યાના મેાટામાં મેાટા સાધારણ નિ:શેષ ભાજકને દ્રઢભાજક કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૪. **દ્રઢભાજક કાઢવાની ટૂંકી રીતિ:**—દ્રઢભાજક બેાળી કાઢવામાં પ્રથમ આપણે શું કાઢવું પડેછે ? નિ:શેષ ભાજકેા. પછી ? સાધારણ નિ:શેષ ભાજકેા. પછી ? સાધારણ મેાટામાં મેાટેા નિ:શેષ ભાજક. પણ આમ હિસાબ ગણતાં બહુ વખત જાયછે, માટે તે કાઢવાની ટૂંકી રીતિ બતાવુંછું તે બરાબર ધ્યાન રાખેા. ૨૪ ને ૫૪નેા કેટલેા દ્રઢભાજક આવ્યેાછે ? ૬. ચાલેા તે તમને હું ટૂંકી રીતે શીખવું. (શિક્ષકે નીચે લખેલી રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલેા ગણાવતાં જવું).

રીતિ:—મેાટી સંખ્યાને નાની સંખ્યાએ ભાગવી. ભાગતાં શેષ વધે, તે વડે પહેલા ભાજકને ભાગવા. તેથી જે શેષ વધે, તે વડે બીજા ભાજકને ભાગવા. એ પ્રમાણે શુન્ય શેષ આવે, ત્યાં સૂધી ભાગતાં જવું. એટલે છેલ્લેા ભાજક દ્રઢભાજક થશે.

```
૨૪ ) ૫૪ ( ૨
     ૪૮
     ──
     ૦૬ ) ૨૪ ( ૪
          ૨૪
          ──
          ૦૦
```

આમાં ૫૪ મેાટી રકમને ૨૪ નાની રકમે ભાગતાં ૬ શેષ રહ્યા, તે વડે ૨૪ પહેલા ભાજકને ભાગતાં શુન્ય શેષ રહ્યેા; માટે ૬ દ્રઢભાજક જવાબ.

ઞ. બે કરતાં વધારે સંખ્યાનો દૃઢભાજક કાઢવાની રીતિઃ—

પ્રથમ બે સંખ્યાનો દૃઢભાજક કાઢવો; તેનો દૃઢભાજક આવે તે અને ત્રીજી રકમનો દૃઢભાજક કાઢવો; એ બેનો જે દૃઢભાજક આવે તે અને ચોથી રકમનો કાઢવો; એમ આગળ પણ કર્યાં જવું. છેલ્લો દૃઢભાજક તે બધી સંખ્યાનો દૃઢભાજક થશે.

આ રીતિ શીખવવા માટે ઉપર મુજબ લાંબી રીતિએ દૃઢભાજક કઢાવવો, પછી ટૂંકી રીતિએ ગણાવી છોકરાંનાં મનની ખાત્રી કરવી. જેમ ૩૬, ૬૦, ને ૬૬નો દૃઢભાજક શો ?

૩૬ના નિઃશેષ ભાજકો—૧, ૨, ૩, ૪, ૬, ૯, ૧૨, ૩૬; ૬૦ના ૧, ૨, ૩, ૪, ૫, ૬, ૧૦, ૧૨, ૧૫, ૨૦, ૩૦, ૬૦; અને ૬૬ના ૧, ૨, ૩, ૬, ૧૧, ૨૨, ૩૩, ૬૬. હવે ૩૬, ૬૦, ને ૬૬ના સાધારણ નિઃશેષ ભાજકો ૧, ૨, ૩, ૬ છે, તેમાં મોટામાં મોટો સાધારણ નિઃશેષ ભાજક ૬ છે; માટે ૬ એ દૃઢભાજક.

```
૩૬ ) ૬૦ ( ૧                    ૧૨ ) ૬૬ ( ૫
     ૩૬                              ૬૦
     ──                             ───
     ૨૪ ) ૩૬ ( ૧                     ૦૬ ) ૧૨ ( ૨
          ૨૪                               ૧૨
          ──                               ──
          ૧૨ ) ૨૪ ( ૨                      ૦૦
               ૨૪
               ──
               ૦૦      માટે દૃઢભાજક ૬ જવાબ.
```

ટીકાઃ—શરૂઆતમાં છોકરાંને આ રીત કારણ સાથે શીખવવી મુશ્કેલ પડશે, માટે શિક્ષકે ઉપર બતાવેલી રીતે છોકરાંનાં મનની ખાત્રી કરવી. આવી રીતે દૃઢભાજકનું ખરૂં સ્વરૂપ છોકરાંના સમજવામાં આવે તો તેના વિચારના દાખલાઓ ગણતાં બિલકુલ મુશ્કેલી લાગશે નહિ.

૯. અપૂર્ણાંકોને અતિસંક્ષેપ રૂપમાં આણવાનું.

૧. અપૂર્ણાંકોના અંશ તથા છેદ બંનેને એકજ રકમે ભાગીએ, તો તેની કીમતમાં ફેર પડેછે? ના. $\frac{૧૨}{૧૮}$ માં અંશ તથા છેદને કયા કયા સાધારણ નિઃશેષ ભાજકે ભાગી શકાશે? ૨, ૩, ૬ એ. બેએ ભાગતાં $\frac{૬}{૯}$, ત્રણે ભાગતાં $\frac{૪}{૬}$ ને છએ ભાગતાં $\frac{૨}{૩}$ આવે, એ છોકરાં પાસે કઢાવવું. તેવીજ રીતે $\frac{૧૮}{૨૭}=\frac{૬}{૯}$, $\frac{૨}{૩}$; $\frac{૧૫}{૪૫}, = \frac{૫}{૧૫}, \frac{૩}{૯}, \frac{૧}{૩}$ આવે, એમ છોકરાં પાસે કઢાવી પૂછવું કે આમ અંશને તથા છેદને એકજ રકમે ભાગવાથી કેવું રૂપ નીકળેછે? લાંબું કે ટૂંકું? ટૂંકું. ટૂંકા રૂપને સંક્ષેપરૂપ કહેછે. શું કહેછે? સંક્ષેપરૂપ. $\frac{૧૨}{૧૮}$ નાં સંક્ષેપરૂપ કયાં? $\frac{૬}{૯}, \frac{૪}{૬}, \frac{૨}{૩}$. એમાં સૌથી ટૂંકું રૂપ કયું? $\frac{૨}{૩}$. સૌથી ટૂંકા રૂપને અતિસંક્ષેપ રૂપ કહેછે. $\frac{૧૨}{૧૮}$ નો અતિસંક્ષેપ કેટલો? $\frac{૨}{૩}$. તેવીજ રીતે $\frac{૧૮}{૨૭}, \frac{૧૫}{૪૫}$, ૪૦ નાં

સંક્ષેપરૂપ કયાં ને અતિસંક્ષેપ રૂપ કયાં, તે છોકરાં પાસે કઢાવવાં. પછી તેમને કહેવું કે હિસાબ ગણવામાં અતિસંક્ષેપ રૂપ વાપરવાથી હિસાબ ટૂંકામાં ગણાય છે, ગુંચવણ પડતી નથી; માટે હમેશાં હિસાબ ગણવામાં અતિસંક્ષેપ રૂપ વાપરવું. જવાબમાં પણ અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષેપ રૂપ નીકળતુ હોય તો કાઢવું.

૨. અપૂર્ણાંકોનો અતિસંક્ષેપ કાઢતી વખતે તેના સાધારણ નિઃશેષ ભાજકની સંખ્યા બતાવવામાં આવતી નથી, પણ અંશ તથા છેદને છેક મારી તેની ઉપર તથા નીચે નવા આવેલા અંક મૂકાય છે. જેમ, $\frac{૧૨}{૧૮}=\frac{૨}{૩}$, $\frac{૨૦}{૩૦}=\frac{૨}{૩}$, $\frac{૧૫}{૪૫}=\frac{૧}{૩}$. માટે હમેશાં આવી રીત કરવી.

૩. નાનાં અપૂર્ણાંકોમાં તમે સાધારણ નિઃશેષ ભાજક શા વડે ખોળી કાઢોછો? આંકના પાડાવડે. પણ મોટાં અપૂર્ણાંકોમાં સાધારણ નિઃશેષ ભાજક પાડાથી ખોળી કઢાય? નાઃ. તેને બદલે શું કરવું? બે અથવા વધારે સંખ્યાના સાધારણ મોટા નિઃશેષ ભાજકને શું કહેછે? દૃઢભાજક. માટે અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદનો દૃઢભાજક કાઢી તે વતી અંશ તથા છેદને ભાગી અતિસંક્ષેપ રૂપ કાઢવું. આ રીતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં. મોટા અપૂર્ણાંકના અતિસંક્ષેપના હિસાબ ગણાવવામાં દૃઢભાજકની રીત પણ રખાવવી. જેમ, $\frac{૧૫૨}{૪૪૮}$ને અતિસંક્ષેપ રૂપમાં આણો.

```
૧૫૨)૪૪૮(૨          ૧૫૨ ÷ ૬૪=૩
    ૩૮૪            ૪૪૮ ÷ ૬૪=૭
   ------
    ૦૬૪)૧૫૨(૩       
        ૧૫૨
       -----
        ૦૦૦
```

માટે $\frac{૧૫૨}{૪૪૮}=\frac{૩}{૭}$ જવાબ.

૪. ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ કાઢવો હોય, તો પૂર્ણાંક જોડે જે અપૂર્ણાંક હોય તેનો અતિસંક્ષેપ કાઢી પૂર્ણાંક જોડે જોડી દેવો; અને વિષમ અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકમાં લાવવો હોય તો, પ્રથમ પૂર્ણાંક જુદા કાઢી અપૂર્ણાંક રહે તેનો અતિસંક્ષેપ કાઢવાથી હિસાબ ઝટ થાયછે.

૧૦. પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં આણવાનું.

૧. દા. ૧. $\frac{૩}{૪}$નો $\frac{૧}{૩}$ વાંચો? $\frac{૧}{૩}$ એટલે શું? ત્રીજો ભાગ. આમાં $\frac{૩}{૪}$નો કેટલામો ભાગ લેવો છે? ત્રીજો. એટલે શું કરવું? $\frac{૩}{૪}$ને ત્રણે ભાગવા. ત્રણે ભાગવા હોય તો શું કરવું? છેદને ગુણવા. ચાલો ગુણાવો? $\frac{૩}{૪}$નો $\frac{૧}{૩}$ અથવા ત્રીજા ભાગ=$\frac{૩}{૪\times૩}$.

દા. ૨. $\frac{૩}{૪}$ના $\frac{૨}{૩}$ અથવા બે ત્રીજા ભાગ લેવા હોય તો શું કરવું? એક ત્રીજો ભાગ લઇએ તો શો જવાબ આવેછે? $\frac{૩}{૪}\times\frac{૧}{૩}$. માટે બે ત્રીજા ભાગ લઇએ તો આથી જવાબ કેવો આવે? બમણો. બેએ ગુણવા હોય તો શું કરવું? અંશને બેએ ગુણવા. ચાલો ગુણાવો? $\frac{૩}{૪}$ના $\frac{૨}{૩}$ અથવા બે ત્રીજા ભાગ $=\frac{૩\times૨}{૪\times૩}=\frac{૬}{૧૨}=\frac{૧}{૨}$ જવાબ.

ઉપરનો દાખલો પ્રદર્શનવડે પણ સમજાવી શકાય. આ પાસેની **अ ब** આકૃતિના કેટલા સરખા ભાગ પાડેલાછે? ૪. તેના ત્રણ ભાગ બતાવો? **अ क** ભાગ બતાવ્યો. **अ क** આકૃતિ જુઓ તેના કેટલા ભાગ પાડેલાછે? ત્રણ. **अ क** ($\frac{૩}{૪}$) ના બે ત્રીજા ભાગ ($\frac{૨}{૩}$) બતાવો? **अ ड** ભાગ બતાવ્યો. **अ ड** ભાગ **अ ब** નો કેટલામો ભાગ છે? બીજો. બીજો ભાગ એને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૧}{૨}$ જવાબ.

ड क ब
अ

દા. ૩. $\frac{૩}{૫}$ ના $\frac{૨}{૩}$=કેટલા? ઉપરની રીતે ગણાવતાં $\frac{૩\times૨}{૫\times૩}=\frac{૨}{૫}$ જ૦.

પ્રદર્શન રીતે—**अ ब** આકૃતિના કેટલા ભાગ પાડેલાછે? પાંચ. **अ क** ભાગ કેવડોછે? $\frac{૩}{૫}$. **अ क** આકૃતિના કેટલા ભાગ પાડેલાછે? ત્રણ. **अ क** આકૃતિનો **अ ड** ભાગ કેવડોછે? $\frac{૨}{૩}$. તેથી $\frac{૩}{૫}$ ના $\frac{૨}{૩}$ = **अ ड** ભાગ તે **अ ब** આકૃતિનો $\frac{૨}{૫}$છે, તેથી ઉપરનો જવાબ આવ્યો.

ड क ब
अ

૨. રીતિ:—(પાટીયાપર ઉપરના દાખલા રાખી તે પર છોકરાંનું લક્ષ ખેંચી પૂછીએ કે) પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકને સાદા અપૂર્ણાંકમાં લાવવું હોય તો શું કરવું? **બધાં અપૂર્ણાંકોના અંશોનો ગુણાકાર નવા અંશમાં ને છેદોનો ગુણાકાર નવા છેદમાં લખવો.** કોઈ પણ અંશ અને કોઈ પણ છેદનો સંક્ષેપ જાય તો કાઢવો.

૩. આણુપાણનાં અપૂર્ણાંક હોય તો તેને અપૂર્ણાંક રૂપ આપીને, તથા ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો તેને વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપીને હિસાબ કરવો. જેમ, ૦। નો ૧। ના ૧$\frac{૧}{૬૩}$ ના ૪$\frac{૩}{૪}$ ના ૧॥ ને સાદા અપૂર્ણાંકમાં લાવો? આમાં ૦। = $\frac{૧}{૪}$, ૧। = ૧$\frac{૧}{૪}$ = $\frac{૫}{૪}$, ૧$\frac{૧}{૬૩}$ = $\frac{૬૪}{૬૩}$, ૪$\frac{૩}{૪}$ = $\frac{૧૯}{૪}$, ને ૧॥=૧$\frac{૧}{૨}$=$\frac{૩}{૨}$.

$\frac{૧\times૫\times૬૪\times૧૯\times૩}{૪\times૪\times૬૩\times૪\times૨}=\frac{૯૫}{૪૨}=૨\frac{૧૧}{૪૨}$ જવાબ.

૧૧. મિશ્ર અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં આણવાનું.

૧. દા. ૧. $\frac{\frac{૪}{૫}}{\frac{૮}{૧૫}}$ ને સાદા અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપો. વાંચો ? આ કયું અપૂર્ણાંક છે? મિશ્ર. એના છેદમાં કેટલા છે? $\frac{૮}{૧૫}$. પણ આપણે $\frac{૮}{૧૫}$ ને બદલે છેદમાં ૮ રાખવા હોય તો શું કરવું જોઇએ ? $\frac{૮}{૧૫}$થી ૮ કેટલા ગણા છે? ૧૫. માટે શું કરવું જોઇએ? છેદને પંદરે ગુણવા જોઇએ. અપૂર્ણાંકની કીમતમાં ફેર ન પડવા માટે આપણે છેદને પંદરે ગુણીએ, તો બીજું શું કરવું જોઇએ? અંશને પણ પંદરે ગુણવા જોઇએ. ચાલો ગુણાવો ?—

$\frac{\frac{૪}{૫}\times૧૫}{\frac{૮}{૧૫}\times૧૫}=\frac{\frac{૪\times૧૫}{૫}}{\frac{૮\times\cancel{૧૫}}{\cancel{૧૫}}}=\frac{\frac{૪\times૧૫}{૫}}{૮}$ આ મિશ્ર અપૂર્ણાંકના છેદમાં કેટલા આવ્યા ? ૮. પણ આપણે ૮ને બદલે ૧ લાવવો હોય તો શું કરવું ? છેદને આઠે ભાગવા. છેદને આઠે ભાગીએ તો બીજું શું કરવું ? અંશને પણ આઠે ભાગવા જોઇએ. શા માટે ? કીમતમાં ફેર ન પડે માટે. ચાલો ભગાવો ?—

$\frac{\frac{૪\times૧૫}{૫}\div૮}{૮\div૮}=\frac{\frac{૪\times૧૫}{૫\times૮}}{૧}$ પણ છેદમાં ૧ મૂકવાથી કે નહિ મૂકવાથી કીમતમાં ફેર પડતો નથી, માટે કાઢી નાંખ્યો એટલે $\frac{૪\times૧૫}{૫\times૮}$ આવું રૂપ થયું. ચાલો જવાબના અંશમાં શું આવ્યું ? ૪ × ૧૫. ૪ એ દાખલામાં કયે ઠેકાણે છે ? મિશ્ર અપૂર્ણાંકના અંશના અંશમાં. ને ૧૫...છેદના છેદમાં. બોલો ત્યારે મિશ્ર અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં લાવતાં નવા અંશમાં શું માંડવું ? **મિશ્ર અપૂર્ણાંકના અંશનો અંશ, ને છેદનો છેદ, એ બેનો ગુણાકાર નવા અંશમાં માંડવો.** (પાટીયામાં લખી પાકું કરાવવું).

નવા છેદમાં કેટલા આવ્યા ? ૫ × ૮. ૫ એ દાખલામાં કયે ઠેકાણેછે ? મિશ્ર અપૂર્ણાંકના અંશના છેદમાં, ને ૮...છેદના અંશમાં. બોલો ત્યારે મિશ્ર અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં લાવતાં નવા છેદમાં શું માંડવું ? **મિશ્ર અપૂર્ણાંકના અંશનો છેદ, ને છેદનો અંશ, એ બેનો ગુણાકાર નવા છેદમાં માંડવો.** (પાટીયામાં લખી પાકું કરાવવું).

કોઇ પણ અંશ ને કોઇ પણ છેદનો સંક્ષેપ જાય તો કાઢતાં $\frac{\cancel{૪}^{૧}\times\cancel{૧૫}^{૩}}{\cancel{૫}_{૧}\times\cancel{૮}_{૨}}=\frac{૩}{૨}=૧\frac{૧}{૨}$ જવાબ.

દા. ૨. $\frac{\frac{૫}{૮}}{\frac{૧૫}{૧૬}}=\frac{\frac{૫}{૮}\times૧૬}{\frac{૧૫}{૧૬}\times૧૬}=\frac{\frac{૫\times૧૬}{૮}}{\frac{૧૫\times\cancel{૧૬}}{\cancel{૧૬}}}=\frac{\frac{૫\times૧૬}{૮}}{૧૫}=\frac{\frac{૫\times૧૬}{૮}\div૧૫}{૧૫\div૧૫}$

$=\frac{\cancel{૫}^{૧}\times\cancel{૧૬}^{૨}}{\cancel{૮}_{૧}\times\cancel{૧૫}_{૩}}=\frac{૨}{૩}$ જવાબ. ઉપરની રીતેજ ગણાવવો, ને ઉપરની પાટીયામાં નોં-

પેલી રીત કઢાવવી. પછી સામાન્ય રીત નીચે મુજબ પાકી કરાવવી.

રીતિ:—મિશ્ર અપૂર્ણાંકમાં અંશસ્થળના અપૂર્ણાંકના અંશ ને છેદસ્થળના અપૂર્ણાંકના છેદનો ગુણાકાર નવા અંશમાં, તથા અંશસ્થળના અપૂર્ણાંકના છેદ ને છેદસ્થળના અપૂર્ણાંકના અંશ એ બેનો ગુણાકાર નવા છેદમાં લખવાથી સાદું અપૂર્ણાંક આવેછે.

૨. **મનોયત્ન:**—હવે ઉપર મુજબ હિસાબ લાંબી રીતે ન ગણાવતાં, રીતમાં કહ્યા મુજબ ટૂંકી રીતે ગણાવવો. અંશ અથવા છેદમાં એકલા પૂર્ણાંક હોય તો તે નીચે છેદમાં ૧ માંડી અપૂર્ણાંક સમજી હિસાબ ગણવો. જો અંશ અથવા છેદમાં ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી હિસાબ ગણવો, અને પ્રભાગજાત અપૂર્ણાંક હોય તો તેને સાદા અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી હિસાબ ગણવો.

દા. ૧. $\frac{૪૮}{૧\frac{૧}{૧૫}} = \frac{\frac{૪૮}{૧}}{\frac{૧૬}{૧૫}} = \frac{૪૮ \times ૧૫}{૧ \times ૧૬} = ૪૫$ જવાબ.

દા. ૨. $\frac{૪૫ \text{ ના } \frac{૫}{૧૨} \text{ ના } ૩\frac{૭}{૯} \text{ ના } ૭ા=}{૩૦\frac{૧}{૨} \text{ ના } ૧૫ \text{ ના } ૦ા\sim}$ ને સાદા અપૂર્ણાંકમાં લાવો ?

આમાં ૪૫ના $\frac{૫}{૧૨}$ ના $૩\frac{૭}{૯}$ના ૭ા= $= \frac{૪૫ \text{ ના } ૫ \text{ ના } ૩૪ \text{ ના } ૬૧}{૧ \text{ ના } ૧૨ \text{ ના } ૯ \text{ ના } ૮} = \frac{૨૫૯૨૫}{૭૨}$, અને $૩૦\frac{૧}{૨}$ ના ૧૫ ના ૦ા~ $= \frac{૬૧ \text{ ના } ૧૫ \text{ ના } ૫}{૨ \text{ ના } ૧ \text{ ના } ૧૬} = \frac{૪૫૭૫}{૩૨}$

માટે, $\frac{\frac{૨૫૯૨૫}{૭૨}}{\frac{૪૫૭૫}{૩૨}} = \frac{૨૫૯૨૫ \times ૩૨}{૭૨ \times ૪૫૭૫} = \frac{૬૮}{૨૭} = ૨\frac{૧૪}{૨૭}$ જવાબ.

૧૨. વિવિધ પરિમાણના અપૂર્ણાંકની કીમત કાઢવાનું.

૧. **અપૂર્ણાંક પરિમાણની કીમત કાઢવા વિષે:**—દા. ૧. $\frac{૭}{૨૪}$ રૂ. ની કીમત કાઢો ? વાંચો ? કેટલા રૂપિઆ છે ? $\frac{૭}{૨૪}$. $\frac{૭}{૨૪}$ રૂપિઆ એટલે શું ? એક રૂપિઆના સરખા ૨૪ ભાગ કરી તેમાંથી ૭ ભાગ લેવા તે. આવા ભાગ આપણે કોઇને આપી શકીએ ? ચલણી નાણામાં આવા ભાગ ચાલેછે? ના. ત્યારે આવા ભાગ આપી શકીએ ? ના. માટે આપણે આને હલકા રૂપમાં લઇ જઇએ. હલકા રૂપમાં લઇ જવાના હિસાબ કઇ રીતે થાય ? ઉતરતી ભાંજણીની રીતે. માટે આવા હિસાબ હમેશાં ઉતરતી ભાંજણીની રીતે કરવા. ઉતરતા રૂપમાં લઇ જવા માટે રૂપિઆના શું કરવા? આના. કેમ થાય? ૧૬ એ ગુણવાથી. ચાલો આના કરાવો.

$\frac{૭}{૨૪}$ રૂ. $= \frac{૭}{૨૪} \times ૧૬ = \frac{૭ \times ૧૬}{૨૪} = \frac{૧૪}{૩} = ૪\frac{૨}{૩}$ આના. હવે $\frac{૨}{૩}$ આના

આપણે કોઇને આપી શકીશું? ના. કેમ ? ચલણી નાણામાં આનાના ત્રીજા ભાગ ચાલતા નથી. માટે શું કરવાં ? પાઇ. શું કરવાથી થાય ? બારે ગુણવાથી. ચાલો ગુણાવો? $\frac{૨}{૩}$ આના $= \frac{૨}{૩} \times ૧૨ = \frac{૨ \times \cancel{૧૨}^{૪}}{\cancel{૩}} = ૮$ પાઈ.

માટે જવાબ $\frac{૭}{૨૪}$ રૂ. = ૪ આના ૮ પાઇ.

☞ જૂદા જૂદા પરિમાણના આવા દાખલા ઘણા લેવા.

દા. ૨. $\frac{૭}{૨૫}$ ટનના $\frac{૧}{૧૪}$ ના $\frac{૩}{૮}$ ના $\frac{૧}{૨૧}$ ની કીમત કાઢો ? આ કયું અપૂર્ણાંક છે ? પ્રભાગજાતિ. તેનું સાદું રૂપ કરાવો ? $\frac{\cancel{૭} \times ૧ \times \cancel{૩} \times ૧}{૨૫ \times \cancel{૧૪} \times ૮ \times \cancel{૨૧}} =$ $\frac{૧}{૨૮૦૦}$ ટન. $= \frac{૧ \times \cancel{૨૦}}{\cancel{૨૮૦૦}_{૧૪૦}} = \frac{૧}{૧૪૦}$ હંડ્રવેટ $= \frac{૧ \times \cancel{૪}}{\cancel{૧૪૦}_{૩૫}} = \frac{૧}{૩૫}$ ક્વાટર $= \frac{૧ \times \cancel{૨૮}^{૪}}{\cancel{૩૫}_{૫}}$ $= \frac{૪}{૫}$ પૌંડ $= \frac{૪ \times ૧૬}{૫} = \frac{૬૪}{૫} = ૧૨\frac{૪}{૫}$ ઔંસ. હવે $\frac{૪}{૫}$ ઔંસ $= \frac{૪ \times ૧૬}{૫} = \frac{૬૪}{૫}$ $= ૧૨\frac{૪}{૫}$ ડ્રામ. માટે જવાબ ૧૨ ઔંસ $૧૨\frac{૪}{૫}$ ડ્રામ.

રીતિઃ—જૂદી જૂદી જાતના અપૂર્ણાંક પરિમાણની કીમત કાઢતાં આવડયા પછી દાખલો લઇ સામાન્ય રીત કઢાવવી. તે કઢાવવા નીચે મુજબ સવાલો પૂછવા. આવા દાખલા કઇ રીતે થાય ? ઉતરતી ભાંજણીની રીતે. પ્રથમ ભારે પરિમાણને કયા રૂપમાં લઇ જવું ? તેની પાસેના હલકા પરિમાણમાં. જવાબમાં ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક આવે તો શું કરવું? અપૂર્ણાંકનેજ હલકા રૂપમાં લઈ જવું. આ પ્રમાણે ક્યાં સૂધી કરવું ? છેક હલકું પરિમાણ આવે ત્યાં સૂધી, ક્યારે એમ કરવું ન પડે ? વચમાં ફક્ત પૂર્ણાંક આવે ત્યારે.

આપેલા અપૂર્ણાંકને ઉતરતી ભાંજણીનું રૂપ આપી હલકા રૂપમાં આણતાં જવું. દરેક જાતના પૂર્ણાંક નીકળતા હોય તો તે કાઢી બાકીના અપૂર્ણાંકને તેનાથી હલકા પરિમાણનું રૂપ આપવું. એ પ્રમાણે બરાબર કીમત નીકળી રહે ત્યાં સૂધી અથવા છેક હલકી જાતનું પરિમાણ આવે ત્યાં સૂધી કરવું.

૨. ઘણાં વિવિધ પરિમાણોના અપૂર્ણાંકની કીમત કાઢવા વિધિઃ—દા. ૧. રૂ. ૩–૫–૪ ના $\frac{૩}{૪}$ની કીમત કાઢો ? વાંચો ? શાના $\frac{૩}{૪}$ છે ? રૂ. ૩–૫–૪ના. $\frac{૩}{૪}$ એટલે શું ? ચાર સરખા ભાગ કરી ત્રણ ભાગ લેવા તે. શાના ચાર સરખા ભાગ કરી ત્રણ ભાગ લેવાછે ? રૂ. ૩–૫–૪ના. માટે શું કરવું ? તેને ચારે ભાગી ત્રણે ગુણવા. માટે આવા હિસાબમાં કેમ કરવું? કઇ રકમે ભાગવા ? છેદે. પછી કઇ રકમે ગુણવા ? અંશે. ચાલો ગુણાવો ?

```
    રૂ. આ. પા.                        રૂ. આ. પા.
૪) ૩—૫—૪                            ૩—૫—૪
   ———————                               ૩
   ૦–૧૩—૪          અથવા          ———————
         ૩                      ૪) ૧૦—૦—૦
   ———————                         ———————
   ૨—૮—૦                             ૨—૮—૦
```

છેદે ભાગી અંશે ગુણવાને બદલે પ્રથમ અંશે ગુણી છેદે ભાગીએ તો-પણ ચાલે. એ સમજાવવા એક સાદી સંખ્યાનો દાખલો લઇ હિસાબ ગણી બતાવી બંને રીતે એકજ જવાબ આવેછે એમ ખાત્રી કરાવી આજ હિસાબ જોડે બતાવ્યા મુજબ ગણાવવો. જેમ ૪ ÷ ૨ × ૫ = ૧૦. અથવા ૪ × ૫ ÷ ૨ = ૧૦. **રીતિઃ**—આ જાતના દાખલા શીખવીને સામાન્ય રીત કઢાવવી —ઘણાં વિવિધ પરિમાણોના અપૂર્ણાંકની કીમત કાઢવાને તે પરિમાણોને અપૂર્ણાંકના છેદે ભાગી અંશે ગુણવા, અથવા પ્રથમ અંશે ગુણી છેદે ભાગવા.

☞ ઘણા શિક્ષકો આ રીતનો ઉપયોગ ન કરતાં વિવિધ પરિમાણોને ચડતી ભાંજણીની રીતે ભારે પરિમાણનું રૂપ અપાવી પછી અપૂર્ણાંકે ગુણાવી ગુણાકારની પછી ઉતરતી ભાંજણી રીતે કીમત કઢાવેછે. પણ તેથી વખત ઘણો જાયછે માટે આ રીતનો ઉપયોગ કરવો.

વિવિધ પરિમાણોના પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકની કીમત કાઢવી હોય તો પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકને સાદું રૂપ આપી પછી ઉપર પ્રમાણે કરવું જેમ—

૧૫ ખાં. ૭ મ. ૧૨ શેરના $\frac{૭}{૪૦}$ ના $\frac{૩}{૧૦૦}$ ની કીમત કાઢો?

આમાં $\frac{૭}{૪૦}$ ના $\frac{૩}{૧૦૦}$ = $\frac{૨૧}{૪૦૦૦}$.

ખાં. મ. શે. રૂ.ભા.

૪૦૦૦)૧૫—૭—૧૨

૦—૦—૩—૨$\frac{૨૩}{૨૫}$

૨૧

૦—૧—૨૪—૨૧$\frac{૧}{૨૫}$ જવાબ.

૧૩. ઉતરતા નામની રકમને તેજ જાતના ચઢતા નામના અપૂર્ણાંકમાં આણવાનું.

૧. હલકા પરિમાણને ભારે પરિમાણના અપૂર્ણાંકમાં લાવવા વિષેઃ—દા. ૧. ૯ પાઇને રૂપિઆના અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપો? આમાં પાઇના શું કરવા છે? રૂપિઆ. એમાં હલકું પરિમાણ કયું? પાઇ. ભારે? રૂપિઆ. હલકા પરિમાણમાંથી ભારે પરિમાણમાં લઇ જવાના હિસાબ કઇ રીતે થાય? ચઢતી ભાંજણીની રીતે. યાદ રાખજો આવા હિસાબ હમેશાં ચઢતી ભાંજણીની રીતે કરવા. ચઢતા રૂપમાં લઇ જવા માટે પાઇના શું કરવા? આના. કેમ થાય? બારે ભાગવાથી. ચાલો આના કરાવો? ૯ પાઈ ÷ ૧૨ = $\frac{૯}{૧૨}$ = $\frac{૩}{૪}$ આના. હવે આનાના શું કરવા? રૂપિઆ. કેમ થાય? સોળે ભાગવાથો. ચાલો ભગાવો? $\frac{૩}{૪}$ આના ÷ ૧૬ = $\frac{૩}{૪ × ૧૬}$ = $\frac{૩}{૬૪}$ રૂ. જવાબ.

☞ જૂદા જૂદા પરિમાણના આવા દાખલા ઘણા લેવા.

દા. ૨. $૯\frac{૩}{૫}$ પાઈ નાં $૨\frac{૧}{૪}$ને રૂપિઆના અપૂર્ણાંકમાં લાવો ? આ કયું અપૂર્ણાંક છે? પ્રભાગજાતિ. તેનું સાદું રૂપ કરાવો ? $\frac{૪૮}{૫}$ ના $\frac{૯}{૪}$ = $\frac{૪૮}{૫} \times \frac{૯}{૪}$ = $\frac{૧૦૮}{૫}$ પાઇ ÷ ૧૨ ÷ ૧૬ = $\frac{૧૦૮}{૫ \times ૧૨ \times ૧૬}$ = $\frac{૯}{૮૦}$ રૂ. જવાબ.

૨. વિવિધ પરિમાણોને ભારે પરિમાણના અપૂર્ણાંકમાં લાવવા વિષે:—દા. ૧. રૂ. ૧૫–૯–૪ને રૂપિઆના અપૂર્ણાંકમાં લાવો ? આમાં સૌથી નાનું પરિમાણ કયું છે? ૪ પાઇ. તેના શું કરવા ? આના કરાવો? ૪ પાઈ ÷ ૧૨ = $\frac{૪}{૧૨}$ = $\frac{૧}{૩}$ આના + ૯ આના = $૯\frac{૧}{૩}$ = $\frac{૨૮}{૩}$ આના ÷ ૧૬ = $\frac{૨૮}{૩ \times ૧૬}$ = $\frac{૨૮}{૪૮}$ = $\frac{૭}{૧૨}$ રૂ. + ૧૫ રૂ. = ૧૫ $\frac{૭}{૧૨}$ રૂ. જવાબ.

દા. ૨. રૂ. ૩–૧૦–૮ ના $\frac{૭}{૮}$ને રૂપિઆના અપૂર્ણાંકમાં લાવો ? આ કયું અપૂર્ણાંકછે ? પ્રભાગજાતિ. એનું સાદું રૂપ કેમ થશે ? આઠે ભાગી સાતે ગુણવાથી.

રૂ.–આ–પા.	
૮) ૩–૧૦–૮	ઉપર મુજબ ગણતાં, ૪ પાઇ ÷ ૧૨ = $\frac{૪}{૧૨}$ = $\frac{૧}{૩}$
૦–૭–૪	આ. + ૩ આ. = $૩\frac{૧}{૩}$ = $\frac{૧૦}{૩}$ આના ÷ ૧૬ = $\frac{૧૦}{૩ \times ૧૬}$ =
૭	$\frac{૧૦}{૪૮}$ = $\frac{૫}{૨૪}$ રૂ. + ૩ રૂ. = $૩\frac{૫}{૨૪}$ રૂ. જવાબ.
૩–૩–૪	

૩. **રીતિ:**—એક દાખલો લઇ કઢાવવી. તે કઢાવવા નીચે મુજબ સવાલો પૂછવા. આવા દાખલા કઇ રીતે થાય ? ચઢતી ભાંજણીની રીતે. પ્રથમ હલકા પરિમાણને કયા રૂપમાં લઈ જવું ? તેની પાસેના ભારે પરિમાણમાં. પછી શું કરવું ? તેની જાતનું પરિમાણ હોય તો મેળવવું. પછી શું કરવું ? તેનાથી ભારે પરિમાણમાં લઇ જવું. આમ ક્યાં સૂધી કરવું ? માગેલું પરિમાણ આવે ત્યાંસૂધી.

ચઢતી ભાંજણીની રીતે હલકા પરિમાણને તેનાથી ભારે પરિમાણના અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવું, પછી તેમાં તેની જાતનો અંક કહ્યો હોય તો પૂર્ણાંક દાખલ મૂકવો. પછી તે બધાને તેનાથી ભારે પરિમાણનું રૂપ આપવું. એમ માગેલું પરિમાણ આવે ત્યાંસૂધી કરવું.

૪. અપૂર્ણાંકમાં વિવિધ પરિમાણને વિવિધ પરિમાણે ભાગવા વિષે:—દા. ૧. ૭ આના ૯ પાઇના $\frac{૪}{૫}$ માં ૫ રૂપિઆ કેટલીવાર રહેલા છે ? આવા હિસાબ કેમ ગણાય ? ૨૦ માં ૫ કેટલીવાર છે ? ૪ વાર. કેમ જાણ્યું ? ૨૦ ને ૫ એ ભાગવાથી. તેમ આ હિસાબમાં પણ શું કરવું ? ૭ આના ૯ પાઇના $\frac{૪}{૫}$ ને ૫ રૂપિઆએ ભાગવા. ભાગાકાર કેવી રકમોનો થાય ? સજાતિયનો. માટે બંનેના શું કરીએ તો ભાગાકાર થાય ? રૂપિઆ. જવાબ કઈ

જાતનો આવે ? સાદી સંખ્યા. કેમ ? વિવિધ પરિમાણને વિવિધ પરમાણે ભાગીએ, તો જવાબ સાદી સંખ્યાજ આવે. શાબાશ. ચાલો હિસાબ ગણાવો ?

આ. પા
૫) ૭–૯
૧–૬$\frac{૩}{૫}$
× ૪
૬–૨$\frac{૨}{૫}$

૨$\frac{૨}{૫}$ પાઇ = $\frac{૧૨}{૫}$ પાઇ ÷ ૧૨ = $\frac{૧૨}{૫ \times ૧૨}$ = $\frac{૧}{૫}$ આનો + ૬ આના = ૬$\frac{૧}{૫}$ = $\frac{૩૧}{૫}$ આના ÷ ૧૬ = $\frac{૩૧}{૫ \times ૧૬}$ = $\frac{૩૧}{૮૦}$ રૂ. ÷ ૫ રૂ. = $\frac{૩૧}{૮૦ \times ૫}$ = $\frac{૩૧}{૪૦૦}$ જ૦.

દા. ૨. શેર ૭ા≈ એ $\frac{૫}{૮}$ ખાંડીનો કયો અપૂર્ણાંક છે ? પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકમાં **નો** કે **ના** વપરાયછે, તેનો અર્થ ગુણ્યા બરાબરજ છે. માટે આમાં દાખલાનું રૂપ $\frac{૫}{૮}$ ખાંડી × અપૂર્ણાંક=શેર ૭ા≈ છે, આવું થયું. એટલે ગુણ્ય ને ગુણાકાર આપેલાછે, તે પરથી ગુણક કાઢવાનો થયો. ગુણક=ગુણાકાર ÷ ગુણ્ય હોયછે, માટે ગુણાકાર શેર ૭ા≈ ને ગુણ્ય $\frac{૫}{૮}$ ખાંડીએ ભાગવા જોઇએ.

શેર ૭ા≈ = ૭$\frac{૧૦}{૧૬}$ = ૭$\frac{૫}{૮}$ = $\frac{૬૧}{૮}$ શેર ÷ ૪૦ ÷ ૨૦ = $\frac{૬૧}{૮ \times ૪૦ \times ૨૦}$ = $\frac{૬૧}{૬૪૦૦}$ ખાંડી ÷ $\frac{૫}{૮}$ ખાંડી. આવું રૂપ થયું. (પણ હજીસૂધી તેમને અપૂર્ણાંક ભાગાકાર ચાલેલા નથી, માટે મિશ્ર અપૂર્ણાંક રીતે લખાવી તેનું સાદું રૂપ કરાવવું). આમાં ભાજ્ય શું છે? $\frac{૬૧}{૬૪૦૦}$ ખાંડી. ભાજક શું છે? $\frac{૫}{૮}$ ખાંડી. અપૂર્ણાંકમાં ભાજ્ય કયાં લખાય ? અંશમાં. ભાજક ? છેદમાં. ચાલો તેવી રીતે લખી બતાવો ? $\frac{\text{ખાંડી } \frac{૬૧}{૬૪૦૦}}{\text{ખાંડી } \frac{૫}{૮}}$ આ કયું અપૂર્ણાંક થયું ? મિશ્ર. તેનું સાદું રૂપ કરાવો ? $\frac{૬૧ \times ૮}{૬૪૦૦ \times ૫}$ = $\frac{૪૮૮}{૩૨૦૦૦}$ = $\frac{૬૧}{૪૦૦૦}$ જવાબ.

બીજી રીતેઃ—અંકગણિતનાં મૂળતત્વમાં મિશ્ર અપૂર્ણાંક લીધેલું નથી. માટે તેમને અપૂર્ણાંક ભાગાકાર ચાલ્યા ન હોય, ત્યાંસૂધી આવા હિસાબ હલકા પરિમાણમાં લાવી શીખવવા. જેમ ઉપરનોજ દાખલો લઇએ.—

શેર ૭ા≈ = ૭ શેર × ૧૬ + ૧૦ = ૧૨૨ અધોળ. ખાંડી $\frac{૫}{૮}$ × ૨૦ × ૪૦ × ૧૬ = $\frac{૫ \times ૨૦ \times ૪૦ \times ૧૬}{૮}$ = $\frac{૬૪૦૦૦}{૮}$ = ૮૦૦૦ અધોળ. તેથી ૧૨૨ અધોળ ÷ ૮૦૦૦ અધોળ = $\frac{૧૨૨}{૮૦૦૦}$ = $\frac{૬૧}{૪૦૦૦}$ જવાબ.

☞ વિવિધ પરિમાણને વિવિધ પરિમાણે ભાગવાના હિસાબ પાંચ રીતે બોલાયછે, તેપર વિદ્યાર્થીનું ખાસ લક્ષ ખેંચવું.

૧. ૭ આ. ૯ પા. ના $\frac{૪}{૫}$ ને ૫ રૂપિઆ **ના** અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપો ?

૨. ૭ આ. ૯ પા. ના $\frac{૪}{૫}$ તે ૫ રૂપિઆ **નો** કયો અપૂર્ણાંક છે ?

૩. ૫ રૂપિઆ **નો** કયો અપૂર્ણાંક ૭ આ. ૯ પા. ના $\frac{૪}{૫}$ થાય ?

• ઉપરના ત્રણે દાખલામાં ગુણાકાર ને ગુણ્ય આપેલા છે, તેપરથી ગુણક

કાઢવાનોછે. પણ પહેલા બે હિસાબમાં ગુણાકાર પ્રથમ ને ગુણ્ય પછી, અને ત્રીજા હિસાબમાં ગુણ્ય પ્રથમ ને ગુણાકાર પછી લખાવેલો છે. આવા હિસાબોમાં ગુણાકાર ÷ ગુણ્ય = ગુણક નીકળે. ટૂંકામાં જેને **ના** કે **નો** લાગેલા હોય તે રકમે (ગુણ્યે) બીજી રકમ (ગુણાકાર) ને ભાગવા.

૪. ૭ આ. ૯ પા. ના $\frac{4}{5}$ માં ૫ રૂપિઆ કેટલીવાર રહેલાછે?

૫. ૭ આ. ૯ પા. ના $\frac{4}{5}$ માંથી ૫ રૂપિઆ જેવડા કેટલા ભાગ થાય?

ચોથા પાંચમા દાખલાગાં ભાજ્ય ને ભાજક આપેલા છે, તેપરથી ભાગાકાર કાઢવોછે. માટે ભાજ્ય ÷ ભાજક = ભાગાકાર નીકળે.

૧૪. અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ.

૧. **અવિભાજ્ય સંખ્યા શીખવવા વિષે:**—૨૪ ના અવયવ કયા? ૬ × ૪. ૩૬ ના...૧૨ × ૩. ૫ ના અવયવ કયા? ન નીકળે. ૭ ના...ન નીકળે. બધાં સાથે બોલો? **જે સંખ્યાના અવયવ નીકળતા નથી, તે અવિભાજ્ય સંખ્યા કહેવાયછે.** [શિક્ષકે ૧૦૦ સુધીની સંખ્યામાંથી જેના અવયવ નીકળી શકે, તે મૂકી દેવરાવી બાકીની અવિભાજ્ય સંખ્યા છોકરાં પાસે ખોળાવવી. જેમ, ૧, ૨, ૩, ૫, ૭, ૧૧, ૧૩, ૧૭, ૧૯, ૨૩, ૨૯, ૩૧, ૩૭, ૪૧, ૪૩, ૪૭, ૫૩, ૫૯, ૬૧, ૬૭, ૭૧, ૭૩, ૭૯, ૮૩, ૮૯, ૯૭.

૨. **ભાજ્ય સંખ્યા શીખવવા વીષે:**—અવિભાજ્ય સંખ્યા શાને કહેછે? જેના અવયવ નીકળતા નથી તેને. જેના અવયવ નીકળી શકે તેવી સંખ્યા બોલો? ૧૬. તેના અવયવ કયા કયા? ૪ × ૪, ૮ × ૨. તમે જેના અવયવ નીકળી શકે તેવી બીજી સંખ્યા આપો? ૨૮. તેના અવયવ કયા? ૭ × ૪. **જે સંખ્યાના અવયવ નીકળી શકે તે ભાજ્ય સંખ્યા કહેવાયછે.** વ્યાખ્યા પાકી કરાવી પૂછવું કે ભાગાકારમાં ભાજ્ય સંખ્યા શાને કહે છે? જેને ભાગવાના હોય તેને. ભાગતાં શેષ વધે તોપણ આપણે તેને શું કહીએ છીએ? ભાજ્ય સંખ્યા. બધાં બરાબર યાદ રાખજો કે ભાગાકારમાં ભાજ્ય સંખ્યા સાધારણ (ઘણાંને લાગુ પડે તેવા) અર્થમાં વાપરીએ છીએ, પણ આ ઠેકાણે વિશેષ (અમુકનેજ લાગુ પડે તેવા) અર્થમાં વાપરીએ છીએ. ભાજ્ય સંખ્યાનો વિશેષ અર્થ કયો? જેના અવયવ પડી શકે તે. ભાજ્ય સંખ્યાનાં બીજાં ઉદાહરણ લેવાં.

૩. **અરસ્પરસ અવિભાજ્ય સંખ્યા શીખવવા વિષે:**—૧૨ કેવી સંખ્યા છે? ભાજ્ય. કેમ જાણ્યું? તેના અવયવ નીકળી શકેછે? કયા કયા? ૩ × ૪, ૬ × ૨. ૨૫ ના...૫ × ૫. પણ ૧૨ ને ૨૫ નો દૃઢભાજક કેટલો? ૧. ૪, ૯, ૨૫ આ ત્રણે સંખ્યાઓ કેવીછે? ભાજ્ય. પણ તેમનો દૃઢભાજક

કેટલો આવે? ૧. જ્યારે બે અથવા વધારે સંખ્યાનો દૃઢભાજક ૧જ હોય ત્યારે તે સંખ્યાઓ અરસ્પરસ અવિભાજ્ય કહેવાયછે.

૪. ભાજ્ય સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો કાઢવા વિષે:— ૩૦ એ કેવી સંખ્યાછે? ભાજ્ય. તેના અવયવ કયા? ૫×૬. ૫ કેવી સંખ્યાછે? અવિભાજ્ય. ૬... ભાજ્ય. તેના અવયવ કયા? ૩×૨. એ બંને કેવી સંખ્યાછે? અવિભાજ્ય. બોલો ત્યારે ૩૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ કયા? ૫×૩×૨. ૩૬ સંખ્યા કેવીછે? ભાજ્ય. તેના અવયવ...૬×૬. ૬ કેવી સંખ્યા? ભાજ્ય. તેના અવયવ...૩×૨. એ બને કેવી સંખ્યા? અવિભાજ્ય. ત્યારે ૩૬ ના અવિભાજ્ય અવયવ કયા? ૩×૨×૩×૨. આ પ્રમાણે ૪૮, ૮૦, ૯૬ વગેરે ભાજ્ય સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો ઉપર મુજબ કઢાવી કહેવું કે હું તમને આટલું બધું લાંબુ ગણવાને બદલે તેની એક ટૂંકી રીત બતાવુંછું તે બધાં ધ્યાન રાખો. (નીચેની રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલો ગણાવતાં જવું).

રીતિ:—કોઇ ભાજ્ય સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો કાઢવા હોય તો, તે સંખ્યાનો નિ:શેષ ભાજક હોય એવી અવિભાજ્ય સંખ્યાએ તેને ભાગવા. ભાગાકારનો નિ:શેષ ભાજક હોય એવી અવિભાજ્ય સંખ્યાએ તે ભાગાકારને ભાગવો. એમ છેવટે ભાગાકારમાં અવિભાજ્ય સંખ્યા આવે, ત્યાંસુધી કરવું. એટલે છેલ્લો ભાગાકાર તથા બધા ભાજક એ આપેલી સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો થશે.

દા. ૧

૩૬ ના અવિભાજ્ય અવયય કયા?

૨	૩૬
૨	૧૮
૩	૯
	૩

માટે, ૨, ૨, ૩, ૩ જવાબ.

દા. ૨

૩૯૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ કયા?

૨	૩૯૦
૩	૧૯૫
૫	૬૫
	૧૩

માટે, ૨, ૩, ૫, ૧૩ જવાબ.

☞ છોકરાંને નિ:શેષ ભાજક ખોળવો સુગમ પડે, માટે કહેવું કે ૨થી અનુક્રમે અવિભાજ્ય સંખ્યાએ ભાગી જોવું, ને શેષ ન વધે તો જાણવું કે તે તેનો અવયવ છે. એમ થોડા દિવસ કરાવ્યાથી તે, અવિભાજ્ય અવયવ કયો થશે તે ઝટ પારખી શકશે. મોટા લાલશંકરકૃત અંકગણિતમાં કોઇ સંખ્યાના અવિભાજ્ય અવયવો ઝટ ખોળી કાઢવાના કેટલાક નિયમો આપેલાછે, તે શરૂઆતમાં શીખવવું છોકરાંને મુશ્કેલ લાગશે. માટે તેમાંના કેટલાક નિયમ શીખનારની શક્તિ અનુસાર કહેવા. ઉપલાં ધોરણમાં છોકરાં જાય ત્યારે આ

બાબતનું ગનેાયત્ન પાકું કરાવવું. હાલમાં લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય શી-ખવવાને આટલી વાત બસ છે.

૧૫. લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય.

૧. **ભાજ્ય સંખ્યાઃ**—૨૪ કેવી સંખ્યા છે? ભાજ્ય. શા માટે? તેના અવયવ નીકળી શકેછે. કયા કયા? ૬ × ૪. ૨૪ને ૬એ ભાગતાં કાંઇ શેષ વધે? ના. માટે ૨૪ એ ૬નેા ભાજ્ય કહેવાય. બીજા શાનેા ભાજ્ય કહેવાય? ૪નેા. શામાટે? ૨૪ને ૪એ ભાગતાં પણ શેષ વધતા નથી. માટે ૨૪ શાનેા શાનેા ભાજ્ય કહેવાય? ૬ ને ૪નેા. તમે ૨૪ના બીજા અવયવ બેાલેા? ૮×૩. એમાં ૨૪ શાનેા શાનેા ભાંજ્ય થઇ શકે? ૮ અને ૩નેા. તમે ૨૪ ના ત્રીજા અવયવેા બેાલેા? ૧૨ × ૨. એમાં ૨૪ શાનેા શાનેા ભાજ્ય થઇ શકે? ૧૨ ને ૨નેા. યાદ રાખજો કે **પહેલી સંખ્યાને બીજી સંખ્યા નિઃશેષ ભાગી શકે, તેા પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યાનેા ભાજ્ય કહેવાય છે.** ચાલેા આ વ્યાખ્યા પ્રમાણે ૬ના કયા કયા ભાજ્ય થઇ શકે? ૬ને ૬એ નિઃશેષ ભગાય કે નહિ? ભગાય. માટે ૬એ ૬નેા શું કહેવાય? ભાજ્ય. બીજો ભાજ્ય? ૧૨, ત્રીજો? ૧૮. (શિક્ષકે હરકેાઇ સંખ્યાને ૧, ૨, ૩, ૯૦ એ ગુણાવી તે-ના ભાજ્ય કઢાવવા).

૬ ના ભાજ્ય કયા કયા? ૬, ૧૨, ૧૮, ૨૪, ૩૦, ૩૬, ૪૨, ૪૮, ૫૪, ૬૦, ૬૬, ૭૨, ૯૦.
૮ના....૮, ૧૬, ૨૪, ૩૨, ૪૦, ૪૮, ૫૬, ૬૪, ૭૨, ૯૦.
૧૨ના....૧૨, ૨૪, ૩૬, ૪૮, ૬૦, ૭૨, ૯૦.
૨૪ના....૨૪, ૪૮, ૭૨, ૯૦.

૨. **સાધારણ ભાજ્યઃ**—ઉપરના દાખલાઓમાં એવા ભાજ્યેા બતાવેા કે જેના નિઃશેષ ભાજકેા ૬, ૮, ૧૨, ને ૨૪ થઇ શકે? ૨૪, ૪૮ ને ૭૨. આમાં ૨૪ના નિઃશેષ ભાજકેા કયા છે? ૬, ૮, ૧૨, ૨૪. ૪૮ ના...૬, ૮, ૧૨, ૨૪. ૭૨ના...૬, ૮, ૧૨, ૨૪. માટે ૬, ૮, ૧૨, ને ૨૪ના ૨૪, ૪૮ ને ૭૨ સાધારણ ભાજ્યેા કહેવાય. **એક સંખ્યાના નિઃશેષ ભાજકેા ઘણા હેાય, તેા તે બધા નિઃશેષ ભાજકેાનેા તે સંખ્યા સાધારણ ભાજ્ય કહેવાયછે.** ૨૪ના અવયવ કયા? ૬ × ૪. એ બંને અવયવેા ૨૪ ના કેવા ભાજક છે? નિઃશેષ. માટે **કેાઇ પણ સંખ્યા તેના અવયવેાનેા સાધારણ ભાજ્ય કહેવાયછે.**

૩. **નાનામાં નાનેા સાધારણ ભાજ્યઃ**—૬, ૮, ૧૨, ૨૪ના સાધારણ ભાજ્યેા કયાછે? ૨૪, ૪૮, ૭૨. એમાં સૈાથી નાનેા ભાજ્ય કયેા? ૨૪. માટે ૨૪ એ ૬, ૮, ૧૨, ૨૪નેા નાનામાં નાનેા સાધરણ ભાજ્ય કહે-

વાય. એનું બીજું નામ લઘુતમ (સૌથી નાનો) સાધારણ ભાજ્ય કહેવાયછે. બધાં સાથે બોલો? **બે અથવા વધારે સંખ્યાઓના નાનામાં નાના સાધારણ ભાજ્યને લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૪. **લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવાની ટૂંકી રીતિ:**—લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવામાં પ્રથમ આપણે શું કાઢવું પડેછે? ભાજ્ય સંખ્યાઓ. પછી? સાધારણ ભાજ્યો. તે પછી...નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય. પણ આમ હિસાબ ગણવામાં બહુ વખત જાયછે. માટે તે કાઢવાની ટૂંકી રીત બતાવુંછું, તે બરાબર ધ્યાન રાખજો. ૬,-૮, ૧૨, ૨૪નો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કેટલો આવ્યોછે? ૨૪. ચાલો હું તમને ટૂંકી રીતે શીખવું. શિક્ષકે નીચે લખેલી રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલો ગણાવતાં જવું).

રીતિ:—આપેલી સંખ્યાઓને એક આડી હારમાં જુદી જુદી લખવી. પછી તેમાંની બે અથવા વધારે સંખ્યાઓનો સાધારણ નિઃશેષ ભાજક હોય, એવી અવિભાજ્ય સંખ્યાએ તેમને ભાગવા. અને એક લીટી દોરી તે નીચે આવેલા ભાગાકાર તથા જે સંખ્યાઓનો તે નિઃશેષ ભાજક ન હોય તે સંખ્યાઓ માંડવી. ફરીને એ બીજી લીટીમાંની સંખ્યાઓનું પણ તેજ રીતે કરવું. એમ ભાગાકારમાં બધી અરસ્પરસ અવિભાજ્ય સંખ્યાઓ આવે, ત્યાં સુધી કરતાં જવું. એટલે છેલ્લા ભાગાકારમાં રહેલી સંખ્યાઓ, તથા બધા ભાજકો એ સર્વેનો ગુણાકાર તે આપેલી સંખ્યાઓનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય થશે.

દા. ૧.

```
૨) ૬, ૮, ૧૨, ૨૪
   ------------
૨) ૩, ૪, ૬, ૧૨
   ------------
૨) ૩, ૨, ૩, ૬
   ------------
૩) ૩, ૧, ૩, ૩
   ------------
   ૧, ૧, ૧, ૧
```

માટે ૨ ×૨× ૨×૩=૨૪જ૦

દા. ૨.

```
૨) ૧૮, ૨૮, ૩૦, ૪૨
   ---------------
૩) ૯, ૧૪, ૧૫, ૨૧
   ---------------
૭) ૩, ૧૪, ૫, ૭
   ---------------
   ૩, ૨, ૫, ૧
```

માટે ૨ × ૩ ×૭ × ૩×૨×૫= ૧૨૬૦ જવાબ.

☞ અવિભાજ્ય સંખ્યાને બદલે ભાજ્ય સંખ્યાએ ભાગ્યાથી દાખલો કોઇ વખત ખોટો થવાનો સંભવ છે, માટે છોકરાં કોઇ પણ વખત ભાજ્ય સંખ્યાએ ન ભાગે તેની કાળજી રાખવી. જેમ,

```
૪) ૪, ૧૨, ૨, ૨૦
   ------------
   ૧, ૩, ૨, ૫
```

માટે ૪ × ૩.× ૨ × ૫ = ૧૨૦ જવાબ ખોટો.

```
૨) ૪, ૧૨, ૨, ૨૦
   ------------
૨) ૨, ૬, ૧, ૧૦
   ------------
   ૧, ૩, ૧, ૫
```

માટે ૨×૨×૩×૫=૬૦જ૦ ખરો.

ટીકા:—શરૂઆતમાં આ રીત કારણ સાથે છોકરાંને શીખવવી મુશ્કેલ માલૂમ પડશે. માટે શિક્ષકે ઉપર બતાવેલી રીતે છોકરાંનાં મનની ખાત્રી કરવી. આવી રીતે લઘુતમ સાધારણ ભાજ્યનું ખરૂં સ્વરૂપ સમજવામાં આવે, તો તેના વિચારના દાખલાઓ ગણતાં બિલકુલ મુશ્કેલી લાગશે નહિ.

૧૬. જૂદાં જૂદાં અપૂર્ણાંકોના લઘુતમ સમછેદ કરવાનું.

૧. **સમછેદ કરવા વિષે:**—$\frac{૩}{૪}$, $\frac{૫}{૬}$ વાંચો ? $\frac{૩}{૪}$ એટલે શું? એક વસ્તુના ચાર સરખા ભાગ કરી ત્રણ ભાગ લેવા. $\frac{૫}{૬}$ એટલે શું? એક વસ્તુના સરખા ૬ ભાગ કરી પાંચ ભાગ લેવા. કરેલા ભાગ કોણ બતાવેછે ? છેદ. બંને અપૂર્ણાંકના છેદ સરખાછે? ના. કેવાછે ? જૂદા જૂદા. પણ આપણે એ અપૂર્ણાંકની કીમતમાં ફેર ન કરતાં સરખા છેદ થાય એવો છેદ લાવવો હોય તો શું કરવું ? જ. નહિ. જે સંખ્યાના આપેલા છેદ અવયવ હોય તે સંખ્યા આપેલા છેદનો શું કહેવાય ? સાધારણ ભાજ્ય. માટે સરખા છેદ લાવવા શું કરવું ? આપેલા છેદોનો સાધારણ ભાજ્ય છેદમાં લાવવો. ૪ ને ૬ નો સાધારણ ભાજ્ય કેટલો ? ૨૪. કેમ ? ૪ × ૬ = ૨૪. બંને અપૂર્ણાંકનાં છેદમાં ૨૪ લાવવા હોય તો શું કરવું ? ૨૪ ને અપૂર્ણાંકના છેદે ભાગી ભાગાકારે તે અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદને ગુણવા. ચાલો એ રીતે આ દાખલો ગણાવો.

૨૪ ÷ ૪ = ૬ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૩}{૪} = \frac{૩}{૪} \times \frac{૬}{૬} = \frac{૧૮}{૨૪}$.

૨૪ ÷ ૬ = ૪ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૫}{૬} = \frac{૫}{૬} \times \frac{૪}{૪} = \frac{૨૦}{૨૪}$.

માટે $\frac{૧૮}{૨૪}$, $\frac{૨૦}{૨૪}$ જવાબ.

જવાબ લખવામાં વખતના બચાવ માટે, તથા લખવામાં ટૂંકું પડે; માટે બધા અંશો જૂદા જૂદા લખી નીચે લીટો દોરી છેદ એકજ વખત લખે છે. માટે તમારે જવાબ $\frac{૧૮, ૨૦}{૨૪}$ આમ માંડવો.

દા. ૨. $\frac{૪}{૭}$, $\frac{૫}{૯}$. $\frac{૭}{૧૧}$ એના સરખા છેદ કરો ?

ઉપર મુજબ સવાલ પૂછી નીચેની રીતે દાખલો ગણાવવો.

આપેલા છેદનો સાધારણ ભાજ્ય = ૭ × ૯ × ૧૧ = ૬૯૩ છેદમાં લાવવો.

૬૯૩ ÷ ૭ = ૯૯ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૪}{૭} = \frac{૪}{૭} \times \frac{૯૯}{૯૯} = \frac{૩૯૬}{૬૯૩}$.

૬૯૩ ÷ ૯ = ૭૭ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૫}{૯} = \frac{૫}{૯} \times \frac{૭૭}{૭૭} = \frac{૩૮૫}{૬૯૩}$.

૬૯૩ ÷ ૧૧ = ૬૩ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૭}{૧૧} = \frac{૭}{૧૧} \times \frac{૬૩}{૬૩} = \frac{૪૪૧}{૬૯૩}$

માટે જવાબ $\frac{૩૯૬, ૩૮૫, ૪૪૧}{૬૯૩}$.

રીતિ:—એક દાખલો લઇ કઢાવવી. આવા દાખલામાં આપણે કેવા છેદ કરીએ છીએ ? સરખા. સરખાને સંસ્કૃત ભાષામાં **સમ** કહેછે માટે સરખા છેદને સમછેદ કહેછે. શું કહેછે ? શામાટે કહેછે ? સમછેદ લાવવા આપણે પ્રથમ શું કરીએ છીએ ? બધા છેદોનો સાધારણ ભાજ્ય કાઢીએ છીએ. પછી સાધા-

રણુ ભાજ્યને શું કરીએ છીએ ? દરેક અપૂર્ણાંકના છેદે ભાગી ભાગાકારને તે અપૂર્ણાંકના અંશે ગુણીએ છીએ. એ બધા ગુણાકાર ક્યાં માંડીએ છીએ ? અંશમાં. છેદમાં શું લખીએ છીએ ? બધા છેદોનો સાધારણ ભાજ્ય.

બધા છેદોનો ગુણાકાર કરી ગુણાકારને દરેક અપૂર્ણાંકના છેદે ભાગી ભાગાકારને તેજ અપૂર્ણાંકના અંશે ગુણવા. એ પ્રમાણે જૂદા જૂદા ગુણાકાર આવે તે અંશમાં લખી, છેદમાં બધા છેદોનો ગુણાકાર માંડવો.

૨. લઘુતમ સમછેદ કરવા વિષે:—$\frac{૧}{૩}, \frac{૫}{૬}, \frac{૩}{૮}, \frac{૭}{૧૨}$ ના સમછેદ કરો? ઉપર મુજબ સવાલ પૂછીને છોકરાં પાસે દાખલો ગણાવવો.

આપેલા છેદોનો સાધારણ ભાજ્ય ૩ × ૬ × ૮ × ૧૨ = ૧૭૨૮.

૧૭૨૮ ÷ ૩ = ૫૭૬ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૩} \times \frac{૫૭૬}{૫૭૬} = \frac{૫૭૬}{૧૭૨૮}$.

૧૭૨૮ ÷ ૬ = ૨૮૮ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૫}{૬} = \frac{૫}{૬} \times \frac{૨૮૮}{૨૮૮} = \frac{૧૪૪૦}{૧૭૨૮}$.

૧૭૨૮ ÷ ૮ = ૨૧૬ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૩}{૮} = \frac{૩}{૮} \times \frac{૨૧૬}{૨૧૬} = \frac{૬૪૮}{૧૭૨૮}$.

૧૭૨૮ ÷ ૧૨ = ૧૪૪ એ અંશ તથા છેદને ગુણતાં $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૭}{૧૨} \times \frac{૧૪૪}{૧૪૪} = \frac{૧૦૦૮}{૧૭૨૮}$.

માટે જવાબ $\frac{૫૭૬, ૧૪૪૦, ૬૪૮, ૧૦૦૮}{૧૭૨૮}$.

ઉપરના દાખલામાં આપણે શું કર્યો ? સમછેદ. સમછેદ કરવાને આપણે શું કરીએ છીએ ? છેદોનો સાધારણ ભાજ્ય કાઢીએ છીએ. છેદોનોસાધારણભાજ્ય કેમ કાઢવો ? બધા છેદોનો ગુણાકાર કરીને. પણ આપણે છેદમાં નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય લાવવો હોય તો શું કરવું ? નાનામાં નાના સાધારણ ભાજ્યને આપણે શું કહીએ ? લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય. બોલો ત્યારે આપણે છેદમાં નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય લાવવો હોય તો શું કરવું ? આપેલા બધા છેદોનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો એથી કેવા છેદ થશે ? લઘુતમ સમછેદ. ઉપરના દાખલામાં લઘુતમ સમછેદ કરાવો.

૨	૩, ૬, ૮, ૧૨
૨	૩, ૩, ૪, ૬
૩	૩, ૩, ૨, ૩
	૧, ૧, ૨, ૧

માટે ૨ × ૨ × ૩ × ૨ = ૨૪ લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય.

૨૪ ÷ ૩ = ૮ માટે $\frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૩} \times \frac{૮}{૮} = \frac{૮}{૨૪}$.

૨૪ ÷ ૬ = ૪ માટે $\frac{૫}{૬} = \frac{૫}{૬} \times \frac{૪}{૪} = \frac{૨૦}{૨૪}$.

૨૪ ÷ ૮ = ૩ માટે $\frac{૩}{૮} = \frac{૩}{૮} \times \frac{૩}{૩} = \frac{૯}{૨૪}$.

૨૪ ÷ ૧૨ = ૨ માટે $\frac{૭}{૧૨} = \frac{૭}{૧૨} \times \frac{૨}{૨} = \frac{૧૪}{૨૪}$.

માટે જવાબ $\frac{૮, ૨૦, ૯, ૧૪.}{૨૪}$

ઉપરના બંને જવાબનો મુકાબલો કરાવી પૂછવું કે–અપૂર્ણાંકોના સમછેદ કરવા એ સારૂં કે લઘુતમ સમછેદ કરવા એ સારૂં ? કઇ રીતે ગણવાથી દાખલો ઝટ ગણાય ? લઘુતમ સમછેદ કરવાથી. શેમાં આંકડા નાના આવે? લઘુતમ સમછેદમાં. માટે **હમેશાં સમછેદ કરવા હોય તો લઘુતમ સમછેદ કરવા.** લઘુતમ સમછેદ કરવાની રીત બોલો.–

રીતિઃ—બધા છેદોનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢી દરેક અપૂર્ણાંકના છેદે ભાગી ભાગાકારને તેજ અપૂર્ણાંકના અંશે ગુણવા. એ પ્રમાણે જૂદો જૂદો ગુણાકાર આવે તે અંશમાં લખી છેદમાં બધા છેદોનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય માંડવો.

લઘુતમ સમછેદ કરતી વખત દાખલામાં ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક, પ્રભાગજાતિ, કે મિશ્ર અપૂર્ણાંક હોય તો, તેને સાદા અપૂર્ણાંકમાં લાવવું.

૩. લઘુતમ સમછેદથી નીચેની જાતના દાખલાઓ થાયછે.

અ. જૂદા જૂદા મહુત્વનાં અપૂર્ણાંકને સરખા મહત્વમાં લાવવા વિષેઃ—દા. ૧ લો. $૨\frac{૩}{૪}$ ના $\frac{૫}{૩}$, $૭\frac{૧}{૯}$, $\frac{૪}{૨૦}$ ના $\frac{૨}{૫}$ ના બધા સરખા મહત્વના ભાગ કરીએ, તો દરેક અપૂર્ણાંકથી ઓછામાં ઓછા કેટલા ભાગ થાય, અને એ દરેક ભાગનું મહત્વ કેટલું થાય તે બતાવો ?

સાદું રૂપ આપતાં $૨\frac{૩}{૪}$ ના $\frac{૫}{૩} = \frac{૧૧ \times ૫}{૪ \times ૩} = \frac{૫૫}{૧૨}$ એટલે એક વસ્તુના સરખા ૧૨ ભાગ કરેલા એવા ૫૫ ભાગ છે, $૭\frac{૧}{૯} = \frac{૬૪}{૯}$ એટલે એક વસ્તુના સરખા ૯ ભાગ કરેલા એવા ૬૪ ભાગ છે, $\frac{૪}{૨૦}$ ના $\frac{૨}{૫} = \frac{૪}{૨૦} \times \frac{૨}{૫} = \frac{૮}{૧૦૦} = \frac{૨}{૨૫}$ એટલે એક વસ્તુના સરખા ૧૫ ભાગ કરેલા એવા ૨ ભાગ છે. તેથી $\frac{૫૫}{૧૨}$, $\frac{૬૪}{૯}$, $\frac{૨}{૨૫}$ આવું રૂપ થયું. આમાં દરેક અપૂર્ણાંકના છેદ જૂદા જૂદા છે, માટે તેમના અંશોનાં મહત્વ જૂદાં જૂદાં થવાનાં. તેથી અંશોનાં સરખાં મહત્વ કરવા માટે સમછેદ કરવા જોઇએ. પણ હિસાબમાં સરખા મહત્વના દરેકમાં ઓછામાં ઓછા કેટલા ભાગ આવે તે માગેલું છે. માટે લઘુતમ સમછેદ કરવો જોઇએ તેથી.

$\frac{૫૫}{૧૨}, \frac{૬૪}{૯}, \frac{૨}{૨૫} = \frac{૪૧૨૫,\ ૬૪૦૦,\ ૭૨}{૯૦૦}$ માટે જવાબ ૪૧૨૫, ૬૪૦૦, ૭૨ ભાગ, અને દરેક ભાગનું મહત્વ $\frac{૧}{૯૦૦}$.

બ. જૂદાં જૂદાં અપૂર્ણાંકોને ઉતરતા અનુક્રમે એટલે સૈાથી મોટું પહેલું, તેથી ઉતરતું બીજું, એમ ગોઠવવા વિષેઃ—દા. ૨ જો. ૦।। ના ૦) ૦।, $\frac{૧}{૪૮}$ ના ૦।।, $\frac{૩}{૩૨}$ એમને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગોઠવો ?

સાદું રૂપ આપતાં ૦।। ના ૦) ૦। $= \frac{૩}{૪}$ ના $\frac{૧}{૬૪} = \frac{૩ \times ૧}{૪ \times ૬૪} = \frac{૩}{૨૫૬}$, $\frac{૧}{૪૮}$ ના ૦।। $= \frac{૧ \times ૧}{૪૮ \times ૨} = \frac{૧}{૯૬}$, $\frac{૩}{૩૨}$. તેથી $\frac{૩}{૨૫૬}$, $\frac{૧}{૯૬}$, $\frac{૩}{૩૨}$ આવું રૂપ થયું. એમાં મોટું કયુંછે ને નાનું કયુંછે, તે જાણ્યા વગર ઉતરતા અનુક્રમમાં ગોઠવાય નહિ. નાનું મોટું જાણવાને બધાના એક સરખા મહત્વના ભાગ કરવા જોઇએ, માટે બધાનો લઘુતમ સમછેદ કર્યો તો — $\frac{૩}{૨૫૬}, \frac{૧}{૯૬}, \frac{૩}{૩૨} = \frac{૯,\ ૮,\ ૭૨}{૭૬૮}$ થયાં. પછી જેમાં વધારે અંશ તે મોટું થાય, ને થોડા અંશ તે નાનું થાય માટે ત્રીજું

જુઓ સૈાથી મોટું, તેથી ઉતરતું પહેલું, ને તેથી ઉતરતું બીજું છે માટે જવાબ ૩/૩૬, ૦॥ ના ૦) ૦।, ૪/૪૮ ના ૦॥.

☞ **નીચેની રીતેા અંકગણિતનાં મૂળતત્વેામાં લીધેલી નથી, પણ મેાટા અંકગણિતમાં લીધેલી છે.**

ક. અપૂર્ણાંકેાના અંશ તથા છેદમાં એકજ રકમ ઉમેરવાથી કે બાદ કરવાથી કીમતમાં ફેર પડેછે તે વિષે:—સમ અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદમાં એકજ રકમ ઉમેરીએ તેા તેથી તે અપૂર્ણાંકની કીમત વધેછે, ને એકજ રકમ બાદ કરીએ તેા તેથી તે અપૂર્ણાંકની કીમત ઘટેછે. પણ વિષમ અપૂર્ણાંકમાં તેથી ઉલટું થાયછે. એટલે વિષમ અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદમાં એકજ રકમ ઉમેરવાથી તેની કીમત ઘટેછે, અને બાદ કરવાથી વધેછે. *

દા. ૩ જો. ૩૫/૩૯ એ (૩૫+૯)/(૩૯+૯) થી નાના અને (૩૫−૯)/(૩૯−૯) થી મેાટા છે, એમ સાબીત કરી બતાવેા ? સાબીતિ: ૩૫/૩૯, ૪૪/૪૮, ૨૬/૩૦ એમના લઘુતમ સમછેદ કરવાથી ૨૮૦૦/૩૧૨૦, ૨૮૬૦/૩૧૨૦, ૨૭૦૪/૩૧૨૦, આવ્યા. એમને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગેાઠવતાં (૩૫+૯)/(૩૯+૯), ૩૫/૩૯, (૩૫−૯)/(૩૯−૯) આવેછે, એથી સ્પષ્ટ જણાય છે.

દા. ૪થેા. ૪૧/૨૩ એ (૪૧+૪)/(૨૩+૪) થી મેાટા અને (૪૧−૪)/(૨૩−૪) થી નાના છે, એમ સાબીત કરી બતાવેા? સાબીતિ :—૪૧/૨૩, ૪૫/૨૭, ૩૭/૧૯ એમનેા લઘુતમ સમછેદ કરવાથી ૨૧૦૩૩/૧૧૭૯૯, ૧૯૬૬૫/૧૧૭૯૯, ૨૨૯૭૭/૧૧૭૯૯ આવ્યા એમને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગેાઠવતાં (૪૧−૪)/(૨૩−૪), ૪૧/૨૩, (૪૧+૪)/(૨૩+૪) આવેછે, એથી સ્પષ્ટ જણાયછે.

ઙ. અપૂર્ણાંકેાનેા દઢભાજક તથા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવા વિષે:—એક સરખા મહત્વની સંખ્યાએાનેા દઢભાજક અને લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય થાયછે, માટે અપૂર્ણાંકેાનેા દઢભાજક અથવા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવેા હાેય તેા તેમના લઘુતમ સમછેદ કરી અંશેાને પૂર્ણાંક માની તેનેા દઢભાજક અથવા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવેા. પણ અંશેાને આપણે પૂર્ણાંક ગણ્યા, માટે લઘુતમ સમછેદ જેટલી કીમત વધારે ગણી તેથી દઢભાજક અથવા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્યના છેદમાં લઘુતમ સમછેદ માંડવેા.

દા. ૫ મેા. ૪૩૨ ૧/૧૩ અને ૮૪૧ ૪/૭ નેા દઢભાજક કાઢેા? ૪૩૨ ૧/૧૩ = ૫૬૧૭/૧૩, ૮૪૧ ૪/૭ = ૫૮૯૧/૭ તેમને લઘુતમ સમછેદનું ૯૧ આપવાથી (૩૯૩૧૯, ૭૬૫૮૩)/૯૧ આવ્યા. હવે ૩૯૩૧૯, ૭૬૫૮૩ એ પૂર્ણાંક સંખ્યાએાનેા દઢભાજક ૧૩૭ થાય, તેા તેમના ૯૧મા ભાગનેા દઢભાજક ૧૩૭/૯૧ = ૧ ૪૬/૯૧ જ૦

---

* સમ કે વિષમ અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદને એકજ રકમે ગુણવાથી કે ભાગવાથી કીમતમાં ફેર પડતેા નથી, આ વાત છેાકરાંને આ વખતે યાદ દેવડાવવી.

દા. ૬ દો. $૧\frac{૧}{૫}$, $\frac{૯}{૨૦}$, $\frac{૧૧}{૧૨}$, $૩\frac{૩}{૪}$ અને $૯\frac{૧}{૬}$ એમનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢો ? $\frac{૬}{૫}$, $\frac{૯}{૨૦}$, $\frac{૧૧}{૧૨}$, $\frac{૧૫}{૪}$, $\frac{૫૫}{૬} = \frac{૭૨ \ ૨૭ \ ૫૫ \ ૨૨૫ \ ૫૫૦}{૬૦}$; અંશોનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય ૫૯૪૦૦ માટે તેમના ૬૦મા ભાગનો લ. સા. ભા. $\frac{૫૯૪૦૦}{૬૦}$ =૯૯૦ જવાબ.

અપૂર્ણાંક સરવાળા.

૧. સરખા મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવા વિષે:—એક આખો કાગળ વર્ગને બતાવી, તેના ચાર સરખા ભાગ કરી, તેમાંનો એક ચોથો ભાગ છોકરાંને બતાવી પૂછવું કે આ આખા કાગળનો કેટલામો ભાગ છે ? ચોથો ભાગ. કેટલા ચોથા ભાગ છે? એક. પછી બીજા બે કડકા બતાવી પૂછવું કે આ કેટલા ચોથા ભાગ છે? બે ચોથા ભાગ. પછી પાટીયામાં લખવું કે—

૧ ચોથો ભાગ + ૨ ચોથા ભાગ = કેટલા? ૩ ચોથા ભાગ.

$\frac{૧}{૪} + \frac{૨}{૪} = \frac{૩}{૪}$

દાખલાપર છોકરાંનું લક્ષ ખેંચી પૂછવું કે અપૂર્ણાંકમાં સરવાળો કેવી રકમોનો થાય? સાદા સરવાળામાં કેવી રકમો જોઇએ? સજાતિય. તેમ અપૂર્ણાંક સરવાળામાં પણ કેવી રકમો જોઈએ? સજાતિય અપૂર્ણાંકમાં સજાતિય રકમ શાને કહેવી? $\frac{૧}{૪}$ ને $\frac{૨}{૪}$નું મહત્વ કેવું છે ? એક. ત્યારે અપૂર્ણાંક સરવાળામાં કેવી રકમો જોઇએ ? સરખા મહત્વની. આ અપૂર્ણાંક સરવાળામાં શાનો સરવાળો આપણે કરેલોછે ? અંશોનો. અંશ શું બતાવેછે? લીધેલા ભાગ. શાનો સરવાળો કરેલો નથી ? છેદનો. કેમ ? છેદ શું બતાવેછે ? કરેલા ભાગ. એટલે છેદો તોલીધેલા ભાગોનું મહત્વજ બતાવેછે. માટે સરવાળો કરવાના અંશોનું તથા સરવાળાના અંશનું મહત્વ એકજ હોય. તેથી છેદોનો સરવાળો થતો નથી. (આ વાત શિક્ષકે સ્પષ્ટ સમજાવવી.).

નીચેના દાખલા કાગળના કડકા કરી અથવા પાટીયા ઉપર આકાર ચીતરી ઉપર મુજબ શીખવવા.

દા. ૨. $\frac{૩}{૮} + \frac{૪}{૮} = \frac{૭}{૮}$.
દા. ૩. $\frac{૪}{૭} + \frac{૨}{૭} = \frac{૬}{૭}$.

આ જાતનાં કેટલાંક મનોયત્ન લેવાં.

૨. જૂદા જૂદા મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો કરવા વિષે:—$\frac{૧}{૪} + \frac{૩}{૮}$ = શું? આ દાખલો વાંચો? આનો શું કરવો છે? સરવાળો. અપૂર્ણાંક સરવાળો કેવી રકમોનો થાય? સરખા મહત્વની રકમોનો. આ રકમો સરખા

મહત્વની છે? ના. માટે સરવાળો કરતાં પહેલાં રકમો કેવી કરવી જોઈએ? સરખા મહત્વની. જૂદા જૂદા મહત્વની રકમને સરખા મહત્વમાં લાવવા માટે શું કરવું જોઇએ? લઘુતમ સમછેદ. લઘુતમ સમછેદ કરાવી દાખલો ઉપર મુજબ ગણાવવો. દાખલો શીખવની વખતે કાગળના કડકા કરી પ્રદર્શન કરી છોકરાંનાં મન ની ખાત્રી કરવી. $\frac{૧}{૪}+\frac{૩}{૮}=\frac{૨+૩}{૮}=\frac{૫}{૮}$ જવાબ.

આવી જાતનાં કેટલાંક મનોયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી.

રીતિઃ—એક દાખલો લઇ કઢાવવી. અપૂર્ણાંક સરવાળો કેવી રકમોનો થાય? સરખા મહત્વની રકમોનો. કેમ કરવો? લઘુતમ સમછેદ કરીને. લઘુતમ સમછેદ કર્યા પછી શાનો સરવાળો કરવો? અંશોનો. તેના છેદમાં શું માંડવું? લઘુતમ સમછેદ.

આપેલાં અપૂર્ણાંકોના છેદ સરખા ન હોય તો, તેમને લઘુતમ સમછેદ રૂપ આપવું. પછી લઘુતમ સમછેદવાળા અંશોનો સરવાળો લઇ તે નીચે લઘુતમ સમછેદ લખવો. અને તેનો અતિસંક્ષેપ અથવા ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક નીકળે તો કહાડવું. (રીત પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૩. આપેલી રકમોમાં ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકનો જૂદો જૂદો સરવાળો કરાવી આવેલા સરવાળાનો પછી સરવાળો કરાવવો. દા. $૧૭\frac{૧}{૩}+૫\frac{૧}{૯}+\frac{૪}{૧૩}+૨\frac{૧}{૯}=$ શું?

$૧૭+૫+૨=૨૫$ પૂર્ણાંકોનો સરવાળો.

$\frac{૧}{૩}+\frac{૧}{૯}+\frac{૪}{૧૩}+\frac{૧}{૯}=\frac{૩૯+૧૩+૩૬+૧૩}{૧૧૭}=\frac{૧૦૧}{૧૧૭}$ અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો. માટે $૨૫+\frac{૧૦૧}{૧૧૭}=૨૫\frac{૧૦૧}{૧૧૭}$ જવાબ.

૪. વિષમ અપૂર્ણાંકોનો સરવાળો સામાન્ય રીતે, અથવા તેમને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપીને ઉપર મુજબ ગણાવવો.

૫. પ્રભાગજાતિ અથવા મિશ્ર અપૂર્ણાંક હોય, તો તેમને સાદા રૂપમાં લેવરાવી હિસાબ ગણાવવા.

૬. વિવિધ પરિમાણનાં અપૂર્ણાંક હોય, તો તેમને ચઢતી ભાંજણીની રીતે એક નામમાં આણી, પછી ઉપરની રીતે સરવાળો લેવરાવવો; અને જે નામનો સરવાળો આવે, તેની કીમત ઉતરતી ભાંજણીની રીતે ઉતરતા પરિમાણમાં કઢાવવી.

દા. $\frac{૪}{૭}$ ખાંડી ના $૧\frac{૨}{૫}+\frac{૩\frac{૧}{૧૩}}{૧\frac{૧}{૨} \text{ ના } \frac{૫}{૬}}$ મણ + શેર ૨॥॥

$\frac{૪}{૭}$ ખાંડી ના $૧\frac{૨}{૫}=\frac{૪\times૭}{૭\times૫}=\frac{૪}{૫}$ ખાંડી.

$૩\frac{૧}{૧૩}=\frac{૪૦}{૧૩}$, $૧\frac{૧}{૨}$ ના $\frac{૫}{૬}=\frac{૩}{૨}$ ના $\frac{૫}{૬}=\frac{૩\times૫}{૨\times૬}=\frac{૧૫}{૧૨}=\frac{૫}{૪}$ માટે

$\frac{\frac{૪૦}{૧૩}}{\frac{૫}{૪}} = \frac{૪૦\times૪}{૧૩\times૫} = \frac{૧૬૦}{૬૫} = \frac{૩૨}{૧૩}$ મણ $\div$ ૨૦ $= \frac{૩૨}{૧૩\times૨૦} = \frac{૩૨}{૨૬૦} = \frac{૮}{૬૫}$ ખાંડી.

શેર ૨॥ꠂ $= ૨\frac{૭}{૮} = \frac{૨૩}{૮}$ શેર $\div ૪૦ \div ૨૦ = \frac{૨૩}{૮\times૪૦\times૨૦} = \frac{૨૩}{૬૪૦૦}$ ખાંડી.

$\frac{૪}{૫}$ ખાંડી + $\frac{૮}{૬૫}$ ખાંડી + $\frac{૨૩}{૬૪૦૦}$ ખાં૦ $= \frac{૬૬૫૬૦ + ૧૦૨૪૦ + ૨૯૯}{૮૩૨૦૦}$ $= \frac{૭૭૦૯૯}{૮૩૨૦૦}$ ખાંડી.

$\frac{૭૭૦૯૯}{૮૩૨૦૦} \times ૨૦ = \frac{૭૭૦૯૯}{૪૧૬૦} = ૧૮\frac{૨૨૧૯}{૪૧૬૦}$ મણ.

$\frac{૨૨૧૯}{૪૧૬૦}$ મણ $\times ૪૦ = \frac{૨૨૧૯}{૧૦૪} = ૨૧\frac{૩૫}{૧૦૪}$ શેર.

માટે ૧૮ મણ $૨૧\frac{૩૫}{૧૦૪}$ શેર જવાબ.

૭. ઘણાં પદો ગણીને એક પદ બતાવવું હોય, તો તે સઘળાં પદો કૌંસમાં લખાયછે. આવે પ્રસંગે કૌંસમાંનાં પદોની કીમત એક પદમાં કાઢી તેને કૌંસની પાછળનું ચિન્હ લગાડવું. ભાગાકારના ચિન્હની આડી લીટી જ્યાં લખાયછે, ત્યાં કૌંસ વાપરવાની જરૂર પડતી નથી.

દા. $\frac{\frac{૧}{૫}\text{ રૂ. ના }\frac{૩}{૮} + \frac{૩}{૪}\text{ પા. ના }(૫\frac{૧}{૨} + ૭\frac{૧}{૫})}{૩\frac{૧}{૪}\text{ ના }(\frac{૫}{૭} + \frac{૧}{૨})\text{ ના }(\frac{૫}{૧૯} + \frac{૧૮૧}{૩૨૩})} + \frac{૭\frac{૧}{૫}\text{ આ. ના }(૫\frac{૧}{૩} + ૨\frac{૧}{૪})}{\frac{૭}{૮}\text{ ના }(\frac{૪}{૯} + ૩\frac{૧૭}{૬૪})}$

$+ \frac{૫\frac{૧}{૮}}{૭\frac{૫}{૧૧}}$ પા.

રૂ. $\frac{૧}{૫}$ ના $\frac{૩}{૮} = \frac{૩}{૪૦}$; $૫\frac{૧}{૨} + ૭\frac{૧}{૫} = ૫ + ૭ = ૧૨$, $\frac{૧}{૨} + \frac{૧}{૫} = \frac{૫+૨}{૧૦} = \frac{૭}{૧૦}$ માટે $૧૨ + \frac{૭}{૧૦} = ૧૨\frac{૭}{૧૦} = \frac{૧૨૭}{૧૦}$, $\frac{૩}{૪}$ પા. ના $\frac{૧૨૭}{૧૦} = \frac{૩૮૧}{૪૦} \div ૧૨ \div ૧૬ = \frac{૩૮૧}{૭૬૮૦} = \frac{૧૨૭}{૨૫૬૦}$ રૂ. તેથી $\frac{૩}{૪૦} + \frac{૧૨૭}{૨૫૬૦} = \frac{૧૯૨ + ૧૨૭}{૨૫૬૦} = \frac{૩૧૯}{૨૫૬૦}$ રૂ. અંશ પહેલી રકમના.

$\frac{૫}{૭} + \frac{૧}{૨} = \frac{૧૦ + ૭}{૧૪} = \frac{૧૭}{૧૪}$, $\frac{૫}{૧૯} + \frac{૧૮૧}{૩૨૩} = \frac{૮૫ + ૧૮૧}{૩૨૩} = \frac{૨૬૬}{૩૨૩}$

$\frac{૧૩}{૪}$ ના $\frac{૧૭}{૧૪}$ ના $\frac{૨૬૬}{૩૨૩} = \frac{૧૩\times૧૭\times૨૬૬}{૪\times૧૪\times૩૨૩} = \frac{૧૩}{૪}$ છેદ પહેલી રકમના.

$\frac{\frac{૩૧૯}{૨૫૬૦}}{\frac{૧૩}{૪}} = \frac{૩૧૯}{૨૫૬૦} \times \frac{૪}{૧૩} = \frac{૩૧૯}{૮૩૨૦}$ રૂ. પહેલી રકમનું સાદું રૂપ.

$૫\frac{૧}{૩} + ૨\frac{૧}{૪} = ૫ + ૨ = ૭$, $\frac{૧}{૩} + \frac{૧}{૪} = \frac{૪ + ૩}{૧૨} = \frac{૭}{૧૨}$, $૭ + \frac{૭}{૧૨} = ૭\frac{૭}{૧૨}$ $= \frac{૯૧}{૧૨}$, $\frac{૩૬}{૫}$ આ. ના $\frac{૯૧}{૧૨} = \frac{૩૬\times૯૧}{૫\times૧૨} = \frac{૨૭૩}{૫}$ આ. $\div ૧૬ = \frac{૨૭૩}{૮૦}$ રૂ.

બીજી રકમના અંશ

$\frac{૪}{૯} + \frac{૧૭}{૬૩} = \frac{૨૮ + ૧૭}{૬૩} = \frac{૪૫}{૬૩} = \frac{૫}{૭}$, $૩ + \frac{૫}{૭} = ૩\frac{૫}{૭} = \frac{૨૬}{૭}$, $\frac{૭}{૮}$ ના $\frac{૨૬}{૭}$

$= \frac{૭ \times ૨૬}{૮ \times ૭} = \frac{૨૬}{૮} = \frac{૧૩}{૪}$ બીજી રકમના છેદ.

$\frac{\frac{૨૭૩}{૮૦}}{\frac{૧૩}{૪}} = \frac{૨૭૩ \times ૪}{૮૦ \times ૧૩} = \frac{૨૧}{૨૦}$ રૂ. બીજી રકમનું સાદું રૂપ.

$\frac{\frac{૪૨}{૮}}{\frac{૮૪}{૧૧}}$ પાઇ $= \frac{૪૨ \times ૧૧}{૮ \times ૮૪} = \frac{૧૧}{૧૬} \div ૧૨ \div ૧૬ = \frac{૧૧}{૩૦૭૨}$ રૂ. ત્રીજી રકમનું સાદું રૂપ.

$\frac{૩૧૯}{૮૩૨૦}$ રૂ. $+ \frac{૨૧}{૨૦}$ રૂ. $+ \frac{૧૧}{૩૦૭૨}$ રૂ. $= \frac{૭૬૫૬ + ૨૦૯૬૬૪ + ૭૧૫}{૧૯૯૬૮૦}$

$= \frac{૨૧૮૦૩૫}{૧૯૯૬૮૦} = ૧\frac{૧૮૩૫૫}{૧૯૯૬૮૦}$ રૂ., $\frac{૧૮૩૫૫}{૧૯૯૬૮૦} \times ૧૬ = \frac{૧૮૩૫૫ \times ૧૬}{૧૯૯૬૮૦} =$

$\frac{૧૮૩૫૫}{૧૨૪૮૦} = ૧\frac{૫૮૭૫}{૧૨૪૮૦} = ૧\frac{૧૧૭૫}{૨૪૯૬}$ આના, $\frac{૧૧૭૫}{૨૪૯૬} \times ૧૨ = \frac{૧૧૭૫ \times ૧૨}{૨૪૯૬}$

$= \frac{૧૧૭૫}{૨૦૮} = ૫\frac{૧૩૫}{૨૦૮}$ પાઇ માટે રૂ. ૧-૧-૫ $\frac{૧૩૫}{૨૦૮}$ જવાબ.

અપૂર્ણાંક બાદબાકી.

સરવાળામાં આપેલાં પેટાં પ્રમાણે બાદબાકીનાં પણ પેટાં પાડવાં.

૧. સરખા મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરવા વિષે:— એક આખો કાગળ વર્ગને બતાવી, તેના ચાર સરખા ભાગ કરી, તેમાંના ત્રણ ચોથા ભાગ વર્ગને બતાવી પૂછવું કે આ કેવડા ભાગ છે? ચોથા. કેટલા છે? ત્રણ. તેમાંથી બે ચોથા ભાગ છગનને આપું તો કેટલા રહે? એક ચોથો ભાગ બાકી રહે. પછી પાટીયામાં લખવું કે—

૩ ચોથા ભાગ—૨ ચોથા ભાગ=૧ ચોથો ભાગ. $\frac{૩}{૪} - \frac{૨}{૪} = \frac{૧}{૪}$	} નીચે દાખલો અપૂર્ણાંકમાં લખાવવો.

અપૂર્ણાંક સરવાળો કેવી રકમનો થાયછે? સરખા મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોની રકમનો. તેમ બાદબાકી પણ કેવી રકમોની થાય? સરખાં મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોની રકમોની. આમાં $\frac{૩}{૪}$ ને $\frac{૨}{૪}$નું મહત્વ કેવુંછે? એક. અપૂર્ણાંક બાદબાકીમાં આપણે શાની બાદબાકી કરીએ છીએ? અંશોની. અંશ શું બતાવેછે? લીધેલા ભાગ. શાની બાદબાકી કરતાં નથી? છેદોની. છેદો શું બતાવેછે? લીધેલા ભાગોનાં મહત્વ. માટે બાદબાકી કરવાના અંશોનું તથા બાદબાકીના અંશનું મહત્વ એકજ હોય, તેથી છેદોની બાદબાકી થતી નથી. સરવાળામાં આપણે શાનો સરવાળો કરીએ છીએ? અંશોનો. તેમ બાદબાકીમાં...અંશોની

બાદબાકી કરીએ છીએ. સરવાળામાં છેદોનો સરવાળો થતો નથી; તેમ બાદબાકીમાં...છેદોની બાદબાકી થતી નથી.

નીચેના દાખલા કાગળના કડકા કરી અથવા પાટીયા ઉપર આકાર ચીતરી ઉપર મુજબ શીખવવા.

દા. ૨. $\frac{૭}{૮}-\frac{૫}{૮}=\frac{૨}{૮}$, $\frac{૫}{૯}-\frac{૨}{૯}=\frac{૩}{૯}=\frac{૧}{૩}$, $\frac{૧૧}{૧૪}-\frac{૯}{૧૪}=\frac{૨}{૧૪}=\frac{૧}{૭}$. ઈ૦.

૨. જૂદા જૂદા મહત્વનાં અપૂર્ણાંકોની બાદબાકી કરવા વિષે :— $\frac{૭}{૮}-\frac{૩}{૪}=$શું? આ દાખલો વાંચો! આની શું કરવાનીછે? બાદબાકી. બાદબાકી કેવી રકમોની થાય? સરખા મહત્વની રકમોની. આ રકમો કેવીછે? સરખા મહત્વની નથી. કેમ થાય? લઘુતમ સમછેદ કરીએ તો થાય. લઘુતમ સમછેદ કરાવી દાખલો ઉપર મુજબ ગણાવવો.

$\frac{૭}{૮}-\frac{૩}{૪}=\frac{૭-૬}{૮}=\frac{૧}{૮}$ જવાબ. આવાં જાતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં.

રીતિઃ—એક દાખલો લઇ કઢાવવી. અપૂર્ણાંક બાદબાકી કેવી રકમોની થાય? સરખા મહત્વની રકમોની. કેમ કરવી? લઘુતમ સમછેદ કરીને. લઘુતમ સમછેદ કર્યા પછી શાની બાદબાકી કરવી? અંશોની. કયા અંશમાંથી કયા બાદ કરવા? અધિકાંકના અંશમાંથી બાધાંકના અંશ. છેદમાં શું માંડવું? લઘુતમ સમછેદ.

આપેલાં અપૂર્ણાંકોના છેદ સરખા ન હોય તો, તેમને લઘુતમ સમછેદનું રૂપ આપવું. પછી અધિકાંકના અંશમાંથી બાધાંકના અંશ બાદ કરવા, અને નીચે લઘુતમ સમછેદ માંડવો. પછી અતિસંક્ષેપ જાય તો કાઢવો. (રીત પાટીઆમાં લખી પાકી કરાવવી).

૩. ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો સરવાળાની માફક, પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકોનો જૂદો જૂદો સરવાળો કરાવી એક કરાવીએ છીએ, તેમ ન કરાવતાં તેમને વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ અપાવી બાદબાકી કરાવવી.

દા. $૫\frac{૧}{૮}-૨\frac{૩}{૭}=\frac{૪૧}{૮}-\frac{૧૭}{૭}=\frac{૨૮૭-૧૩૬}{૫૬}=\frac{૧૫૧}{૫૬}=૨\frac{૩૯}{૫૬}$ જવાબ.

૪. વત્તા ઓછાના ચિન્હથી જોડાએલાં ઘણાં પદ હોય તો તમામ વત્તાના ચિન્હવાળાં પદોના સરવાળામાંથી તમામ ઓછાના ચિન્હવાળાં પદોનો સરવાળો બાદ કરાવવો.

દા. $\frac{૯}{૧૪}+૨\frac{૧}{૪}-\frac{૫}{૭}-\frac{૩}{૧૬}+\frac{૧}{૭}-૧\frac{૧}{૮}$ ની કીમત કાઢો?

$\frac{૯}{૧૪}+\frac{૯}{૪}-\frac{૫}{૭}-\frac{૩}{૧૬}+\frac{૧}{૭}-\frac{૯}{૮}=\frac{૭૨+૨૫૨-૮૦-૨૧+૧૬-૧૨૬}{૧૧૨}=$

$\frac{૩૪૦-૨૨૭}{૧૧૨}=\frac{૧૧૩}{૧૧૨}=૧\frac{૧}{૧૧૨}$ જવાબ.

☞ આવા હિસાબો લેણી રકમ વત્તાના ચિન્હથી ને દેવી રકમ ઓછાના ચિન્હથી લખાવી વ્યવહારિક બાબામાં પણ મંડાવી શકાય. જ્યારે દેવી રકમ

લેણીરકમ કરતાં વધારે હોય ત્યારે જવાબની પહેલાં ઓછાનું ચિન્હ આવે એ છોકરાં સહેલાઇથી શીખી શકશે. આવા દાખલાઓપરથી નીચેનો નિયમ તેમની પાસે કહાવવો.

વત્તાના ચિન્હવાળા પદોના સરવાળા કરતાં ઓછાના ચિન્હવાળા પદોનો સરવાળો વધી જાય, તો ઓછામાંથી વત્તા બાદ કરી બાકી વધે તેની પહેલાં ઓછાનું ચિન્હ મૂકવું.

૫. પ્રભાગજાતિ અથવા મિશ્ર અપૂર્ણાંક હોય તો તેમને સાદા રૂપમાં લેવરાવી હિસાબ ગણાવવો.

૬. વિવિધ પરિમાણનાં અપૂર્ણાંક હોય, તો તેમને એકજ નામમાં આણીને સમછેદ કરાવવા, પછી બાદબાકી કરાવી તેની કીમત ઉતરતા પરિમાણમાં કઢાવવી.

૭. કૌંસ પહેલાં ઓછાનું ચિન્હ હોય તો, કૌંસમાંનાં પદોનું એક રૂપ કરીને તેને ઓછાનું ચિન્હ લગાડવું.

દા. $૩\frac{૫}{૮}$ એ. + $૨\frac{૩}{૫}$ એ. + $૪\frac{૧}{૬}$ ગું. —(૫એ. ના $\frac{૩}{૮}$ − ૬ એ. ના $\frac{૫}{૨૪}$).

રીતઃ—$૪\frac{૧}{૬}$ ગું. = $\frac{૨૫}{૬}$ ગું. ÷ ૪૦ = $\frac{૨૫}{૨૪૦}$ = $\frac{૫}{૪૮}$ એ.

૫ એ. ના $\frac{૩}{૮}$ = $\frac{૫ \times ૩}{૮}$ = $\frac{૧૫}{૮}$ એ.

૬ એ. ના $\frac{૫}{૨૪}$ = $\frac{૬ \times ૫}{૨૪}$ = $\frac{૩૦}{૨૪}$ = $\frac{૫}{૪}$ એ.

$\frac{૧૫}{૮}$ એ. − $\frac{૫}{૪}$ એ. = $\frac{૧૫-૧૦}{૮}$ = $\frac{૫}{૮}$ એ. કૌંસનું સાદું રૂપ.

$\frac{૨૯}{૮} + \frac{૧૩}{૫} + \frac{૫}{૪૮} - \frac{૫}{૮} = \frac{૮૭૦ + ૬૨૪ + ૨૫ - ૧૫૦}{૨૪૦} = \frac{૧૫૧૯-૧૫૦}{૨૪૦} =$
$\frac{૧૩૬૯}{૨૪૦}$ = $૫\frac{૧૬૯}{૨૪૦}$ એ., $\frac{૧૬૯}{૨૪૦}$ એ. × ૪૦ = $\frac{૧૬૯}{૬}$ = $૨૮\frac{૧}{૬}$ ગુંઠા. માટે ૫એ. $૨૮\frac{૧}{૬}$ ગું. જવાબ.

અપૂર્ણાંક ગુણાકાર.

૧. દા. ૧. $\frac{૩}{૪} \times \frac{૧}{૨}$ વાંચો? આમાં શું કરવોછે? ગુણાકાર. કેટલાએ ગુણવાછે? $\frac{૧}{૨}$ એ $\frac{૧}{૨}$ એટલે શું? બીજો ભાગ. આમાં શાને બીજા બાગે ગુણવાછે? $\frac{૩}{૪}$ ને. $\frac{૩}{૪}$ને બીજા ભાગે ગુણવા હોય તો શું કરવું? $\frac{૩}{૪}$ને અડધાએ ગુણવા હોય તો શું કરવું? $\frac{૩}{૪}$ **ને બેએ ભાગવા.** (પાટીયામાં લખી લેવું).

દા. ૨. $\frac{૩}{૪}$નો $\frac{૧}{૨}$ વાંચો? $\frac{૧}{૨}$ એટલે શું? બીજો ભાગ. આમાં $\frac{૩}{૪}$નો કેટલાગો ભાગ લેવોછે? બીજો. એટલે શું કરવું? $\frac{૩}{૪}$ **ને બેએ ભાગવા.** (પાટીયામાં લખી લેવું).

$\frac{૩}{૪}$ને $\frac{૧}{૨}$એ ગુણવા હોય તો શું કરવું? $\frac{૩}{૪}$ ને બેએ ભાગવા, ને $\frac{૩}{૪}$નો $\frac{૧}{૨}$ લેવો હોય તોપણ... $\frac{૩}{૪}$ ને બેએ ભાગવા. માટે આ બંને દાખલાની કીમતમાં કાંઇ ફેરછે? ના. $\frac{૩}{૪}$નો $\frac{૧}{૨}$ આ કયુ અપૂર્ણાંક છે? પ્રભાગજાતિ. પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં લાવવા શું કરીએ છીએ? અંશ અંશનો અને છેદ

છેદનો ગુણાકાર કરીએ છીએ. તેમ આ દાખલા ($\frac{૩}{૪}\times\frac{૧}{૨}$ બતાવીને) માં પણ શું કરવું ? અંશે અંશનો અને છેદે છેદનો ગુણાકાર કરવો. ચાલો ગણાવો ? $\frac{૩}{૪}\times\frac{૧}{૨}=\frac{૩}{૮}$.

તેમજ $\frac{૩}{૪}\times\frac{૨}{૩}=\frac{૩}{૪}$ના $\frac{૨}{૩}$ છે માટે $\frac{૩}{૪}\times\frac{૨}{૩}=\frac{૧}{૨}$, $\frac{૪}{૫}\times\frac{૩}{૪}=\frac{૪}{૫}$ ના $\frac{૩}{૪}$ છે માટે $\frac{૪}{૫}\times\frac{૩}{૪}=\frac{૩}{૫}$ કઢાવી પૂછવું કે અપૂર્ણાંક ગુણાકારની રીત શાના જેવીછે ? પ્રભાગજાતિ અપૂર્ણાંકના જેવીજ.

રીતિ:—બધા અપૂર્ણાંકોના અંશોનો ગુણાકાર નવા અંશમાં, અને છેદોનો ગુણાકાર નવા છેદમાં મૂકવો. કોઇ પણ અંશ તથા કોઇ પણ છેદનો સંક્ષેપ જાય તો કાઢવો.

૨. આણુપાણુનાં અપૂર્ણાંક હોય તો તેને અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપીને, ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપીને, અને મિશ્ર અપૂર્ણાંક હોય તો સાદું રૂપ આપીને હિસાબ કરાવવો.

દા. કઇ રકમને $૩\frac{૧}{૪}$—$\frac{૫}{૮}$ના $\frac{૪}{૧૫}$ એ ભાગીએ, તો ભાગાકાર $\frac{૧}{૩}$ના $\frac{૩}{૫}$ના $૧\frac{૧}{૪}$ આવે ? આમાં ભાજક ને ભાગાકાર આપેલોછે, ને તે પરથી ભાજ્ય કાઢવો છે; માટે ભાજક × ભાગાકાર = ભાજ્ય આવે.

રીત:—$\frac{૫}{૮}$ ના $\frac{૪}{૧૫}=\frac{૫\times૪}{૮\times૧૫}=\frac{૨૦}{૧૨૦}=\frac{૧}{૬}$, $૩\frac{૧}{૪}=\frac{૧૩}{૪}$, $\frac{૧૩}{૪}-\frac{૧}{૬}=\frac{૩૯-૨}{૧૨}=\frac{૩૭}{૧૨}$ ભાજકનું સાદું રૂપ. $\frac{૧}{૩}$ ના $\frac{૩}{૫}$ ના $૧\frac{૧}{૪}=\frac{૧\times૩\times૫}{૩\times૫\times૪}=\frac{૧}{૪}$ ભાગાકારનું સાદું રૂપ. $\frac{૩૭}{૧૨}\times\frac{૧}{૪}=\frac{૩૭}{૪૮}$ જવાબ.

૩. ગુણાકારમાં ગુણક હમેશાં સાદી સંખ્યા જોઇએ. ૫ ઘર ને ૪ ઘરનો, ૭ ઘોડા ને ૩ ઘોડાનો ગુણાકાર થાયજ નહિ. માટે અપૂર્ણાંક ગુણાકારમાં વિવિધ પરિમાણને વિવિધ પરિમાણે ગુણવાનું કહે, ત્યાં સમજવું કે પરિમાણરૂપે લખાવેલો ગુણક માત્ર અપૂર્ણાંક બતાવવા સારૂજ છે.

દા. ૧ તોલા સોનાની કીમત રૂ. ૧૮–૭–૬ તો ૩૨ તોલા ૩ વાલ $૨\frac{૧}{૨}$ રતીનું શું? ૬ પાઇ ÷ ૧૨ $=\frac{૧}{૨}$ આ. + ૭ આ. $=૭\frac{૧}{૨}=\frac{૧૫}{૨}$ આ. ÷ ૧૬ $=\frac{૧૫}{૩૨}$ રૂ. + ૧૮ રૂ. $=૧૮\frac{૧૫}{૩૨}=\frac{૫૯૧}{૩૨}$ રૂ., $૨\frac{૧}{૨}$ રતી $=\frac{૫}{૨}\div૩=\frac{૫}{૬}$ વા. + ૩ વા. $=૩\frac{૫}{૬}=\frac{૨૩}{૬}$ વા. ÷ ૩૨ $=\frac{૨૩}{૧૯૨}$ તો. + ૩૨ તો. $=૩૨\frac{૨૩}{૧૯૨}=\frac{૬૧૬૭}{૧૯૨}$ તોલા. આમાં દેખાઈતું રૂપ એવું થયું કે $\frac{૫૯૧}{૩૨}$ રૂ. × $\frac{૬૧૬૭}{૧૯૨}$ તોલા. પણ આમાં તોલાએ ગુણવાના નથી, પણ સાદી સંખ્યાએજ ગુણવાના છે. કેમકે ૧ તોલાની કીમત કરતાં $\frac{૬૧૬૭}{૧૯૨}$ તોલાની કીમત $\frac{૬૧૬૭}{૧૯૨}$ ગણી બેસે. તેથી $\frac{૫૯૧}{૩૨}$ રૂ. × $\frac{૬૧૬૭}{૧૯૨}=\frac{૩૬૪૪૬૯૭}{૬૧૪૪}$ રૂ. = રૂ. ૫૯૩–૩–૪ $\frac{૨૫}{૩૨}$ જવાબ.

અથવા રૂ. ૧૮–૭–૬ ને પ્રથમ ૬૧૬૭એ ગુણી ગુણાકારને ૧૯૨ એ ભાગીએ તોપણ ચાલે.

અપૂર્ણાંક ભાગાકાર.

૧. અપૂર્ણાંકમાં અંશ તે ભાજ્ય, અને છેદ તે ભાજક છે. માટે અપૂર્ણાંક ભાગાકારમાં ભાજ્ય અપૂર્ણાંકને અંશસ્થળે, અને ભાજક અપૂર્ણાંકને છેદસ્થળે લખીએ તો મિશ્ર અપૂર્ણાંક થાય. તેથી અપૂર્ણાંક ભાગાકારની રીત મિશ્ર અપૂર્ણાંકને સાદા રૂપમાં લાવવા જેવી થાય. એટલે ભાજક અપૂર્ણાંકના છેદે ભાજ્ય અપૂર્ણાંકના અંશને, તથા ભાજક અપૂર્ણાંકના અંશે ભાજ્ય અપૂર્ણાંકના છેદને ગુણવા. ટૂંકામાં ભાજક અપૂર્ણાંકને ઉલટાવી ભાજ્ય અપૂર્ણાંકને ગુણવા. જેમ $\frac{૪}{૫} \div \frac{૨}{૩} = \frac{\frac{૪}{૫}}{\frac{૨}{૩}}$ તેથી $\frac{૪}{૫} \times \frac{૩}{૨} = \frac{૬}{૫} = ૧\frac{૧}{૫}$ જવાબ. આનું કારણ અમે પાછળ ૧૧ મા પ્રકારમાં આપી ગયા છીએ. પણ નિશાળોમાં શરૂઆતમાં મિશ્ર અપૂર્ણાંક ચલાવવામાં આવતું નથી, માટે અપૂર્ણાંક ભાગાકાર શીખવવાની રીત અમે નીચે આપીએ છીએ.

૨. **अ. ભાજક વધે તેમ ભાગાકાર ઓછો આવેછે:**—૮ ÷ ૧ = કેટલા? ૮. ૮ ÷ ૨ = કેટલા? ૪. ૮ ÷ ૪ = કેટલા? ૨. આમ જેમ જેમ ભાજક **એકથી** વધતો જાયછે, તેમ તેમ ભાગાકાર કેવો આવેછે? ઓછો.

ब. ભાજક ઘટે તેમ ભાગાકાર વધારે આવેછે :—૨ ÷ ૧ = કેટલા? ૨. ૨ ÷ ૦॥ = કેટલા? ૪. કેટલા ગણા આવ્યા? બમણા. કેટલાએ ભાગવાથી? ૦॥એ. ૦॥ને અપૂર્ણાંકમાં શું કહેછે? $\frac{૧}{૨}$. $\frac{૧}{૨}$એ ભાગીએ તો ભાગાકાર કેટલા ગણો આવેછે? બમણો. ૨ ÷ ૦। = કેટલા? ૮. એમાં $\frac{૧}{૪}$એ ભાગવાથી ચાર ગણો ભાગાકાર આવેછે તે કઢાવવું. ૨ ÷ ૦)- = કેટલા? ૩૨. એમાં $\frac{૧}{૧૬}$એ ભાગવાથી ૧૬ ગણો ભાગાકાર આવેછે તે કઢાવવું. આમ જેમ જેમ ભાજક **એકથી** ઘટતો જાયછે, તેમ તેમ ભાગાકાર કેવો આવેછે? વધારે.

क. અપૂર્ણાંક ભાગાકાર :—દા. ૧. $\frac{૩}{૪} + \frac{૧}{૪}$ વાંચો? આનો શું કરવોછે? ભાગાકાર. કેટલાએ ભાગવાછે? $\frac{૧}{૪}$એ. શાને? $\frac{૩}{૪}$ને. એથી જવાબ કેવો આવશે? ચાર ગણો. શાનાથી? $\frac{૩}{૪}$થો. અપૂર્ણાંકને ચારે ગુણવા હોય તો શું કરવું? અંશને ગુણવા. ચાલો આ હિસાબ ગણાવો? $\frac{૩}{૪} \div \frac{૧}{૪} = \frac{૩ \times ૪}{૪}$ =૩ જવાબ. તેવીજ રીતે $\frac{૪}{૫} \div \frac{૧}{૭} = \frac{૪ \times ૭}{૫} = \frac{૨૮}{૫} = ૫\frac{૩}{૫}$ જવાબ. આવી જાતનાં કેટલાંક મનોયત્ન લેવાં.

દા. $\frac{૫}{૧૧} \div \frac{૪}{૭}$ વાંચો? કેટલાએ ભાગવાના છે? $\frac{૪}{૭}$એ. $\frac{૧}{૭}$એ ભાગવા હોય તો શું કરવું? સાતે ગુણવા. ચાલો $\frac{૫}{૧૧}$ ને $\frac{૧}{૭}$ એ ભગાવો? $\frac{૫}{૧૧} \div \frac{૧}{૭} = \frac{૫ \times ૭}{૧૧}$. (પાટીયામાં લખી લેવું). પણ આપણે ભાજક $\frac{૧}{૭}$થી ચાર ગણો એટલે $\frac{૪}{૭}$ લઇએ તો ભાગાકાર $\frac{૫ \times ૭}{૧૧}$ થી વધારે આવે કે ઓછો? ઓછો. કેટલો ઓછો? ચાર ગણો. માટે $\frac{૫ \times ૭}{૧૧}$ને શું કરવું? ચારે ભાગવા. ચાલો $\frac{૫ \times ૭}{૧૧}$ ને ચારે ભ-

ગાવો ? $\frac{૫\times૭}{૧૧}\div૪=\frac{૫\times૭}{૧૧\times૪}$. (પાટીયામાં લખી લેવું). જવાબપર વર્ગનું લક્ષ ખેંચી પૂછવું, જવાબના અંશમાં શાનો શાનો ગુણાકાર આવેલો છે ? ભાજ્યના અંશ ને ભાજકના છેદનો, અને છેદમાં...ભાજ્યના છેદ અને ભાજકના અંશનો. માટે તમારે અપૂર્ણાંક ભાગાકારમાં ભાજકને ઉલટાવીને એટલે છેદને અંશમાં લખી તથા અંશને છેદમાં લખી જે અપૂર્ણાંક આવે તે વડે ભાજ્ય અપૂર્ણાંકને ગુણવા. જેમ ઉપરનો દાખલો લઇએ. $\frac{૫}{૧૧}\div\frac{૪}{૭}=\frac{૫}{૧૧}\times\frac{૭}{૪}=\frac{૩૫}{૪૪}$ જવાબ. (આ જાતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં).

રીતિઃ—ભાજકના અપૂર્ણાંકને ઉલટાવીને એટલે છેદને અંશમાં, અને અંશને છેદમાં લખી જે અપૂર્ણાંક બને તે વડે ભાજ્ય અપૂર્ણાંકને ગુણવા. ગુણતાં કોઇ અંશ અને કોઇ છેદનો સંક્ષેપ જાય તો કાઢવો.

૩. અપૂર્ણાંક ભાગાકારમાં ભાગાનુંબંધ અપૂર્ણાંક હોય તો વિષમ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી, ને પ્રગાગજાતિ કે મિશ્ર અપૂર્ણાંક હોય તો તેને સાદા રૂપમાં લાવી હિસાબ કરવો. વિવિધ પરિમાણને વિવિધ પરિમાણે ભાગવાની રીત સંબંધી સૂચના પાછળ તેરમા પ્રકારમાં આપેલીછે, તે આ વખતે ખાસ યાદ રાખવી.

વત્તા કે ઓછાના ચિન્હથી જે સંખ્યાઓ જોડાએલી હોય છે, તે દરેક સંખ્યાઓ પદ કહેવાય છે, પણ ગુણ્યા કે ભાગ્યાના ચિન્હથી જે સંખ્યાઓ જોડાએલી હોય, તે દરેક પદ કહેવાય નહિ; તે તો બધી મળીને એકજ પદ કહેવાય છે. માટે ગુણ્યા કે ભાગ્યાના ચિન્હવાળી સંખ્યાઓ જે અનુક્રમમાં હોય તે અનુક્રમે ગુણાકાર કે ભાગાકાર કરતાં જવું. કૌંસમાં ગુણ્યા કે ભાગ્યાના ચિન્હવાળી સંખ્યા હોય તો તેનું એકરૂપ કરીને તેને કૌંસની પહેલાંનું ચિન્હ લગાડવું.
શિક્ષકે પદ ઓળખાવવાનો ખાસ મહાવરો કરાવવો.

દા. $૭\frac{૧}{૭}\div\left(૨\frac{૧}{૭}\text{ ના }૨\frac{૧}{૨}\right)\times\left(૬\frac{૩}{૪}\div૪\frac{૧}{૨૦}\right)\div\left(\frac{૫}{૭}+\frac{૨૫}{૬૩}\right)$.

રીતિઃ—$૭\frac{૧}{૭}=\frac{૫૦}{૭}$, $\frac{૧૫}{૭}\times\frac{૫}{૨}=\frac{૭૫}{૧૪}$, $\frac{૨૭}{૪}\times\frac{૨૦}{૮૧}=\frac{૫૪૦}{૩૨૪}=\frac{૫}{૩}$, $\frac{૫}{૭}+\frac{૨૫}{૬૩}=\frac{૪૫+૨૫}{૬૩}=\frac{૭૦}{૬૩}=\frac{૧૦}{૯}$ તેથી $\frac{૫૦}{૭}\times\frac{૧૪}{૭૫}\times\frac{૫}{૩}\times\frac{૯}{૧૦}=૨$ જવાબ.

દા. ૨૨ પાં. $૧૦\frac{૫}{૧૨}$ ઔં. એ ૧૩ હંડ્રવેટ $૧\frac{૧}{૭}$ કવાટરનો કયો અપૂર્ણાંકછે?
રીતિઃ—$૧૦\frac{૫}{૧૨}$ ઔં. $=\frac{૧૨૫}{૧૨}\times\frac{૧}{૧૬}=\frac{૧૨૫}{૧૯૨}$ પાં. + ૨૨ પાં. $=૨૨\frac{૧૨૫}{૧૯૨}=\frac{૪૩૪૯}{૧૯૨}$ પાં. $\times\frac{૧}{૨૮}\times\frac{૧}{૪}=\frac{૪૩૪૯}{૨૧૫૦૪}$ હંડ્રવેટ થયા, $૧\frac{૧}{૭}$ કવા. $=\frac{૮}{૭}$ કવા. $\times\frac{૧}{૪}=\frac{૮}{૨૮}=\frac{૨}{૭}$ હં. + ૧૩ હં $=૧૩\frac{૨}{૭}$ હં. $=\frac{૯૩}{૭}$ હં. થયા. માટે $\frac{૯૩}{૭}$ હં. × અપૂર્ણાંક $=\frac{૪૩૪૯}{૨૧૫૦૪}$ હં. તેથી અપૂર્ણાંક $=\frac{૪૩૪૯}{૨૧૫૦૪}\times\frac{૭}{૯૩}=\frac{૪૩૪૯}{૨૮૫૬૯૬}$ જવાબ.

અપૂર્ણાંકમાં આપેલી રીતો વિષે વિશેષ વિચાર.

૧. દઢભાજકથી કેવી તરેહના દાખલાઓ થાયછે?

અ. મોટામાં મોટી એવી સંખ્યા શોધી કાઢો કે જે વડે આપેલી સંખ્યાઓને નિઃશેષ ભાગી શકાય. **રીત**—આપેલી સંખ્યાઓનો દઢભાજક કાઢવો. **કારણ**—બે અથવા વધારે સંખ્યાના મોટામાં મોટા સાધારણ નિઃશેષ ભાજકને દઢભાજક કહેછે. અંકગણિતનાં મૂળતત્વના મનોયત્ન ૧૪ માનો દા. ૧૯–૨૦ મો જુઓ.

બ. મોટામાં મોટી એવી સંખ્યા શોધી કાઢો કે જે વડે આપેલી સંખ્યાઓને ભાગતાં અમુક શેષ વધે? **રીત**—આપેલા શેષ અનુક્રમે આપેલી સંખ્યાઓમાંથી બાદ કરી બાકીની સંખ્યાઓનો દઢભાજક કાઢવો. એનું કારણ ઉઘાડુંજછે. અંકગણિતનાં મૂળતત્વનો છેલ્લો પરચૂરણ દા. ૨ જો જુઓ.

૨. લઘુતમ સાધારણ ભાજ્યથી કેવી તરેહના દાખલાઓ થાયછે?

અ. ઓછામાં ઓછી કઇ સંખ્યા લેવી કે જેમાં આપેલી સંખ્યાઓ બરાબર સમાઇ રહે. **રીત**—આપેલી સંખ્યાઓનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવો. **કારણ**—બે અથવા વધારે સંખ્યાના નાનામાં નાના સાધારણ ભાજ્યને લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કહેછે. અંકગણિતનાં મૂળતત્વના મનોયત્ન ૧૫ માનો દા. ૧૯ મો, તથા છેલ્લો પરચૂરણ દા. ૩ જો જુઓ.

અમુક સ્થળની આસપાસ જૂદા જૂદા માણસો પ્રદક્ષિણા ફરતા હોય, તે દરેક માણસના એકેક ફેરાનો વખત આપેલો હોય તો તેઓ બધા ફરીને ક્યારે ભેગા થશે, તે પણ આજ રીતે થાય. જો આવા દાખલામાં દરેકના કેટલા ફેરા થશે, તે પણ માગેલા હોય; તો આવેલા વખતપરથી કાઢવા. જૂનું લાલશંકરકૃત અંકગણિત આવૃત્તિ ૬ ઠીના પરચૂરણ દા. ૧૧૯–૧૨૦ જુઓ.

બ. ઓછામાં ઓછી કઇ સંખ્યા લેવી કે જેને આપેલી સંખ્યાએ ભાગતાં અમુક સંખ્યા વધે. **રીત**—આપેલી સંખ્યાઓનો લ. સા. ભા. કાઢી વધતી સંખ્યા ઉમેરવી. કારણ ઉઘાડુંજછે. અંકગણિતનાં મૂળતત્વના મનોયત્ન ૧૫માનો દા. ૨૦મો તથા છેલ્લો પરચૂરણ દા. ૪–૫મો જુઓ.

ક. ઉપરની બંને રીતને મિશ્ર કરવી. ઉદાહરણ—એક માણસે પોતાની ટોપલીમાંનાં ફળને બબે, ત્રણ ત્રણ, ચાર ચાર, પાંચ પાંચ, ને છછએ ગણવા માંડયાં; ત્યારે દરેક વખતે એક એક વધ્યું, જ્યારે સાત સાત ગણવા માંડયાં; કાંઈ ના વધ્યું, ત્યારે તે ફળ કેટલાં હશે ? **રીત**—આમાં ૨, ૩, ૪, ૫, ને ૬એ ભાગતાં શેષ ૧ વધેછે ; માટે ૨, ૩, ૪, ૫, ૬નો લ. સા. ભા. ૬૦ + ૧ = ૬૧ જવાબ આવત પણ તે જવાબ એવો નથી કે તેને દાખલામાં કહ્યા મુજબ સાતે નિઃશેષ ભગાય. માટે ૬૦ નો એવો ભાજ્ય લેવો જો-

ઇએ કે જેમાં ૧ ઉમેરતાં સાતે નિઃશેષ ભગાય, તેથી વિચાર કરતાં માલૂમ પડશે કે ૬૦×૫+૧=૩૦૧ જવાબ.

ડ. લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય સજાતિય સંખ્યાઓનો થાયછે, માટે આપેલી સંખ્યાઓ વિજાતિય હોય, તો તેને એક જાતમાં લાવી પછી લ. સા. ભા. કાઢવો. પછી જે જવાબ આવે તેને માગેલા પરિમાણમાં લઇ જવો. અંકગણિતનાં મૂળતત્વના મનોયત્ન ૪૮ માના દા. ૨૮–૨૯–૩૦ જુઓ.

દા. ૨૮મો. બાબાશાઇ રૂપિઆની કીમત ૧૩$\frac{1}{3}$ આનાછે, ત્યારે મુંબઇગરાની ઓછામાં ઓછી પૂર્ણાંક સંખ્યા કઈ લઇએ, તો તેના બાબાશાઇ પૂર્ણાંક રૂપિઆ આવે ?

રીત—બાબાશાઇ રૂ. ની કીમત ૧૩$\frac{1}{3}$ આના =૧૬૦ પાઇ, ને મુંબઇગરા રૂ. ની પાઇ ૧૯૨ તે બેનો લ. સા. ભા. ૯૬૦ પાઇ. માટે ૯૬૦÷૧૯૨ =૫ રૂ. મુંબઇગરા જવાબ.

બીજી રીતે—બાબાશાઇ રૂ. ની કીમત ૧૩$\frac{1}{3}$ આના, ને મુંબઇગરા રૂ. ના ૧૬ આના. તે બેનો લઘુતમ સમછેદ $\frac{40}{3}$, $\frac{48}{3}$ કરી તેમનો લઘુતમ ભાજ્ય કાઢ્યો તો $\frac{240}{3}$=૮૦ આના આવ્યો. તેથી ૮૦ આના÷૧૬=૫ મુંબઇગરા રૂ. જવાબ.

દા. ૨૯મો. ઓછામાં ઓછા કેટલા પૂર્ણાંક પેન્સ લઇએ, તો તેમાંથી પૌંડ, શિલિંગ, ગીની, રૂપિઆ, અને બે આનીની પૂર્ણાંક સંખ્યા આવે ?

રીત—દરેકના અનુક્રમે પેન્સ કર્યા તો ૨૪૦, ૧૨, ૨૫૨, ૨૪, અને ૩. તેમનો લ. સા. ભા. કાઢતાં ૫૦૪૦ પેન્સ જવાબ.

દા. ૩૦મો. ઓછામાં ઓછા કેટલા શેર લઇએ, તો તેમાંથી મણું, કળશી, ખાંડી, ટન, અને ભારની પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ થાય ?

રીત–દરેકના અનુક્રમે ગ્રેન કર્યા તો ૨૮૮૦૦૦, ૪૬૦૮૦૦૦, ૫૭૬૦૦૦૦, ૧૫૬૮૦૦૦૦, અને ૬૫૧૨૦૦૦ થયા, તેમનો લ. સા. ભા. ૩૩૮૬૮૮૦૦૦૦ ગ્રેન÷૧૮૦÷૪૦=૪૭૦૪૦૦ શેર જવાબ.

ઈ. જૂદા જૂદા માણસો અમુક સ્થળની આસપાસ જૂદા જૂદા વેગથી ફરતા હોય, તો તેઓ ઓછામાં ઓછે કેટલે વખતે ભેગા થશે ?

રીત—જેટલા માણસો પ્રદક્ષિણા કરનાર હોય, તેમાંના પહેલા બે લઇ તેમની ગતિનું અંતર કાઢવું, પછી બીજો ને ત્રીજો માણસ લઈ તેમની ગતિનું અંતર કાઢવું, પછી ત્રીજો ને ચોથો એ પ્રમાણે જેટલા માણસ હોય, તેમાંના બબેની ગતિનું અંતર અનુક્રમે કાઢવું.

પછી પહેલા અંતરે ઘેરાવાને ભાગવા, ભાગાકાર જેટલે વખતે પહેલાં બે ભેગા થશે; પછી બીજા અંતરે ઘેરાવાને ભાગવા, એ ભાગાકાર જેટલે વખતે

બીજો ને ત્રીજો માણુસ ભેગા થશે; એ પ્રમાણે જેટલાં અંતર હોય, તેટલા અંતરે ઘેરાવાને ભાગવા. એ ભાગાકાર જેટલા વખતે જૂદા જૂદા બબે માણસો ભેગા થશે. તે પરથી એવો વખત કાઢવો જોઇએ કે તે વખતે બધા માણસો એકઠા થાય. એટલે એવો કોઇ નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય વખત કાઢવો જોઇએ, કે તે વખતમાં બધા જૂદા જૂદા આવેલા વખત સમાઇ જાય. એવો વખત કાઢવા સારૂ આવેલા વખતનો લ. સા. ભા. કાઢવો જોઇએ. જૂના લાલશંકર કૃત અંકગણિત આવૃત્તિ ૬ઠ્ઠીના પરચૂરણ દા. ૧૧૮ ને ૧૨૮ જુઓ.

દા. ૧૨૮મો. अ, ब, क એકજ જગાએથી અને એકજ દિશામાં એક બેટની આસપાસ ફરવા નીકળ્યા. બેટ ૭૩ મૈલ ઘેરાવાનો હતો, અને अ દરરોજ ૬ મૈલ, ब ૧૦ મૈલ, ને क ૧૬ મૈલ ચાલેછે; તો કેટલી મુદતે તેઓ મળશે ?

રીત—अ કરતાં ब દરરોજ ૪ મૈલ વધારે ચાલેછે, માટે $\frac{૭૩}{૪}$ દિવસે अ ને ब ભેગા મળે; અને ब કરતાં क દરરોજ ૬ મૈલ વધારે ચાલેછે, માટે $\frac{૭૩}{૬}$ દિવસે ब ને क ભેગા મળે. માટે $\frac{૭૩}{૪}$ ને $\frac{૭૩}{૬}$ નો લઘુતમ સમછેદ ($\frac{૨૧૯}{૧૨}$, $\frac{૧૪૬}{૧૨}$) કરી લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢતાં $\frac{૪૩૮}{૧૨}$ દિવસ= ૩૬$\frac{૧}{૨}$ દિવસે બધા ભેગા થશે. જવાબ.

ટીપઃ—આવા દાખલાઓમાં વેગપરથી એક પ્રદક્ષિણાનો વખત કાઢી પછી હિસાબ કરે તો કોઇક વખત ખોટા થશે, કેમકે તેથી તો ફેરાઓની પૂર્ણાંક સંખ્યાજ જવાબમાં આવે; પણ હિસાબમાં ઓછામાં ઓછા વખતે ક્યારે ભેગા થશે તે માગેલું હોયછે, માટે કોઇક વખત અપૂર્ણાંક ફેરાએ પણ બધા ભેગા થઇ શકે તેથી ઉપર બતાવેલી રીતેજ આવા હિસાબ ગણવા.

૩. બે રકમોનો દૃઢભાજક, અને તેજ બે રકમોનો લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય આપેલો હોય, તથા એ બેમાંથી એક રકમ આપી હોય, તો બીજી રકમ કાઢવા વિષે.

રીત—લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય × દૃઢભાજક ÷ આપેલી રકમ = જવાબ. **કારણ**—બે સંખ્યાઓનો લ. સા. ભા. તે બે સંખ્યાઓના ગુણાકારને દૃઢભાજકે ભાગીએ તેની બરાબર થાયછે. માટે આપેલા લ. સા. ભા. ને દૃઢભાજકે ગુણીએ એટલે તે બે સંખ્યાનો ગુણાકાર આવશે. તેથી જવાબ×આપેલી સંખ્યા = લ. સા. ભા. × દૃઢભાજક. માટે જવાબ = (લ. સા. ભા. × દૃઢભાજક) ÷ આપેલી સંખ્યા. જેમકે બે રકમોનો દૃઢભાજક ૩ ને લ. સા. ભા. ૬૦, અને તે બેમાંની એક સંખ્યા ૧૫ છે; તો બીજી સંખ્યા કેટલી? ૬૦ × ૩ = ૧૮૦ બે સંખ્યાનો ગુણાકાર, માટે ૧૮૦ ÷ ૧૫ = ૧૨ જવાબ.

તાળો—૧૨ ને ૧૫નો દૃઢભાજક ૩, ને લ. સા. ભા. ૬૦ છે.

૪. લઘુતમ સમછેદથી કેવી તરેહના દાખલાઓ થાયછે.

अ. જૂદા જૂદા માણસોના પૈસા એક બીજા સાથે શા પ્રમાણમાં રહેલા છે, તે પ્રમાણ અપૂર્ણાંકમાં આપેલું હોય; તો દરેક પાસે ઓછામાં ઓછા કેટલા પૂર્ણાંક રૂપિઆ હોય? **રીત**—સઘળાના પૈસા એક જણ સાથે સરખાવી બધાનો લઘુતમ સમછેદ કરવાથી અંશમાં જે સંખ્યા આવે તે જવાબ. લાલ-શંકરકૃત નવા મોટા અંકગણિતના પરચૂરણ દા. ૧૭–૧૮ જુઓ.

ब. ગાડીનાં આગલાં ને પાછલાં પૈડાંનો ઘેરાવો અપૂર્ણાંકમાં આપેલો હોય, તો ઓછામાં ઓછા કેટલા આંટા નાનું પૈડું ફરે; ત્યારે મોટાના પણ પૂ-ર્ણાંક આંટા થાય? **રીત**—ઉપર પ્રમાણેજ.

क. જૂદી જૂદી જાતના નાણાંનું પ્રમાણ એક બીજા સાથે આપેલું હોય, ત્યારે ઓછામાં ઓછી દરેક જાતના નાણાંની કઇ સંખ્યા લેવી કે જેમાંથી દરેક જાતના નાણાંની પૂર્ણાંક સંખ્યા આવે? **રીત**—સઘળી જાતનાં નાણાંને એક નાણાં સાથે સરખાવવું, પછી બધાંનો લઘુતમ સમછેદ કરવો; તેથી અંશમાં જે આવે તે દરેક જાતના નાણાંની ઓછામાં ઓછી પૂર્ણાંક સંખ્યા જવાબ. જૂના લાલશંકરકૃત અંકગણિત આવૃતિ ૬ ઠ્ઠીનો પરચૂરણ દા. ૫૯મો જુઓ.

૫. **મિશ્ર અપૂર્ણાંક:**—બહુ મોટું આપે, તો છેક છેવટથી છોડતાં ઉપર જવું. જેમકે નવા મોટા લા. અં.ના મનોયત્ન ૪૪માનો દા. ૨૭મો જુઓ.

દા. ૨૭મો. $૧૬\frac{૧}{૨}$ વીઘાંના $\cfrac{\frac{૧}{૨}}{૧+\cfrac{\frac{૧}{૩}}{૧+\cfrac{\frac{૧}{૪}}{૧+\frac{૧}{૫}}}}$ એ $૨૪\frac{૧}{૨}$ એકરનો કયો અપૂર્ણાંક છે?

રીત—$૧+\frac{૧}{૫}=\frac{૬}{૫}$, $\frac{૧}{૪}\div\frac{૬}{૫}=\frac{૧}{૪}\times\frac{૫}{૬}=\frac{૫}{૨૪}$, $૧+\frac{૫}{૨૪}=\frac{૨૯}{૨૪}$, $\frac{૧}{૩}+\frac{૨૯}{૨૪}=\frac{૧}{૩}\times\frac{૨૪}{૨૯}=\frac{૨૪}{૮૭}=\frac{૮}{૨૯}$, $૧+\frac{૮}{૨૯}=\frac{૩૭}{૨૯}$, $\frac{૧}{૨}+\frac{૩૭}{૨૯}=\frac{૧}{૨}\times\frac{૨૯}{૩૭}=\frac{૨૯}{૭૪}$; $\frac{૩૩}{૨}$ વી. $\times\frac{૨૯}{૭૪}=\frac{૯૫૭}{૧૪૮}$ વીઘાં, અને $\frac{૪૯}{૨}$ એ. $\times\frac{૨૮૮}{૨૪૫}=\frac{૧૪૪}{૫}$ વીઘાં. હવે $\frac{૧૪૪}{૫}$ વી. $\times$ અપૂર્ણાંક $=\frac{૯૫૭}{૧૪૮}$ વી. માટે, અપૂર્ણાંક $=\frac{૯૫૭}{૧૪૮}\times\frac{૫}{૧૪૪}=\frac{૪૭૮૫}{૨૧૩૧૨}=\frac{૧૫૯૫}{૭૧૦૪}$ જવાબ.

દશાંશ અપૂર્ણાંક.

૧. દશાંશ અપૂર્ણાંક લખતાં વાંચતાં શીખવવા વિષે.

૧. **વ્યાખ્યા:**—આરંભમાં વિવિધ, આણુપાણુ, ને અપૂર્ણાંકથી કેવા ભાગો લખાય છે; તે પૂછી જવું. પછી $\frac{૬}{૧૦}$, $\frac{૧૮}{૧૦૦}$, $\frac{૪૨૭}{૧૦૦૦}$, $\frac{૧૨૪૮}{૧૦૦૦૦}$ પાટી-યામાં લખી વંચાવી પૂછવું કે ૬ના છેદમાં કેટલા છે? ૧૦. ૧૮ના છેદમાં... ૧૦૦, એ ૧૦થી કેટલા ગણા છે? ૧૦ ગણા. ૪૨૭ના છેદમાં...૧૦૦૦, એ

૧૦૦થી કેટલા ગણા ? ૧૦ ગણા. ૧૨૪૮ના છેદમાં...૧૦૦૦૦, એ ૧૦૦૦ થી કેટલા ગણા? ૧૦ ગણા. આમ જે **અપૂર્ણાંકના છેદ ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦ એમ દશના દશ દશ ગણા હોય તેને દશાંશ અપૂર્ણાંક કહે છે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). અપૂર્ણાંકની કેટલી જાત થઇ ? ચાર. કઇ કઇ ? વિવિધ, આણપાણ, અપૂર્ણાંક, ને દશાંશ. એ દરેકથી કેવા ભાગો લખાયછે, એ વાત બરાબર પાકી કરાવવી.

૨. સંખ્યા લખવાનું ધોરણઃ—૧૨૪૬. વાંચો ? એમાં હજાર કેટલા છે ? ૧, સો...૨, દશક...૪, એકમ...૬. એકમની ડાબી બાજુએ શું લખાય છે ? દશક. તે એકમ કરતાં કેટલા ગણા ? ૧૦ ગણા. દશકની ડાબી બાજુએ...સો. તે દશક કરતાં...દશ ગણા. સોની ડાબી બાજુએ...હજાર, તે સો કરતાં...દશ ગણા. ડાબી તરફના અંકો તેની પાસેના જમણી તરફના અંક કરતાં કીમતમાં કેવા હોયછે ? **દશ દશ ગણા ચઢતા.** એથી ઉલટું લઇએ. હજારની પાસે જમણી બાજુએ શાનો અંક હોયછે ? સોનો, તેની કીમત હજાર કરતાં કેવી હોયછે ? દશ ગણી ઉતરતી. સોની પાસે જમણી બાજુએ...દશકનો અંક હોયછે, તેની કીમત...સો કરતાં દશ ગણી ઉતરતી હોયછે. દશકની પાસે જમણી બાજુએ...એકમનો અંક હોયછે, તેની કીમત...દશક કરતાં દશ ગણી ઉતરતી હોય છે. આમ જમણી તરફનાં અંકસ્થાનો કેવાં હોય છે ? કીમતમાં દશ દશ ગણાં ઉતરતાં. બધાં સાથે બોલો— **સંખ્યા લખવામાં જમણી તરફનાં અંકસ્થાનો અનુક્રમે કીમતમાં દશ દશમો ભાગ ઉતરતાં જાયછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૩. દશાંશ અપૂર્ણાંક લખવાની રીતિઃ--૧૫$\frac{૮}{૧૦}$ વાંચો ? એમાં પૂર્ણાંક કેટલા ? ૧૫. એમાં દશક કેટલા છે ? એક. એકમ ? પાંચ. દશક કરતાં એકમની કીમત કેવીછે ? દશ ગણી ઉતરતી. એમાં અપૂર્ણાંક કેટલાછે ? $\frac{૮}{૧૦}$. એમાં અંશ કેટલાછે ? ૮. તે કેવા ભાગછે ? દશમા. સંખ્યા લખવાનું ધોરણ કેવુંછે ? જમણી તરફના અંકો અનુક્રમે કીમતમાં દશ દશ ગણા ઉતરતા જાયછે. તે નિયમ પ્રમાણે એકમની જમણી બાજુએ પહેલો કેવો અંક લખાય ? એકમનો દશમો ભાગ બતાવે તેવો. આ દાખલામાં દશમા ભાગ કેટલાછે ? ૮. એ એકમની કઇ બાજુએ લખાય ? જમણી બાજુએ. તે નિયમ પ્રમાણે આ રકમ માંડી બતાવો ? ૧૫૮. વાંચો કેટલા થયા ? એકસો અઠ્ઠાવન, પણ પૂર્ણાંક કેટલા લખાવેલાછે ? ૧૫, ને હવે કેટલા થઇ જાયછે ? ૧૫૮. માટે પૂર્ણાંક ને અપૂર્ણાંકનો ભેદ બતાવવા વચમાં · આવું ચિન્હ કરવું. આજ્ઞા તે પ્રમાણે ૧૫$\frac{૮}{૧૦}$ લખી બતાવો ? ૧૫·૮. આ નિયમ પ્રમાણે ૭$\frac{૩}{૧૦}$,

૧૫$\frac{૪}{૧૦}$, ૩૨$\frac{૧૫}{૧૦૦}$, ૧૨૫$\frac{૬}{૧૦}$, ઇ૦ મનોયત્ન લખાવી ઉપરની વાત પાકી કરાવવી.

ब. એકમની જમણી બાજુએ પહેલો અંક કયો લખાય ? દશમો ભાગ બતાવનાર. દશમા ભાગ બતાવનારની જમણી બાજુએ કેવો અંક લખાય ? તેનો દશમો ભાગ બતાવનાર. એટલે એકમનો કેટલામો ભાગ બતાવે ? સોમો. બોલો ત્યારે એકમની જમણી બાજુએ બીજો અંક કેવો લખાય ? સોમો ભાગ બતાવનાર. ૧૫$\frac{૩૮}{૧૦૦}$ વાંચો ? એમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે ? ૧૫. અપૂર્ણાંક કેટલાછે ? $\frac{૩૮}{૧૦૦}$. $\frac{૩૮}{૧૦૦}$ એટલે શું ? એક વસ્તુના સરખા ૧૦૦ ભાગ કરેલા એવા ૩૮ ભાગ. તમે ૩૮ ભાગના બે ભાગ દશક એકમમાં પાડો ? ૩૦ ને ૮. એ ભાગોને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો ? $\frac{૩૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૮}{૧૦૦}$. $\frac{૩૦}{૧૦૦}$ નો અતિસંક્ષેપ કરો ? $\frac{૩}{૧૦}$. બોલો ત્યારે $\frac{૩૮}{૧૦૦}$ માં દશમા ભાગ કેટલા ? ૩. સોમા ? ૮. હવે ૧૫$\frac{૩૮}{૧૦૦}$ ને દશાંશમાં લખવા હોય તો પ્રથમ શું લખવું ? પૂર્ણાંક. કેટલાછે? ૧૫. પૂર્ણાંક પછી શું લખવું ? દશમા ભાગ. કેટલાછે ? ૩. તેની જોડે કેવા ભાગ લખાય ? સોમા. કેટલાછે ? ૮. પૂર્ણાંક અને અપૂર્ણાંકનો ભેદ જણાવા વચમાં શું મૂકવું ? · આવું ચિન્હ. એટલે ૧૫$\frac{૩૮}{૧૦૦}$ = ૧૫ + $\frac{૩૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૮}{૧૦૦}$ = ૧૫. ૩૮ થયા. તેમજ ૩૭$\frac{૩૯}{૧૦૦}$ = ૩૭ + $\frac{૩૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૯}{૧૦૦}$ = ૩૭. ૩૯, ૨૫૨$\frac{૯૧}{૧૦૦}$ = ૨૫૨ + $\frac{૯૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૧}{૧૦૦}$ = ૨૫૨·૯૧, ઇ૦.

क. એકમની જમણી બાજુએ પહેલો કયો અંક લખાયછે ? દશમો ભાગ બતાવનાર. બીજો ? સોમો ભાગ બતાવનાર. ત્રીજો ? હજારમો ભાગ બતાવનાર. શામાટે ? સોમા ભાગનો દશમો ભાગ હજારમો ભાગછે માટે. ૧૭$\frac{૩૫૭}{૧૦૦૦}$ વાંચો ? એમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે ? ૧૭. અપૂર્ણાંક $\frac{૩૫૭}{૧૦૦૦}$. એમાં અંશ કેટલા ? ૩૫૭. એ કેવા ભાગછે ? હજારમા. તમે ૩૫૭ના ત્રણ ભાગ સો, દશક ને એકમમાં પાડો? ૩૦૦, ૫૦ ને ૭. એ દરેક ભાગને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો ? $\frac{૩૦૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૫૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૭}{૧૦૦૦}$. તમે એનો અતિસંક્ષેપ કરાવો ? $\frac{૩}{૧૦}$ + $\frac{૫}{૧૦૦}$ + $\frac{૭}{૧૦૦૦}$. તેને ઉપરની રીતે દશાંશમાં લખાવતાં ૧૭$\frac{૩૫૭}{૧૦૦૦}$ = ૧૭ + $\frac{૩}{૧૦}$ + $\frac{૫}{૧૦૦}$ + $\frac{૭}{૧૦૦૦}$ = ૧૭·૩૫૭. તેમજ ૬૪૮$\frac{૨૪૯}{૧૦૦૦}$ = ૬૪૮ + $\frac{૨૦૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૪૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૯}{૧૦૦૦}$ = ૬૪૮·૨૪૯, ઈ૦.

એ પ્રમાણે અનુક્રમે મોટા મોટા છેદ અપૂર્ણાંકમાં લઇ તેને દશાંશમાં માંડતાં શીખવવું.

ड. $\frac{૧૩૫}{૧૦}$ વાંચો? એમાં અંશ કેટલાછે ? ૧૩૫. તે કેવા ભાગ છે ? દશમા. તમે ૧૩૫ના ત્રણ ભાગ સો, દશક ને એકમમાં પાડો ? ૧૦૦, ૩૦ ને ૫. એ દરેક ભાગને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો ? $\frac{૧૦૦}{૧૦}$ + $\frac{૩૦}{૧૦}$ + $\frac{૫}{૧૦}$. એનો અતિસંક્ષેપ (છેદમાં ૧, ૧૦, ૧૦૦, ઇ૦ રહે એમજ) કરાવો ? $\frac{૧૦}{૧}$ + $\frac{૩}{૧}$ + $\frac{૫}{૧૦}$. તેમાં પૂર્ણાંકના દશક કેટલાછે ? ૧. એકમ ? ૩. દશમા ભાગ ? ૫.

તેને ઉપરની રીતે દશાંશમાં લખાવતાં $\frac{૧૩૫}{૧૦}$ = $\frac{૧૦૦}{૧૦}$ + $\frac{૩૦}{૧૦}$ + $\frac{૫}{૧૦}$ = ૧૩.૫. તેમજ $\frac{૭૫૮૭૬}{૧૦૦}$ = $\frac{૭૦૦૦૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૫૦૦૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૮૦૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૭૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૬}{૧૦૦}$ = ૭૫૮. ૭૬, ઇત્યાદિ.

ઈ. ૨૭$\frac{૭૫}{૧૦૦૦}$ વાંચો? એમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે? ૨૭. અપૂર્ણાંક? $\frac{૭૫}{૧૦૦૦}$. એમાં અંશ કેટલાછે? ૭૫. તે કેવા ભાગછે? હજારમા. ૭૫ ના દશક, એકમમાં ભાગ પાડો? ૭૦ ને ૫. એ દરેક ભાગને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૭૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૫}{૧૦૦૦}$. $\frac{૭૦}{૧૦૦૦}$ નો અતિસંક્ષેપ? $\frac{૭}{૧૦૦}$. હવે ૨૭$\frac{૭૫}{૧૦૦૦}$ ને દશાંશમાં લખવા હોય તો પ્રથમ શું લખવું? પૂર્ણાંક. કેટલા છે? ૨૭. પૂર્ણાંકની પછી શું લખવું? દશમા ભાગ. કેટલા છે? નથી, માટે તેનું ૦ મીંડું મૂકવું. દશમા ભાગ જોડે કેવા ભાગ લખાય? સોમા. કેટલા છે? ૭. સોમા ભાગ પછી કેવા ભાગ લખાય? હજારમા. કેટલા છે? ૫. એટલે ૨૭ $\frac{૭૫}{૧૦૦૦}$ = ૨૭ + $\frac{૭૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૫}{૧૦૦૦}$ = ૨૭·૦૭૫. પૂર્ણાંક ને અપૂર્ણાંકનો ભેદ જણાવા વચમાં શું મૂકવું? · આવું ચિન્હ. તેમજ ૯૪૮ $\frac{૫૭}{૧૦૦૦૦}$ = ૯૪૮ + $\frac{૫૦}{૧૦૦૦૦}$ + $\frac{૭}{૧૦૦૦૦}$ = ૯૪૮·૦૦૫૭, $\frac{૭૫}{૧૦૦૦}$ = $\frac{૭૦}{૧૦૦૦}$ + $\frac{૫}{૧૦૦૦}$ = ·૦૭૫, ઇ૦.

ફ. રીતિ:—પ્રથમ પાંચ છ દાખલા લઇ ઉપરની લાંબી રીતે દશાંશમાં લખાવવા, પછી તે પરથી દશાંશ લખવાની ટૂંકી રીત કઢાવવી. આમ કરવાથી છોકરાં દશાંશના દરેક અંકની કીમત સાથે દશાંશમાં લખતાં શીખશે. જેમ,

દા. ૧. ૭ $\frac{૮}{૧૦}$ = ૭·૮

દા. ૨. ૧૫ $\frac{૨૪}{૧૦૦}$ = ૧૫ + $\frac{૨૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૪}{૧૦૦}$ = ૧૫·૨૪

દા. ૩. $\frac{૧૪૮}{૧૦}$ = $\frac{૧૦૦}{૧૦}$ + $\frac{૪૦}{૧૦}$ + $\frac{૮}{૧૦}$ = ૧૪·૮

દા. ૪. $\frac{૩૨૩૯}{૧૦૦}$ = $\frac{૩૦૦૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૨૦૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૩૦}{૧૦૦}$ + $\frac{૯}{૧૦૦}$ = ૩૨·૩૯

દા. ૫. ૪૮ $\frac{૫૬}{૧૦૦૦૦૦}$ = ૪૮ + $\frac{૫૦}{૧૦૦૦૦૦}$ + $\frac{૬}{૧૦૦૦૦૦}$ = ૪૮·૦૦૦૫૬

દા. ૬. $\frac{૭૩૯}{૧૦૦૦૦૦૦}$ = $\frac{૭૦૦}{૧૦૦૦૦૦૦}$ + $\frac{૩૦}{૧૦૦૦૦૦૦}$ + $\frac{૯}{૧૦૦૦૦૦૦}$ = ·૦૦૦ ૭૩૯

બરાબર ધ્યાન આપો હું તમને દશાંશ લખવાની ટૂંકી રીત શીખવું છું. દશાંશ લખવામાં પ્રથમ આપણે શું લખીએ છીએ? પૂર્ણાંક. પછી? અપૂર્ણાંક. અપૂર્ણાંકમા પ્રથમ શું લખાય? અંશ. જુઓ ઉપરના દાખલામાં જેમાં પૂર્ણાંક છે તેમાં પૂર્ણાંક પ્રથમ લખી પછી અંશ લખેલા છે. માટે તમારે પૂર્ણાંક લખ્યા પછી જેટલા અંશ અપૂર્ણાંકમાં બોલે તેટલા સીધી લીટીમાં જોડે માંડી લેવા. અપૂર્ણાંકમાં અંશ નીચે શું લખીએ છીએ? છેદ. દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં છેદ મંડાય છે? ના. ત્યારે શા વડે આપણે છેદ પારખીએ છીએ? (·) આવા ચિન્હથી. તમે બધા દાખલા જુઓ તે બધામાં આવું ચિન્હ અંશની

ડાબી બાજુએ તરત મૂકેલું છે ? ના. બરાબર ધ્યાન આપો, દશાંશ અપૂર્ણાંક લખવામાં તેજ માત્ર શીખવાનુંછે. ઉપરના દાખલા જુઓ. કેટલામાં અંશની ડાબી બાજુએ તરત · આવું ચિન્હ કરેલુંછે ? પહેલા ચાર દાખલામાં. પહેલા ને ત્રીજા દાખલામાં છેદમાં કેટલાં મીડાંછે ? એક. તો · આવું ચિન્હ અંશમાં કેટલા આંકડા જમણી તરફથી મૂકીને આવેછે ? એક. બીજાને ચોથા દાખલામાં છેદમાં કેટલાં મીડાંછે ? બે. તો · આવું ચિન્હ... અંશના જમણી તરફથી બે આંકડા મૂકીને આવેછે. માટે તમારે છેદમાં જેટલાં મીડાં હોય તેટલા અંશની જમણી તરફથી આંકડા ગણીને · આવું ચિન્હ કરવું. તે ટપકાની ડાબી કોર કંઇ અંકો રહે તો તે શું સમજવું ? ત્રીજો ને ચોથો દાખલો જુઓ ? પૂર્ણાંક સમજવા. છેલ્લા બે દાખલા જુઓ, એમાં છેદનાં મીડાં જેટલા અંક અંશમાં છે ? ના. ત્યારે આપણે દશાંશ લખવામાં શું કરવું પડયું છે ? ખૂટતા અંક અંશની ડાબી તરફ મીડાં મૂકી પૂરા કરવા પડયા છે. જે દાખલામાં પૂર્ણાંક ન લખાવે તેમાં ટપકું મૂકવું પડે કે કેમ ? મૂકવું જોઇએજ. કેમ ? ન મૂકે તો પૂર્ણાંક થઇ જાય. હવે નીચેની રીત પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

છેદમાં જેટલાં મીડાં હોય, તેટલા અંક અંશની જમણી તરફથી ગણીને · આવું ચિન્હ મૂકવું. તે ટપકાની ડાબી તરફ કંઇ અંકો રહે, તો તે પૂર્ણાંક સમજવા. જો છેદનાં મીડાં જેટલા અંક અંશમાં ન હોય, તો મીડાં જેટલા અંક થાય ત્યાંસુધી અંશની ડાબી તરફ મીડાં મૂકી પછી ટપકું કરવું. ટપકું કરવાનું કારણ તો એજ કે તેથી પૂર્ણાંક અને દશાંશ આંકડા જુદા પડે.

૪. **દશાંશ ચિન્હ:**—દશાંશ ઓળખવા સારૂ દશાંશ પહેલાં · આવું ચિન્હ કરવામાં આવે છે, તેને દશાંશ ચિન્હ કહે છે.

૫. **દશાંશ સ્થળ:**—દશાંશ ચિન્હની જમણી તરફ દશદશમા ઉતરતા ભાગ બતાવનારાં સ્થાનને દશાંશ સ્થળ કહે છે.

ટીપ:—હવે અપૂર્ણાંકને એકદમ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં રીતમાં કહ્યા મુજબ લખવાનો મહાવરો કરાવવો. તેમાં છોકરાંને છેદનાં મીડાં જેટલા અંક અંશમાં છે કે નહિ તે વિચારતાં વખત લાગશે. માટે તેમને સમજાવવું કે અંશમાં મોટામાં મોટો અંક જે લખાવે, તે પછીનોજ અંક છેદમાં લખાવેલો હોય તો અંશની ડાબી બાજુએ તરત દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. પણ અંશમાં મોટો અંક જે લખાવે, તે પછીનો અંક છેદમાં ન લખાવતાં છેટેનો અંક લખાવે તો અંશ લખ્યા પછી મોટા અંક પછીના અંકનાં મીડાં મૂકતાં જવું, ને છેક છેલ્લા અંકનું દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. અંશના અંક વધારે હોય તો જમણી તરફથી એક, દશ, સો એમ ગણી છેક છેલ્લા અંકનું દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. આ રીત ઉપર બતાવેલી રીત સાથે મેળવી બતાવી તેમના મનની ખાત્રી કરવી. જેમ

·૦૦૪૭૫ માં ચારસેં પંચોતેર લખ્યા પછી એમાં મોટો અંક સોનો છે તેથી હજાર અને દશ હજારનાં મીડાં મૂક્યા પછી લાખનું દશાંશ ચિન્હ મૂકાવવું.

૬. **દશાંશ વાંચવાની રીતઃ**—અપૂર્ણાંકની પેઠેજ દશાંશ બોલી બતાવવામાં આવે છે, એટલે અંશની સંખ્યા બોલીને પછી છેદ બોલવા; અને એને અંશ શબ્દ લગાડવો. પણ તેમાં છેદનાં નામ ગૂજરાતી ન વાપરતાં સંસ્કૃત નામ વાપરેછે. જેમ દશાંશ, શતાંશ, સહસ્રાંશ, દશ સહસ્રાંશ, લક્ષાંશ, દશ લક્ષાંશ, કોટચંશ, દશ કોટચંશ, અબજાંશ, ખર્વાંશ, નિખર્વાંશ, મહાપદ્માંશ, શંકવંશ, જલધ્યંશ, અંત્યાંશ, મધ્યાંશ, પરાર્ધાંશ. જેમ ૧૨·૦૨૫ બાર પૂર્ણાંક પચીશ સહસ્રાંશ.

૨. દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં અંશની જમણી કે ડાબી બાજુએ મીડાં વધારવાથી કીમતમાં શો ફેરફાર થાય છે તે વિષે.

૧. ૯ ઉપર એક મીડું ચઢાવીએ તો કેટલા થાય? ૯૦. એથી કીમત કેટલા ગણી વધી? દશ ગણી. ૯૦ ઉપર મીડું ચડાવીએ તો...૯૦૦થાય. તેથી કીમત કેટલા ગણી વધે? વળી દશ ગણી. એમ પૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ એક એક મીડું વધારતાં જઇએ, તેમ તેમ કીમત કેવી થાયછે? દશ દશ ગણી વધતી જાયછે. દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ મીડાં વધારતાં જઇએ તેમ કીમતમાં ફેર પડે કે કેમ? ·૯, ·૯૦, ·૯૦૦, ·૯૦૦૦, ·૯૦૦૦૦ એને અપૂર્ણાંકમાં લખો? $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯૦}{૧૦૦}$, $\frac{૯૦૦}{૧૦૦૦}$, $\frac{૯૦૦૦}{૧૦૦૦૦}$, $\frac{૯૦૦૦૦}{૧૦૦૦૦૦}$. એનો અતિસંક્ષેપ કરાવો? $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯}{૧૦}$. બધાંનો જવાબ કેવો આવ્યો? એકજ. બોલો ત્યારે દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ મીડાં વધારવાથી કીમતમાં ફેર પડે છે? ના. (નીચેની રીત પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

રીતિઃ—પૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ એક એક મીડું વધારતાં જઇએ, તેમ તેમ તેની કીમત દશ દશ ગણી વધતી જાયછે; પણ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જમણી તરફ ગમે તેટલાં મીડાં ચડાવીએ, તોપણ કીમતમાં ફેર પડતો નથી.

૨. ૯ પૂર્ણાંકની ડાબી બાજુએ મીડું વધારીએ તો કેટલા થાય? ૦૯. વાંચો? નવ. બોલો ત્યારે પૂર્ણાંકની ડાબી બાજુએ મીડાં વધારીએ તો કીમતમાં ફેર પડે? ના. પણ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં અંશની ડાબી બાજુએ મીડાં વધારીએ તો કીમતમાં ફેર પડે કે કેમ? ·૯, ·૦૯, ·૦૦૯, ·૦૦૦૯ એને અપૂર્ણાંકમાં લખી બતાવો? $\frac{૯}{૧૦}$, $\frac{૯}{૧૦૦}$, $\frac{૯}{૧૦૦૦}$, $\frac{૯}{૧૦૦૦૦}$. એમાં પહેલી રકમ કરતાં બીજી રકમની કીમત કેવીછે? દશ ગણી ઉતરતી. બીજી રકમ કરતાં ત્રીજીની કીમત...દશ ગણી ઉતરતી. ત્રીજી રકમ કરતાં ચોથીની કીમત... દશ ગણી ઉતરતી. એમ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં અંશની ડાબી બાજુએ મીડાં

વધારતાં જઇએ, તેમ કીમત કેવી થાય છે? દશ દશ ગણી ઉતરતી જાયછે. (નીચેની રીત પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

રીતિ:—પૂર્ણાંકમાં ડાબી તરફનાં મીડાંની કીમત હોતી નથી, પણ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં અંશની ડાબી બાજુએ મીડાં વધારતાં જઇએ, તેમ તેમ કીમત દશ દશ ગણી ઉતરતી જાયછે.

૩. દશાંશ અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંક અતિસંક્ષેપ રૂપમાં આણવાનું.

$\frac{૪૨૧}{૧૦૦૦૦}$ એને દશાંશમાં લખી બતાવો? ·૦૪૨૧. અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં લખવાની રીત કઇ? પ્રથમ અંશ લખી છેદમાં જેટલાં મીડાં હોય, તેટલા અંક અંશની જમણી બાજુએથી ગણી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું, ને અંક ખૂટે તો અંશની ડાબી તરફ મીડાં મૂકી પૂરા કરવા. એથી ઉલટું—પણ આપણે આ ·૦૪૨૧ દશાંશ અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લખવું હોય તો શું કરવું? પ્રથમ દશાંશ અપૂર્ણાંકના અંશ લખવા, ને નીચે છેદમાં એકડાપર દશાંશ સ્થળ જેટલાં મીડાં મૂકવાં. પૂર્ણાંકમાં ડાબી બાજુનાં એકલાં મીડાંની કાંઇ કીમત છે? ના. માટે અંશમાં ડાબી બાજુએ એકલાં મીડાં હોય, તો તે કાઢી નાંખવાં, ને દશાંશ ચિન્હ પણ કાઢી નાંખવું. આમ કર્યા પછી અતિસંક્ષેપ રૂપ થતું હોય તો કાઢવું. (નીચેની રીત પાકી કરાવવી).

રીતિ:—દશાંશ અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લખવું હોય, તો પ્રથમ આપેલી રકમમાંથી દશાંશ ચિન્હ તથા તેની પાસે એકલાં મીડાં હોય તે કાઢી નાંખી બાકીના અંકો અંશમાં લખવા, ને છેદમાં એકડાપર જેટલાં દશાંશ સ્થળ હોય તેટલાં મીડાં ચડાવી જે આવે તે લખવા. પછી સંક્ષેપ જાય તો કાઢવો.

દા. ૧. ·૦૦૦૯૮૫ એને અપૂર્ણાંક અતિસંક્ષેપ રૂપમાં લખો?

રીતઃ—$\frac{૯૮૫}{૧૦૦૦૦૦૦} = \frac{૨૪૯}{૨૫૦૦૦૦}$ જ. દા. ૨. ૧·૦૦૦૧૭ = ૧$\frac{૧૭}{૧૦૦૦૦૦}$ જ.

૪. દશાંશ અપૂર્ણાંકના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવાનું.

દા. ૧. ·૨૫ ના દરેક અંકની કીમત છૂટી બતાવો? દશાંશ ચિન્હની પાસેનો પહેલો અંક કેવા ભાગ બતાવેછે? દશમા. માટે ૨ની કીમત દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં કેમ લખાય? ·૨; બીજો અંક કેવા ભાગ બતાવે છે? સોમા, માટે ૫ કેવા ભાગછે? સોમા, તેને દશાંશમાં કેમ લખાય? ·૦૫; માટે જવાબ ·૨, ·૦૫.

દા. ૨. ૨૫·૦૦૦૪૩૪૪ ના દરેક અંકની કીમત છૂટી બતાવો? એમાં પૂર્ણાંક કેટલાછે? ૨૫. એમાં બે શું છે? દશક. ૨ દશક એટલે કેટલા? ૨૦. એકમ કેટલા છે? ૫. માટે ૨૫ પૂર્ણાંકના દરેક અંકની કીમત કેટલી? ૨૦, ૫. એમાં દશમા ભાગ કેટલાછે? નથી. સોમા? નથી. હજારમા... નથી. દશહજારમા...૪. એને દશાંશમાં લખી બતાવો? ·૦૦૦૪, લાખમા

...૩. એને દશાંશમાં લખી બતાવો ? ·૦૦૦૦૩, એજ પ્રમાણે ·૦૦૦૦૦૪, ·૦૦૦૦૦૦૪. માટે જવાબ ૨૦, ૫, ·૦૦૦૪, ·૦૦૦૦૩, ·૦૦૦૦૦૪, ·૦૦૦૦૦૦૪.

બોલો ત્યારે દશાંશ અપૂર્ણાંકના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવી હોય તો શું કરવું ? તે અંક કેટલામો ભાગછે તે જોઇને તેની કીમત છૂટી લખી બતાવવી. નીચેની રીત પાકી કરાવવી.

રીતિ:—દશાંશ અપૂર્ણાંકના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખી બતાવવી હોય તો દરેક અંક જે સ્થળમાં હોય તે સ્થળમાં રાખી બતાવવો, અને પાછળનાં સ્થળ ખાલી બતાવવાને મીંડાં મૂકવાં.

૫. દશાંશ અપૂર્ણાંકના સમછેદ કરવાનું.

૧. સમછેદ કરવા વિષે:— ·૦૦૫, ·૬, ·૩૮૨૮, ·૪૨૬૮૩૮૦૫, ·૫૮ વાંચો? આ પાંચે રકમના છેદ કેવાછે? જૂદા જૂદા. પણ આપણે સમછેદ કરવા હોય તો શું કરવું ? જ. નહિ. પહેલી રકમના છેદ કેટલાછે ? હજાર. બીજીના...દશ. ત્રીજીના...દશ હજાર. ચોથીના...દશ કરોડ. પાંચમીના...સો. આમાં ઘણામાં ઘણા કેટલા છેદ છે? દશ કરોડ. માટે દરેક રકમના કેટલા છેદ કરીએ તો સમછેદ થાય ?દશ કરોડ. દશ કરોડ છેદમાં લાવવા હોય તો દશાંશ સ્થળ કેટલાં જોઇએ ? આઠ. કેમ ? દશ કરોડ લખવામાં એકડાપર આઠ મીંડાં કરવાં પડેછે. પહેલીરકમમાં દશાંશ સ્થળ કેટલાંછે? ત્રણ. કેટલાં કરીએ તો સમછેદ થાય? આઠ. કેટલાં ખૂટે? પાંચ. માટે શું કરવું? દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં જમણી બાજુએ એક મીંડું ચડાવીએ તો કીમતમાં ફેર પડે ? ના. કેમ ? એથી અંશ કેટલા ગણો વધે ? દશ ગણો. તેમ છેદ પણ...દશ ગણો વધે. તેથી કીમતમાં ફેર પડે ?ના. બોલો ત્યારે પહેલી રકમમાં પાંચ દશાંશસ્થળ કીમતમાં ફેર ન કરતાં વધારવાં હોય તો શું કરવું ? જમણી બાજુએ પાંચ મીંડાં ચડાવવાં. બીજી રકમમાં કેટલાં મીંડાં ચડાવવાં પડશે? સાત. કેમ ? એમાં દશાંશ સ્થળ એક છે માટે. ત્રીજીમાં...ચાર. ચોથીમાં...નહિ. કેમ? તેમાં તો દશાંશ સ્થળ આઠ છેજ. પાંચમીમાં...છ. ચાલો ત્યારે ઉપરના દાખલાને સમછેદ રૂપમાં લખાવો ? ·૦૦૫૦૦૦૦૦, ·૬૦૦૦૦૦૦૦, ·૩૮૨૮૦૦૦૦, ·૪૨૬૮૩૮૦૫, ·૫૮૦૦૦૦૦૦. (નીચેની રીત સૂચક સવાલે દાખલાપરથી કઢાવી પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

રીતિ:—જૂદાં જૂદાં દશાંશ અપૂર્ણાંકોના સમછેદ કરવા હોય તો આપેલી રકમોમાં, જે રકમમાં સૌથી વધારેમાં વધારે દશાંશસ્થળ હોય, તેના જેટલાં દશાંશસ્થળ દરેક રકમમાં જમણી તરફ મીંડાં ચડાવીને પૂરાં કરવાં.

૨. જૂદાં જૂદાં દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગો-

ઠવવા વિષેઃ—·૨૨, ·૦૨૫, ·૦૦૪૮, ·૦૦૦૫૯, ·૩, ·૦૦૦૦૦૦૯૭ વાંચો ? આ રકમોને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગોઠવવી હોય તો કેમ ગોઠવવી? સૌથી મોટી રકમ પહેલી, તેથી ઉતરતી બીજી એમ ગોઠવવી. અપૂર્ણાંકોમાં નાની મોટી રકમ કેમ માલૂમ પડે? સમછેદ કરવાથી. ચાલો આ અપૂર્ણાંકોના સમછેદ કરાવો ? ·૨૨૦૦૦૦૦૦, ·૦૨૫૦૦૦૦૦, ·૦૦૪૮૦૦૦૦, ·૦૦૦૫૯૦૦૦, ·૩૦૦૦૦૦૦૦, ·૦૦૦૦૦૦૯૭. સમછેદ કર્યા પછી નાની મોટી રકમ કેમ જોવી? જેમાં અંશ વધારે તે મોટી ને થોડા તે નાની. એ પ્રમાણે જોતાં સૌથી મોટી રકમ કઇ? પાંચમી. તેથી ઉતરતી રકમો અનુક્રમે ગણાવો? પહેલી, બીજી, ત્રીજી, ચોથી અને છઠ્ઠી. ચાલો ત્યારે ઉપરના દાખલાને ઉતરતા અનુક્રમમાં ગોઠવાવો? ·૩, ·૨૨, ·૦૨૫, ·૦૦૪૮, ·૦૦૦૫૯, ·૦૦૦૦૦૦૯૭, (મોટી નાની રકમો જોવાની સુગમતા માટે નીચેની રીત પાકી કરાવવી).

રીતિઃ—જૂદાં જૂદાં દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ઉતરતા ક્રમમાં ગોઠવવાં હોય, તો પ્રથમ આપેલી રકમોના સમછેદ કરી સમછેદવાળી સઘળી રકમો દશાંશ ચિન્હ સીધી ઊભી લીટીમાં આવે એમ ગોઠવવી; એટલે બધી રકમોના એકજ સ્થાનના અંક એક બીજા નીચે આવશે. પછી દશાંશ ચિન્હની પાસેના અંક જોવા. એમાં સૌથી મોટા અંકવાળી રકમ સૌથી મોટી જાણવી ને તેના સામે એકડો, તેથી ઉતરતા અંક સામે બગડો, તેથી ઉતરતા અંક સામે તગડો મૂકવો, ૪૦. જો કોઇ એકજ અંક એકથી વધારે હોય, તો તેની પાસેનો બીજો અંક જોવાથી નાની મોટી રકમ કઇ તે નક્કી થશે. બીજા અંક પણ સરખા હોય તો ત્રીજા અંક જોવા, ને આગળ પણ એમજ સમજવું. પછી આવેલે ક્રમે જવાબમાં આપેલી રકમો માંડી આપવી.

૩. **જૂદાં જૂદાં દશાંશ અપૂર્ણાંકોને ચડતા અનુક્રમમાં ગોઠવવા વિષેઃ**—ચડતા ક્રમમાં ગોઠવવું એટલે પ્રથમ સૌથી હલકી, પછી તેથી ભારે એમ રકમો ગોઠવવી. આને માટે પ્રથમ આપેલી રકમોને ઉતરતા ક્રમમાં ઉપર મુજબ ગોઠવ્યા કેડે આવેલા ક્રમને ઉલટાવવાથી ચડતા ક્રમમાં રકમો ગોઠવાઇ જાયછે. દા. ·૭૨, ·૮, ·૦૦૪, ·૩૦૫૪, ·૦૦૦૯, ·૨૧૮૯૪૩૨૭ એમને ચડતા અનુક્રમમાં ગોઠવો ! રીત—

સમછેદ.	ઉતરતો ક્રમ.	ચડતો ક્રમ.
·૭૨૦૦૦૦૦૦	૨	૫.
·૮૦૦૦૦૦૦૦	૧	૬.
·૦૦૪૦૦૦૦૦	૫	૨.
·૩૦૫૪૦૦૦૦	૩	૪.

·૦૦૦૯૦૦૦……………………………… ૬………… ૧.
·૨૧૮૫૪૩૨૭…………………………… ૪………… ૩.

માટે જવાબ—·૦૦૦૯, ·૦૦૪, ·૨૧૮૫૪૩૨૭, ·૩૦૬૪, ·૭૨, ·૮.

દશાંશ સરવાળા.

૧. ·૯ + ·૫૬ + ·૩૪૮ + ·૧૫૭ + ૬·૪૩ = શું? આ દાખલો વાંચો? આનો શું કરવોછે? સરવાળો. અપૂર્ણાંક સરવાળામાં પ્રથમ શું કરવું પડેછે? સમછેદ. શામાટે? સરવાળો સરખા મહત્વની રકમોનો થાય માટે. તેમ દશાંશ સરવાળામાં પણ પ્રથમ શું કરવું? સમછેદ. ચાલો સમછેદ કરાવો? ·૯૦૦ + ·૫૬૦ + ·૩૪૮ + ·૧૫૭ + ૬·૪૩૦. સાદા સરવાળામાં રકમો કેમ ગોઠવતા? એકમ નીચે એકમ, દશક નીચે દશક આવે; તેમ રકમો એક નીચે એક ગોઠવતા. દશાંશ સરવાળામાં પણ સજાતિય અંક એક બીજાની નીચે, આવે, એમ રકમો ગોઠવવી. બોલો દશાંશ ચિન્હ પાસેનું પહેલું સ્થાન કેવા ભાગ બતાવેછે? દશમા. બીજું…સોમા. ત્રીજું…હજારમા. હવે બધી રકમોના એકજ જાતના અંક એક બીજાની નીચે આવે, તેમ રકમો સૂચક સવાલો પૂછી ગોઠવાવવી. પછી પૂછવું કે બધી રકમોના એકજ જાતના અંક એક બીજાની નીચે લાવવામાં દશાંશ ચિન્હ કેમ આવેછે? ઊભી સીધી લીટીમાં. બોલો ત્યારે રકમો ગોઠવતી વખત કઈ વાત ધ્યાનમાં રાખીએ, તો ઝટ રકમો ગોઠવાય? દશાંશ ચિન્હ ઊભી સીધી લીટીમાં રાખીએ તો. પૂર્ણાંક સંખ્યામાં જમણી બાજુના અંકો કરતાં ડાબી બાજુના અંકો અનુક્રમે કેવા હોયછે? દશ દશ ગણા ચડતા. તેમ દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં પણ… જમણી બાજુના અંકો કરતાં ડાબી બાજુના અંકો અનુક્રમે દશ દશ ગણા ચડતા હોયછે. માટે દશાંશ સરવાળા શાની પેઠે ગણવા? પૂર્ણાંક સરવાળાની પેઠે. વધ્યા પણ કેમ ગણાય? દશે એક લેવાય. ચાલો ત્યારે આ સરવાળો ગણાવો? કેટલો જવાબ આવ્યો? ૮૪૩૫. એટલા પૂર્ણાંક આવે? ના. આ દરેક રકમમાં કેટલાં દશાંશ સ્થળ છે? ત્રણ. માટે જવાબમાં પણ કેટલાં દશાંશ સ્થળ આવવાં જોઇએ? ત્રણ. માટે જમણી તરફથી ત્રણ દશાંશ સ્થળ ગણી ચિન્હ મૂકવું. આવી રીતે દશાંશ ચિન્હ મૂકતાં તે શાની હારમાં આવેછે? દશાંશ ચિન્હની. માટે જવાબમાં દશાંશ ચિન્હ દશાંશ ચિન્હની હારમાં મૂકવું. હવે કેટલો જવાબ આવ્યો? ૮·૪૩૫.

```
 ·૯૦૦
 ·૫૬૦
 ·૩૪૮
 ·૧૫૭
૬·૪૩૦
------
૮·૪૩૫
```

૨. ઉપરનોજ દાખલો સમછેદ કરવા માટે જમણી તરફ મીડાં મૂકીએ છીએ, તે મૂક્યા સિવાય ગણાવવો, એથી પણ જવાબ ઉપર પ્રમાણેજ આવશે. પછી તેમને કહેવું કે દશાંશ સરવાળામાં સમછેદ કરવા માટે મીડાં ચડાવીએ

છીએ તે ચડાવ્યા વગર રકમો દશાંશ ચિન્હ ઊભી સીધી લીટીમાં આવે એમ ગોઠવી સરવાળો કરવો. આવી રીતે કેટલાક દાખલા ગણાવી નીચેની રીત દાખલાપરથી કઢાવી પાકી કરાવવી.

૩. રીતિઃ—દશાંશ ચિન્હ ઊભી સીધી લીટીમાં આવે, એવી રીતે પ્રથમ બધી સંખ્યાઓ ગોઠવવી, એટલે બધી રકમોના એકજ સ્થાનના અંક એક બીજાની નીચે આવશે. જમણી તરફ જગા ખાલી રહે તો રહેવા દેવી. પછી સાદા સરવાળાની માફક સરવાળો કરાવી જવાબમાં દશાંશ ચિન્હ નીચે દશાંશ ચિન્હ મૂકાવવું.

૪. **દશાંશ સરવાળા શીખવવાની બીજી રીતિઃ**—પ્રથમ આપેલી રકમોને અપૂર્ણાંકમાં લખાવી, અપૂર્ણાંક સરવાળાની રીતે સરવાળો કરાવી, જવાબને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં લખાવવો. પછી દશાંશ સરવાળાની રીત છોકરાંને કડકે કડકે કહેતાં જવી, અને દાખલો દશાંશ રીતે ગણાવતાં જવું. બંને રીતે જવાબ એકજ આવશે, એટલે છોકરાંને દશાંશ સરવાળાની રીતની ખાત્રી થશે. પછી દશાંશ રીતે દાખલા ગણાવવા. ઉપરનોજ દાખલો લઇએ—

અપૂર્ણાંક રીતેઃ—$\frac{૯}{૧૦} + \frac{૫૬}{૧૦૦} + \frac{૩૪૮}{૧૦૦૦} + \frac{૧૯૭}{૧૦૦૦} + ૫\frac{૪૩}{૧૦૦} =$

$\frac{૯૦૦ + ૫૬૦ + ૩૪૮ + ૧૯૭ + ૫૪૩૦}{૧૦૦૦} = \frac{૮૪૩૫}{૧૦૦૦} = ૮.૪૩૫$ જવાબ.

દશાંશ રીતે ઉપર ગણેલો છેજ.

દશાંશ બાદબાકી.

દશાંશ સરવાળામાં બતાવ્યા મુજબ દશાંશ બાદબાકી શીખવવી.

દશાંશ ગુણાકાર.

૧. અ. દા ૧. .૭૬૪ × ૩.૫૬=શું ? વાંચો આનો શું કરવાનો છે ? ગુણાકાર. ચાલો તમને દશાંશ રીતે ગુણાકાર કરતાં તો નહિ આવડે, પણ અપૂર્ણાંક રીતે ગણાવી જવાબને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં મંડાવો ?

$\frac{૭૬૪}{૧૦૦૦} \times \frac{૩૫૬}{૧૦૦} = \frac{૨૭૧૯૮૪}{૧૦૦૦૦૦} = ૨.૭૧૯૮૪$ જવાબ.

દશાંશ ગુણાકારની રીતતો બહુજ સહેલીછે. તમે દશાંશ ચિન્હ જાણે નથીજ, એમ સમજી સાદા ગુણાકારની રીતે આ ગુણાકાર ગણાવો ? શો જવાબ આવ્યો ? ૨૭૧૯૮૪. ઉપરનો જવાબ જુઓ ને આ જવાબ જુઓ, એ બંનેમાં કાંઇ તફાવત છે ? ફકત સાદા ગુણાકારની રીતે ગણવામાં દશાંશ ચિન્હ મૂકવુંજ બાકી રહેછે. અપૂર્ણાંક રીતે ગણવામાં દશાંશ સ્થળ કેટલાં આવલાંછે? પાંચ. માટે સાદા ગુણાકારની રીતે ગણવામાં પણ દશાંશ સ્થળ કેટલાં આવવાં જોઇએ ? પાંચ. એ શી રીતે આવે, તે તમને બતાવુંછું. તે

```
   .૭૬૪
   ૩.૫૬
 ------
   ૪૫૮૪
  ૩૮૨૦
 ૨૨૯૨
 ------
 ૨.૭૧૯૮૪
```

બરાબર ધ્યાનમાં રાખો, દશાંશ ગુણાકારમાં ફક્ત એટલીજ વાત શીખવી જરૂરની છે. જુઓ ગુણ્યમાં દશાંશ સ્થળ કેટલાં છે? ૩. ને ગુણકમાં...૨. એ બેનો શું કરવાથી ૫ થાય? સરવાળો. બોલો ત્યારે ગુણાકારમાં દશાંશ સ્થળ કેટલાં કાપવાં? ગુણ્ય ગુણકનાં મળી જેટલાં દશાંશ સ્થળ થાય તેટલાં. કઈ બાજુથી ગણીને કાપવાં? જમણી બાજુથી. તે પ્રમાણે ગણીને આ દાખલામાં મૂકો? (આ જાતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં).

બ. દા. ૨. ·૧૫×·૦૯=શું? ઉપર મુજબ બંને રીતે દાખલો ગણાવવો.

$\frac{૧૫}{૧૦૦} \times \frac{૯}{૧૦૦} = \frac{૧૩૫}{૧૦૦૦૦}$ = ·૦૧૩૫. જવાબ.

```
 ·૧૫
 ·૦૯
──────
·૦૧૩૫
```

ગુણ્ય ગુણકનાં મળી દશાંશ સ્થળ કેટલાં થાયછે? ૪. માટે ગુણાકારમાં કેટલા આંકડા કાપવા જોઇએ? ૪. તેટલા અંકછે? નથી. જુઓ અપૂર્ણાંક ગુણાકારમાં શું કરવું પડયુંછે? ખૂટતા સ્થળનું ડાબી તરફ મીંડું મૂકવું પડયું છે. બોલો ત્યારે દશાંશ ગુણાકારમાં સ્થળ ખૂટી પડે તો શું કરવું? ડાબી તરફ મીંડાં વધારી પૂરાં કરવાં. તે પ્રમાણે આ ગુણાકારમાં મૂકી જાઓ?

૨. **રીતિઃ**—(દાખલો લખ કઢાવવી). દશાંશ ચિન્હ જાણે નથી, એમ સમજીને સાદા ગુણાકારની માફક ગુણાકાર કરવો. પછી ગુણાકારમાં ગુણ્ય અને ગુણકનાં મળી જેટલાં દશાંશ સ્થળ થાય તેટલાં સ્થળ જમણી તરફથી કાપી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. ગુણાકારમાં તેટલાં સ્થળ ન હોય તો ખૂટતાં સ્થળ ડાબી તરફ મીડાં વધારીને પૂરાં કરવાં.

૩. **છેવટે મીડાંવાળી પૂર્ણાંક સંખ્યાએ ગુણવાની ટૂંકી રીતિઃ**—દશાંશ ગુણાકારમાં છેવટે જમણી તરફ મીડાં આવે, તો તેની કાંઇ કીમત નથી; માટે કાઢી નાખવાં. આ નિયમનો ઉપયોગ કરી દશાંશ અપૂર્ણાંકને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ઇ૦ એ ગુણવાથી જવાબમાં ફક્ત દશાંશ ચિન્હ અનુક્રમે ૧, ૨, ૩, ઇ૦ સ્થળ જમણી તરફ ખસેછે. માટે આવા કેટલાક દાખલા ગણાવી તેપરથી સામાન્ય રીત કઢાવવી કે છેવટે મીડાંવાળી પૂર્ણાંક સંખ્યાએ ગુણવા હોય તો પ્રથમ ગુણકમાં છેવટે જેટલાં મીડાં હોય તેટલાં સ્થળ દશાંશ ચિન્હને ગુણ્યમાં જમણી તરફ ખસેડી પછી મીડાં વગરના પૂર્ણાંકના અંકે ગુણવા. ઉદાહરણ. ૧૨. ૩૫૭×૮૭૦૦= શું?

લાંબી રીતે.	ટૂંકી રીતે.
૧૨· ૩૫૭	૧૨૩૫· ૭
૮૭૦૦	૮૭
૮૬૪૫૯	૮૬૪૯ ૯
૯૮૮૫૬	૯૮૮૫૬
૧૦૭૫૦૫· ૯૦૦ જ.	૧૦૭૫૦૫, ૯ જ.

દશાંશ ભાગાકાર.

૧. દા. ૧. .૭૨૮ ÷ ૧.૪ = શું? વાંચો આનો શું કરવાનો છે? ભાગાકાર. ચાલો તમને દશાંશ રીતે ભાગાકાર કરતાં તો નહિ આવડે, પણ અપૂર્ણાંક રીતે ગણાવી જવાબને દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં મંડાવો?

$$\frac{૭૨૮}{૧૦૦૦} \div \frac{૧૪}{૧૦} = \frac{૭૨૮}{૧૦૦૦} \times \frac{૧૦}{૧૪} = \frac{૫૨}{૧૦૦} = .૫૨ \text{ જવાબ.}$$

દશાંશ ગુણાકાર તમે કેમ ગણતાં? દશાંશ ચિન્હ જાણે નથી, એમ સમજી સાદા ગુણાકારની માફક દશાંશ ગુણાકાર ગણતાં. તેમ દશાંશ ભાગાકાર પણ દશાંશ ચિન્હ નથી, એમ સમજી સાદા ભાગાકારની માફક ગણવો. ચાલો એ રીતે દશાંશ ભાગાકાર ગણાવો? શો જવાબ આવ્યો? ૫૨. ઉપરનો જવાબ જુઓ ને આ જવાબ જુઓ, એ બેમાં કાંઈ તફાવત છે? ફક્ત સાદા ભાગાકારની રીતે ગણવામાં દશાંશ ચિન્હ મૂકવું બાકી રહે છે. અપૂર્ણાંક રીતે ગણવામાં દશાંશ સ્થળ કેટલાં આવેલાં છે? ૨. માટે સાદા ભાગાકારની રીતે ગણવામાં પણ દશાંશ સ્થળ કેટલાં આવવાં જોઇએ? ૨. એ શી રીતે આવે, તે તમને બતાવુંછું. બરાબર ધ્યાન રાખો, દશાંશ ભાગાકારમાં ફક્ત એટલીજ વાત શીખવી અગત્યની છે. જુઓ ભાજ્યમાં દશાંશ સ્થળ કેટલાં છે? ૩. ભાજકમાં...૧. ને ભાગાકારમાં કેટલાં આવવાંજ જોઇએ? ૨. ચાલો ત્યારે ભાજ્ય ભાજકનાં દશાંશ સ્થળનું શું કરીએ, તો બે આવે? બાદબાકી. કયાં દશાંશ સ્થળમાંથી કયાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરવાં? ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળમાંથી ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરવાં. બાદબાકી જેટલાં સ્થળ શેમાં કાપવાં? ભાગાકારમાં. કઇ બાજુથી? જમણી બાજુથી. તે પ્રમાણે ગણીને આ દાખલામાં મૂકો? (આ જાતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં, પણ તેમાં શેષ ન વધે તેની કાળજી રાખવી).

```
૧.૪) .૭૨૮ (.૫૨
      ૭૦
      ---
      ૦૨૮
       ૨૮
      ---
       ૦૦
```

રીતિ:—(દાખલો બઇ કઢાવવી). દશાંશ ચિન્હ જાણે નથી, એમ સમજી સાદા ભાગાકારની રીતે ભાગાકાર કરવો. પછી ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળમાંથી ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરી બાકી રહે તેટલાં સ્થળ ભાગાકારમાં જમણી તરફથી ગણી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું.

ટીપ:—દશાંશ ચિન્હ ભાગાકારમાં કયાં મૂકવું. તેનું કારણ બીજી રીતે પણ છોકરાંને સમજાવવું; જેથી ઉપલું જ્ઞાન સચોટ થશે: ભાગાકાર × ભાજક = ભાજ્ય હોય છે. માટે ભાગાકાર ને ભાજકના દશાંશ સ્થળીના સરવાળા જેટલાં ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ હોય, તેથી ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળમાંથી ભાજક-

કનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરીએ, એટલાં ભાગાકારમાં દશાંશ સ્થળ આવવાં જોઇએ.

☞ નીચે બતાવેલી રીતો ઉપર બતાવ્યા મુજબ પ્રથમ અપૂર્ણાંક ભાગાકાર રીતે, અને પછી દશાંશ ભાગાકાર રીતે દાખલાઓ ગણાવી કઢાવવી.

૨. ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળમાંથી ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ બાદ કરતાં બાકી જે રહે તેટલાં સ્થળ ભાગાકારમાં ન હોય તો ખૂટતાં સ્થળ ડાબી તરફ મીડાં વધારીને પૂરાં કરવાં.

૩. ભાજક પૂર્ણાંક હોય તો જવાબમાં ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ જેટલા અંક જમણી તરફથી ગણીને દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. કેમકે બાદ કરવાને ભાજકમાં દશાંશ સ્થળ નથી.

૪. ભાજ્ય અને ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ સરખાં હોય તો તેઓની બાદબાકી શૂન્ય આવે, માટે ભાગાકારમાં આવેલા તમામ અંક પૂર્ણાંક સમજવા.

૫. જો ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ કરતાં ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ વધારે હોય, તો જેટલાં દશાંશ સ્થળ વધારે તેટલાં મીડાં ભાગાકારના આંકડા ઉપર જમણી તરફ વધારવાં. એટલે મીડાં સુદ્ધાંત આખી સંખ્યા પૂર્ણાંક થશે.

૬. કેટલીક વખત નિઃશેષ ભાગાકાર લાવવા માટે ભાગાકારમાં ઘણા આંકડા કાઢવા પડેછે, તેવે પ્રસંગે ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ ખૂટી પડે તો જમણી તરફ મીડાં ચડાવીને લેવાં. કારણ એમ કરવાથી દશાંશ અપૂર્ણાંકની કીમતમાં કાંઇ ફેર પડતો નથી.

૭. કેટલીક વખત નિઃશેષ ભાગાકાર આવતોજ નથી. આવે પ્રસંગે જવાબ અમુક આંકડા સૂધી કાઢવાને કહેછે. તેવે પ્રસંગે ભાગાકારમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ લાવવાનાં કહ્યાં હોય તેમાં ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ ઉમેરી એટલા અંક ભાજ્યના દશાંશમાં થાય ત્યાંસૂધી મીડાં ચડાવી પછી ભાગાકાર કરવો, એટલે માગેલાં સ્થળ ભાગાકારમાં આવી રહેશે.

૮. ભાજ્ય પૂર્ણાંક હોય, ને ભાગ ચલાવવા માટે તેપર મીડાં ચડાવવાં પડે, તો દશાંશ ચિન્હનું ટપકું મૂકી મીડાં ચડાવવાં.

૯. **છેવટે મીડાંવાળી પૂર્ણાંક સંખ્યાએ ભાગવાની ટૂંકી રીતિઃ**—દશાંશ અપૂર્ણાંકને ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ઇ૦ એ ભાગવાથી જવાબમાં ફક્ત દશાંશ ચિન્હ અનુક્રમે ૧, ૨, ૩, ઇ૦ સ્થળ ડાબી તરફ ખસેછે. માટે આવા કેટલાક દાખલા ગણાવી તે પરથી સામાન્ય રીત કઢાવવી કે છેવટે મીડાંવાળી પૂર્ણાંકસંખ્યાએ ભાગવા હોય તો પ્રથમ ભાજકમાં છેવટે જેટલાં મીડાં હોય તેટલાં સ્થળ દશાંશ ચિન્હને ડાબી તરફ ખસેડી પછી મીડાં વગરના પૂ-

ર્ણાંકના અંકે ભાગવા. દશાંશ ગુણાકારની આવી રીતનો આ વખતે મુકાબલો કરાવવો. ઉદા૦ .૦૧૯÷૨૫૦૦=શું ?

લાંબી રીતે.	ટૂંકી રીતે
૨૫૦૦)·૦૧૯૦૦૦૦(·૦૦૦૦૦૭૬જ.	૨૫)·૦૦૦૧૯૦૮(·૦૦૦૦૦૭૬જ.
૧૭૫૦૦	૧૭૫
૦૧૫૦૦૦	૦૧૫૦
૧૫૦૦૦	૧૫૦
૦૦૦૦૦	૦૮૦

૧૦. દશાંશ અપૂર્ણાંકોનો દૃઢભાજક તથા લઘુતમ સાધારણ ભાજ્ય કાઢવા વિષે:—એક સરખા મહત્વની સંખ્યાઓનો દૃઢભાજક અને લ૦ સા૦ ભા૦ થાયછે. માટે દશાંશ અપૂર્ણાંકોનો દૃઢભાજક અથવા લ૦ સા૦ ભા૦ કાઢવો હોય તો વધારેમાં વધારે દશાંશ સ્થળ જે રકમમાં હોય, તેટલાં દશાંશ સ્થળ બધી રકમનાં કરવાં; એટલે દશાંશ અપૂર્ણાંકોનો લઘુતમ સમછેદ થશે. પછી તેમને પૂર્ણાંક માની તેમનો દૃઢભાજક અથવા લ૦ સા૦ ભા૦ કાઢવો. પણ અંશોને આપણે પૂર્ણાંક ગણ્યા. માટે લઘુતમ સમછેદ જેટલા ગુણી કીમત વધારે ગણી, માટે દૃઢભાજક અથવા લ૦ સા૦ ભા૦ આવે તેનાં પણ લઘુતમ સમછેદ જેટલાં દશાંશ સ્થળ કરવાં એટલે જવાબ આવશે. લા૦ અં. મ. ૪૮ દા. ૨૩ જુઓ.

દા. ૨૩. ૮૯૧.૦૯ અને ૧૨.૩૭૬૨૫નો દૃઢભાજક કાઢો ?

રીતઃ—૮૯૧.૦૯૦૦૦, ૧૨.૩૭૬૨૫ લઘુતમ સમછેદ કરવાથી થયા. હવે ૮૯૧૦૯૦૦૦, ને ૧૨૩૭૬૨૫નો દૃઢભાજક ૧૨૩૭૬૨૫ છે. માટે આપેલી રકમોનો દૃઢભાજક, સમછેદ જેટલાં ૫ દશાંશ સ્થળ આવેલા દૃઢભાજકમાં મૂકતાં જવાબ ૧૨. ૩૭૬૨૫.

૧૧. અપૂર્ણાંક રૂપે માંડેલા દશાંશ અપૂર્ણાંકનો સંક્ષેપ કાઢવા વિષે:—અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદને એકજ રકમે ભાગી તેનો અતિસંક્ષેપ કાઢી શકાયછે, તેમ દશાંશ અપૂર્ણાંકને અંશ તથા છેદમાં લખી અપૂર્ણાંક રૂપે માંડેલા હોય, તો તેમનો સંક્ષેપ કાઢી શકાયછે. પણ તેમાં દશાંશ રીતે ભાગાકાર કરવો જોઇએ. સંક્ષેપ કાઢવામાં પૂર્ણાંક ભાગાકાર ૧ આવે તો ગુણવામાં આપણે તેને લેતાં નથી, પણ .૧ આવે તો તે ગણવો જોઇએ, નહિ તો દશાંશ ચિન્હ મૂકવામાં ફેર પડી જશે. લા. અં. મ. ૪૮ દા. ૨૪–૨૫ જુઓ.

દા. ૨૪. [illegible] = ૨૦ × ·૦૫ × ·૦૧ = ·૦૧ જ૦

$\dfrac{\frac{.04}{2.25} \times \frac{.0049}{.0045} \times 44}{\frac{.63}{.01} \times \frac{644}{56} \times .002} = ४$ જવાબ.

દા. ૨૫. $\dfrac{\frac{.03}{.45} \times \frac{44}{.52} \times \frac{.002}{.032} \times .0035}{.0063 \times \frac{64}{4} \times \frac{.0324}{.6} \times \frac{2.04}{4}} = .00000५$ જ.

અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવાનું.

રીતિઃ—અપૂર્ણાંકમાં અંશતે ભાજ્ય, ને છેદ તે ભાજક છે. માટે અપૂર્ણાંકને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવું હોય તો દશાંશ ભાગાકારની રીતે અંશને છેદે ભાગવા. શુન્ય શેષ વધે અથવા માગેલાં સ્થળ ભાગાકારમાં આવે ત્યાં સુધી ભાગાકાર કરવો, આવે તે જવાબ.

દા. ૧. $\frac{3}{4}$ ને દશાંશ રૂપમાં લાવો ?

રીત.—४)३.०० જવાબ.
.७५

દા. ૨. $\frac{9}{39}$ને જવાબ ७ દશાંશ સ્થળ સુધી લાવીને દશાંશ રૂપ આપો?

રીત.— ३९)९.००००००० જવાબ.
.२३०७६९२

પુનરાવર્ત્ત દશાંશ.

૧. દશાંશ અપૂર્ણાંકની જાતઃ—$\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{11}$ એને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ અપાવો ?

દા. ૧. $\frac{1}{2}$=.५.	દા. ४. $\frac{1}{3}$=.३३३३३३ ઇ૦.
દા. ૨. $\frac{3}{4}$=.७५.	દા. ५. $\frac{2}{9}$=.२२२२२२ ઇ૦.
દા. ૩. $\frac{2}{5}$=.४.	દા. ६. $\frac{3}{11}$=.२७२७२७ ઇ૦.

પહેલા ત્રણ દાખલા જુઓ, એમાં અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં શું થાયછે ? આંકડાનો છેડો આવેછે, ને છેલ્લા ત્રણ દાખલામાં ... આંકડાનો છેડો આવતો નથી. ચોથા દાખલામાં કયો આંકડો ફરી ફરીને આવે છે ? તગડો. કેટલા તગડા આવે ? અનંત. આપણે આખી પૃથ્વીની સપાટીપર તગડા લખલખ કરીએ, તો પણ તેનો પાર આવે નહિ. પાંચમામાં...બગડો. છઠ્ઠામાં...૨૭. બોલો ત્યારે દશાંશ અપૂર્ણાંકની કેટલી જાત થઇ ? બે. કઇ કઈ ? કેટલાકમાં આંકડાનો છેડો હોયછે, ને કેટલાકમાં આંકડાનો છેડો હોતો નથી. ત્યારે આપણે એ બે જાત ઓળખવાને તેનાં જૂદાં જૂદાં નામ પાડીએ. નીચેની વ્યાખ્યા સર્વોક્ત જવાબ સાથે પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

જે દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં આંકડાનો છેડો હોયછે, તેને **અંતવાન દશાંશ** કહેછે. ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. અંતવાન દશાંશ = (અંત = છેડો + વાન = વાળું + દશાંશ) છેડાવાળું દશાંશ.

જે દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં છેડો ન આવે, એવી રીતે તેના તેજ અંક ફરી ફરીને આવે, તેને **પુનરાવર્ત્ત દશાંશ** કહેછે. ભાગ પાડી અર્થ સમજાવવો. પુનરાવર્ત્ત દશાંશ = (પુનર્ = ફરીથી + આવર્ત્ત = આવનાર + દશાંશ) ફરીથી આવનાર દશાંશ.

૨. **પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ:**—ચોથા દાખલામાં કયો અંક ફરી ફરીને આવેછે? ૩, પાંચમામાં...૨, છઠ્ઠામાં...૨૭. એમ પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં જે અંક ફરી ફરીને આવતા હોય તેને **પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ** કહેછે.

૩. **પુનરાવર્ત્ત દશાંશ લખવાની ટૂંકી રીતિ:**—ફરી ફરીને આવનાર આંકડા એકજ વખત લખવામાં આવેછે, અને તે પુનરાવર્ત્ત છે એવું બતાવવાને પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશના પહેલા તથા છેલ્લા આંકડા ઉપર એક ટપકું મૂકવામાં આવે છે. તમે $\frac{૧}{૩}$, $\frac{૨}{૯}$ ને $\frac{૩}{૧૧}$ ને પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં લખી આપો ? $\frac{૧}{૩} = \cdot\dot{૩}$, $\frac{૨}{૯} = \cdot\dot{૨}$, $\frac{૩}{૧૧} = \cdot\dot{૨}\dot{૭}$. તમે $\frac{૩}{૭}$ ને પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં લખી આપો ? $\frac{૩}{૭} = \cdot\dot{૪}૨૮૫૭\dot{૧}$.

૪. **પુનરાવર્ત્ત દશાંશની જાત :**— $\frac{૭૫}{૯૯}$, $\frac{૧૨૫}{૯૯૯}$, $\frac{૧૦}{૩૩}$, $\frac{૫}{૬}$, $\frac{૧૧}{૧૮}$, $\frac{૧૧૩}{૯૦૦}$ એને પુનરાવર્ત્ત દશાંશનું રૂપ અપાવો !

દા. ૧. $\frac{૭૫}{૯૯} = \cdot\dot{૭}\dot{૫}$ દા. ૪. $\frac{૫}{૬} = \cdot૮\dot{૩}$

દા. ૨. $\frac{૧૨૫}{૯૯૯} = \dot{૧}૨\dot{૫}$ દા. ૫. $\frac{૧૧}{૧૮} = \cdot૬\dot{૧}$

દા. ૩. $\frac{૧૦}{૩૩} = \cdot\dot{૩}\dot{૦}$ દા. ૬. $\frac{૧૧૩}{૯૦૦} = \cdot૧૨\dot{૫}$

ઉપરના ત્રણ દાખલા જુઓ, એમાં અપૂર્ણાંકને પુનરાવર્ત્ત દશાંશનું રૂપ આપતાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ ક્યાંથી શરૂ થાયછે? દશાંશ ચિન્હની પાસેથી. ને છેલ્લા ત્રણ દાખલામાં...દશાંશ ચિન્હની પાસેથી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ શરૂ થતો નથી. ત્યારે પુનરાવર્ત્ત દશાંશની કેટલી જાત થઈ? બે. કઇ કઇ ? પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ દશાંશ ચિન્હ પાસેથી શરૂ થાય એવી, ને ન થાય એવી. ત્યારે આપણે એ બે જાત ઓળખવાને તેનાં જૂદાં જૂદાં નામ પાડીએ. નીચેની વ્યાખ્યા સર્વોક્ત જવાબ સાથે પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

જે પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશનો આરંભ દશાંશ ચિન્હથીજ શરૂ થાય તેને **શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ** કહેછે.

જે પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં દશાંશ ચિન્હ પછી થોડા આંકડા અંતવાન આવે, અને પછી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ આવે ત્યારે તેને **મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ** કહેછે.

☞ અપૂર્ણાંકને દશાંશમાં લાવતાં અંતવાન, શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત કે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત રૂપ થશે, તે તથા તેમાં કેટલા અંક આવવા જોઇએ, તે અગાઉથી પારખી શકાય છે. તે શીખવવામાં અગાઉથી રીતો છોકરાંને કહેવી, પછી દાખલા લઇ પાકી કરાવવી, અને પછી તેનાં કારણ સમજાવવાં.

૫. **અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં ક્યારે અંતવાન દશાંશ આવે, કેટલા અંક આવે ને શા માટે તે વિષે:**—અ. અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ કર્યા પછી છેદના અવિભાજ્ય અવયવ કાઢવા. એ અવયવોમાં ૨ અથવા ૫ સિવાય બીજો કોઈ અંક ન હોય તો તેને દશાંશનું રૂપ આપતાં અંતવાન દશાંશ થશે. જેમ $\frac{૫}{૮}$ એમાં ૮ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ × ૨ × ૨ છે, $\frac{૩૨}{૧૨૫}$ માં ૧૨૫ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૫ × ૫ × ૫ છે, $\frac{૧૭}{૫૦૦}$ માં ૫૦૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ × ૨ × ૫ × ૫ × ૫ છે. માટે એમને દશાંશમાં લાવતાં અંતવાન દશાંશ રૂપ થશે.

બ. અવિભાજ્ય અવયવમાં ૨ અથવા ૫ માંનો જે અંક ઘણીવાર હોય તે અંક જેટલી વાર હોય તેટલાં દશાંશ સ્થળ અંતવાન રૂપમાં આવશે. જેમ ઉપરના દાખલાઓમાં ૮ ના અવયવમાં ૨ ત્રણવાર છે, માટે $\frac{૫}{૮}$ માં ત્રણ દશાંશ સ્થળ આવશે; ૧૨૫ ના અવયવમાં ૫ ત્રણ વાર છે, માટે $\frac{૩૨}{૧૨૫}$ માં ત્રણ દશાંશ સ્થળ આવશે; અને ૫૦૦ ના અવયવમાં ૨ કરતાં ૫ ઘણી વાર છે, અને ૫ ત્રણ વાર છે, માટે $\frac{૧૭}{૫૦૦}$ માં ત્રણ દશાંશ સ્થળ આવશે.

क. અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ કર્યાથી અંશ ને છેદ અરસ્પરસ અવિભાજ્ય સંખ્યા થાય છે. હવે અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં અંશ ને છેદે ભાગતી વખત ભાજ્યમાં મીડાં લેઇ શેષ ઉપર ચડાવીએ છીએ, એટલે અંશના ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ઇ૦ ગણા કરીએ છીએ. ૧૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ ને ૫ છે, માટે દશના દશદશગણાના પણ અવિભાજ્ય અવયવ ૨ ને ૫ સિવાય બીજા કોઇ અંક થઇ શકેજ નહિ. તેથી છેદના અવિભાજ્ય અવયવોમાં ૨ ને ૫ સિવાય અંક બીજો નહિ હોય તો તેવા છેદે અંશના દશદશગણાને નિ:શેષ ભગાય, તેથી જવાબ અંતવાન દશાંશ આવશે.

ड. છેદના અવયવમાં ૨ અથવા ૫ એક વખત હોય, તો તે અંશનો નિ:શેષ ભાજક થવાને અંશને એક વખત દશે ગુણવા જોઇએ, એટલે અંશપર એક મીડું ચડાવવું જોઇએ. જો ૨ અથવા ૫ બે વખત રહ્યા હોય, તો તે અંશનો નિ:શેષ ભાજક થવાને અંશના અવયવમાં બે વખત દશ લાવવા જોઈએ, એટલે અંશ ઉપર બે મીડાં ચડાવવાં જોઇએ. એમ છેદના અવયવોમાં ૨ અથવા ૫ માંથી જે અવયવ વધારે વાર હોય, તે જેટલી વાર હોય તેટલી વખત અંશના અવયવમાં દશ લાવવા જોઇએ,

એટલે તેટલી વખત અંશપર મીડાં ચડાવવાં જોઇએ. અને દરેક મીડે એક દશાંશ સ્થળ વધે, માટે ૨ અથવા ૫ માંથી વધારે વાર આવેલો અવયવ જેટલી વાર હોય તેટલાં દશાંશ સ્થળ અંતવાન દશાંશમાં આવે.

મનોયત્ન:—લા. અં. મ. ૫૦ માના દાખલાઓ જુઓ.

દા. ૧. ૯/૨૪, ૭/૪૦; દા. ૨. ૫/૧૬; દા. ૪. ૩૧૦૦/૧૦૨૪; દા. ૫. ૧૭॥—॥, ૦।~, ૦॥=।; દા. ૭. ૧॥ ના ૧/૫ ના ૭/૮; એમને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપતાં અંતવાન દશાંશ થશે. કારણ: ૯/૨૪ નું અતિસંક્ષેપ રૂપ ૩/૮ છે, એમાં છેદ ૮ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ × ૨ × ૨ છે માટે તે અંતવાન દશાંશ થશે. કેમકે ૩ને ૮એ ભાગતાં અંશ ઉપર મીડાં ચઢાવવાં પડશે. મીડાં ચઢાવવાથી ૩ની કીમત ૧૦, ૧૦૦, ૪૦ ગણી થશે. હવે ૧૦ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ અથવા ૫ છે, ને છેદના અવિભાજ્ય અવયવમાં ૨ અથવા ૫ સિવાયનો બીજો કોઇ અંક નથી તેથી તેવા છેદ વડે અંશના દશદશગણાને નિ:શેષ ભગાશે એ સ્પષ્ટ છે. આ દાખલાપર વિચાર કરેથી બીજા દાખલાઓમાં અંતવાન રૂપ કેમ આવે તે સમજાશે.

દા. ૯. ૧૫૮૭/૮૧૯૨. છેદ ૮૧૯૨ માં ૨ એ અવિભાજ્ય અવયવ ૧૩ વખત આવેછે, તેથી તેનાં દશાંશ સ્થળ ૧૩ આવશે. કારણ કે છેદમાં એક બગડો હોય તો અંશને એક વાર દશે ગુણવાથી એટલે અંશપર એક મીડું ચડાવવાથી નિ:શેષ ભગાશે. બે બગડા અવયવ હોય એટલે ૨ × ૨ = ૪ હોય તો અંશને બે વાર દશે ગુણવાથી એટલે અંશ ઉપર બે મીડાં ચડાવવાથી નિ:શેષ ભગાશે. એમ તેર બગડા અવયવ છે માટે અંશ ઉપર તેર મીડાં ચડાવવાં પડશે. ને દરેક મીડે એક એક દશાંશ સ્થળ વધે, માટે ૧૩ દશાંશ સ્થળ આવશે.

૧૭/૧૬૦૦૦. છેદ ૧૬૦૦૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ કાઢતાં ૭ બગડા ને ૩ પાંચડા આવે છે. એમાં વધારે વાર આવેલા બગડાછે ને તે ૭ વાર છે માટે ૭ દશાંશ સ્થળ આવશે. કેમકે અંશપર એક મીડું ચડાવ્યાથી છેદના અવિભાજ્ય અવયવમાંના ૨ × ૫ એટલે દશ વડે નિ:શેષ ભગાશે; બીજું મીડું ચડાવવાથી છેદના બાકી રહેલા અવિભાજ્ય અવયવોમાંના ૨ × ૫ વડે નિ:શેષ ભગાશે, અને ત્રીજું મીડું ચડાવવાથી બાકી રહેલા અવિભાજ્ય અવયવોમાંના ૨ × ૫ વડે નિ:શેષ ભગાશે. એ પ્રમાણે ત્રણ મીડાં ચડાવવાથી ૨ × ૨ × ૨ × ૫ × ૫ × ૫ વડે નિ:શેષ ભગાશે. બાકી છેદમાં અવિભાજ્ય અવયવોમાંના ૪ બગડા વધારે રહ્યા, તેણે ભાગતાં ૪ મીડાં અંશમાં વધારે ચડાવવાં પડશે, તેથી ૪ દશાંશ સ્થળ વધારે આવશે, માટે કુલ ૭ દશાંશ સ્થળ આવશે.

દા. ૧૦–૧૧–૧૨ મો અતિસંક્ષેપ રૂપ કાઢીને ૯ મા દાખલાપર વિચાર કરેથી આવડશે.

૬. અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં ક્યારે શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવે, કેટલા અંક આવે, ને શા માટે તે વિષે:—अ. અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ કર્યા પછી છેદના અવિભાજ્ય અવયવ કાઢવા. એ અવયવોમાં ૨ અથવા ૫ એ એમાંનો કોઇ અંક ન હોય તો તેને દશાંશનું રૂપ આપતાં શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત રૂપ થશે. જેમ ૧/૩, ૩/૭, ૨/૯, ૪/૧૧, ૭/૧૩, ૯/૧૭ એમને દશાંશમાં લાવતાં શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત રૂપ થશે.

ब. પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશના અંકની સંખ્યા વધારેમાં વધારે જે આંકડો છેદમાં હશે તેથી ૧ ઓછી એટલી આવે. જેમ ૧/૩માં ૩થી ઓછા, ૩/૭માં ૭થી ઓછા પુનરાવર્ત્ત અંક આવે. આમાં અંતવાન દશાંશની માફક આટલાજ અંક આવવા જોઇએ એમ કહી ન શકાય.

क. અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં શેષપર ચડાવવાનો અંક મીંડુંજ હોયછે, મીંડું ચડાવ્યાથી તે અંક દશ ગણો થાયછે. હવે દશના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ × ૫ જ છે, માટે દશ કે દશના ભાજ્યને ૨ અથવા ૫ સિવાયની કોઇ અવિભાજ્ય સંખ્યા નિશેષ ભાગી શકતી નથી. માટે ૨ અથવા ૫ સિવાયના અવિભાજ્ય અવયવે ભાગતાં શુદ્ધ પુનરાવર્ત દશાંશ આવેછે.

ड. છેદે ભાગવાના એટલે શેષ છેદ કરતાં હમેશાં ઓછા વધવા જોઇએ, તથા એકવાર વધેલો શેષ ફરી વધવો ન જોઇએ. આ બે કારણથી ખુલ્લુંજ છે કે શેષ દરેક વખત જૂદો જૂદો આવે, તોપણ ૧ થી માંડી (છેદ−૧) વખત સુધી જૂદો જૂદો આવી શકે. એટલે પછી મૂળનો શેષ વધવો જોઇએ, અને તેનાપર ચડાવવાની સંખ્યા તો હમેશાં ૦ છે; માટે ફરીને ભાગાકારમાં તેના તેજ અંક આવવાના. તેથી ભાગાકારમાં ઘણામાં ઘણા અંક છેદ કરતાં એક ઓછા આવે. ૧/૭ = ·૧૪૨૮૫૭ આવેછે. એટલે છેદમાં ૭ છે, તો ઘણામાં ઘણા ૬ અંક આવેછે. ૫/૧૧ = ·૪૫ આવેછે, એટલે એમાં માત્ર ૨ અંક આવે છે.

મનોયત્ન:—લા. અં. મ. ૫૦માના દાખલા જુઓ.

દા. ૧. ૫/૧૯; દા. ૨. ૧૯/૨૧; દા. ૩. ૧૫૭/૭૬૯, ૩૪/૧૧૯; દા. ૬. ૧ ૭/૨૩ ના ૭ ૩/૬૫; દા. ૮. ૭ ૧/૯૭ ના ૫/૯૯, ૮/૧૧ ના ૯/૯૧. એમને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપતાં શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ થશે. **કારણ:**—૫/૧૯માં છેદમાં ૧૯ એ જાતે અવિભાજ્ય સંખ્યા છે. માટે શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવશે. કેમકે ૫ ને ૧૯ એ ભાગતાં અંશપર મીંડાં ચડાવવાં પડશે. મીંડાં ચડાવવાથી અંશની કીમત ૧૦, ૧૦૦, ૫૦ ઘણી થાયછે. હવે ૧૦ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨× ૫ છે, ને છેદમાં તેવો કોઇ અવિભાજ્ય અવયવ નથી, તેથી તે અંશના દશદશગણાને નિ:શેષ ભાગી શકશે નહિ, માટે ૧૯ એ ભાગતાં શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવશે. (૨) ૧૯/૨૧ એમાં ૨૧ ના અવયવ ૩ ને ૭ છે, તે ૨ ને ૫

સિવાયના અંક છે. માટે ૧લા દાખલામાં બતાવ્યા મુજબ શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત રૂપ આવશે. બીજા દાખલાઓનું કારણ ઉપર જણાવેલા કારણપર વિચાર કરેથી માલૂમ પડશે.

૭. **અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપતાં કયારે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવે, ને શા માટે તે વિષે:**—અ. અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ કર્યા પછી છેદના અવિભાજ્ય અવયવ કાઢવા. એ અવયવોમાં ૨ અથવા ૫, અને તે સિવાયના પણ અંક હોય; એટલે અંતવાન દશાંશ આવે એવા, ને શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવે એવા અંકો હોય તો તેને દશાંશનું રૂપ આપતાં મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ થશે.

બ. છેદના અવયવોમાં ૨ અથવા ૫ હોયછે, તેણે દશાંશ રૂપ આપતી વખતે અંશના દશદશગણાને નિઃશેષ ભાગી શકાયછે; માટે પહેલાં કેટલાક અંક અંતવાન આવેછે. અને જે અવયવો ૧૦ ના નિઃશેષ ભાજકો નથી, તે અંશના દશદશગણાને નિઃશેષ ભાગતા નથી તેને લીધે પુનરાવર્ત્ત આવે છે. તેથી અપૂર્ણાંકને દશાંશમાં લાવતાં મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવેછે. જેમ $\frac{૭}{૭૨}$ એમાં છેદ ૭૨ ના અવિભાજ્ય અવયવ ૨ × ૨ × ૨ × ૩ × ૩ માટે. પ્રથમ ત્રણ અંક અંતવાન આવી પછી પુનરાવર્ત્ત અંક આવવાના. એટલે $\frac{૭}{૭૨}$ = .૦૯૭૨ જવાબ.

મનોયત્ન:—લા. અં. મ. ૫૦ માના દાખલા જુઓ.

દા. ૨. $\frac{૧૫}{૨૨}$; દા. ૩. $\frac{૧૨}{૮૭૫}$; દા. ૪. ૧$\frac{૩૫}{૩૮૪}$, $\frac{૪૯}{૩૭૫}$; દા. ૬. ૦॥। ૦॥ ના $\frac{૫}{૬૪}$; દા. ૭. ૧૩॥। ના $\frac{૫}{૫૩}$. એમને દશાંશનું રૂપ આપતાં મિશ્ર પુનરાવર્ત દશાંશ થશે. **કારણ:**—$\frac{૧૫}{૨૨}$માં છેદ ૨૨ના અવયવ ૨ × ૧૧ છે. માટે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ આવશે. કેમકે ૧૫ને ૨૨એ ભાગતાં અંશપર મીડાં ચડાવવાં પડશે. મીડાં ચડાવવાથી અંશની કીમત ૧૦, ૧૦૦, ઇ૦ ગણી થશે. હવે ૧૦ ના અવયવ ૨ × ૫ છે. ને છેદમાં તેવો અવયવ ૨ છે, તે અંશના દશગણાને નિઃશેષ ભાગી શકશે, માટે એક અંતવાન અંક આવશે. અને છેદનો બીજો અવયવ ૧૧ છે તે ૧૦ નો નિઃશેષ ભાજક નથી, માટે તે અંશના દશદશગણાને નિઃશેષ ભાગી શકશે નહિ તેથી પુનરાવર્ત્ત અંક આવશે. માટે બંને મળીને મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ થશે, બીજા દાખલાઓનું કારણ આ દાખલાપર વિચાર કરેથી જણાશે.

પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવાનું.

૧. **શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા વિષે:**—

નીચેના દાખલાઓને પુનરાવર્ત્ત દશાંશનું રૂપ આપાવો ?

દા. ૧. ૧/૯ = ·૧̇, ૨/૯ = ·૨̇, ૫/૯ = ·૫̇.
દા. ૨. ૨૫/૯૯ = ·૨̇૫̇, ૪૭/૯૯ = ·૪̇૭̇, ૬૨/૯૯ = ·૬̇૨̇.
દા. ૩. ૧૨૭/૯૯૯ = ·૧̇૨૭̇, ૩૨૮/૯૯૯ = ·૩̇૨૮̇.
દા. ૪. ૪૨૨૮/૯૯૯૯ = ·૪̇૨૨૮̇, ૬૯૫૭/૯૯૯૯ = ·૬̇૯૫૭̇.

ઉપરનો પહેલો દાખલો જુઓ, ૧/૯, ૨/૯, ૫/૯ને દશાંશમાં લાવતાં શું આવેછે? ·૧̇, ·૨̇ ને ·૫̇. દશાંશના અંશ શાના જેટલા આવેછે? અપૂર્ણાંકના અંશ જેટલાજ. એ અંશ કેવા આવેછે? પુનરાવર્ત્ત. અપૂર્ણાંકના છેદમાં શું હોવાથી? નવ. કેટલા નવડા હોવાથી? એક. એથી ઉલટું, બોલો ત્યારે શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશમાં, પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાં એક અંક હોય તેને અપૂર્ણાંકમાં માંડવા હોય તો શું કરશો? પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશને અંશમાં માંડી છેદમાં એક નવડો મૂકીશું.

ઉપરનો બીજો દાખલો જુઓ, ૨૫/૯૯, ૪૭/૯૯, ૬૨/૯૯-ને દશાંશમાં લાવતાં શું આવે છે? ·૨̇૫̇, ·૪̇૭̇, ·૬̇૨̇. દશાંશના અંશ શાના જેટલા આવે છે? અપૂર્ણાંકના અંશ જેટલાજ. એ અંશ કેવા આવે છે? પુનરાવર્ત્ત. અપૂર્ણાંકના છેદમાં શું હોવાથી? બે નવડા હોવાથી. એથી ઉલટું, બોલો ત્યારે પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાં બે અંક હોય, તેને અપૂર્ણાંકમાં માંડવા હોય તો શું કરશો? પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશને અંશમાં માંડી છેદમાં બે નવડા મૂકીશું.

ઉપર મુજબ ત્રીજા તથા ચોથા દાખલામાં સવાલો પૂછી પછી સામાન્ય રીત કઢાવવી. બોલો ત્યારે શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં માંડવું હોય તો શું કરશો? પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશને અંશમાં માંડી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાં જેટલા અંક હોય, તેટલા છેદમાં નવડા માંડીશું. એમ કર્યા પછી અપૂર્ણાંકનો અતિસંક્ષેપ જાય તો કાઢવો.

રીતિ:—**શુદ્ધ** પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં માંડવું હોય તો પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશને અંશમાં માંડવા; ને છેદમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાં જેટલા અંક હોય તેટલા નવડા માંડવા. પછી સંક્ષેપ જાય તો કાઢવો. (આ જાતનાં મનોયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી).

ટીપ:—દશાંશની સાથે પૂર્ણાંક હોય તો દશાંશને અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી પછી તેની પાછળ પૂર્ણાંકને ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક તરીકે માંડી લેવા. જેમ ૭·૪̇૮̇. = ૭ ૪૮/૯૯ = ૭ ૧૬/૩૩ જવાબ.

૨. મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા વિષે:—

દા. ૧. ·૨૫̇ વાંચો આ કયું અપૂર્ણાંક છે? મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ. અપૂર્ણાંકને એકજ રકમે ગુણીએ તથા ભાગીએ તો તેની કીમતમાં ફેર પડે છે? ના. તેમ આ મિશ્રપુનરાવર્ત્ત દશાંશને એકજ રકમે ગુણીએ તથા ભાગીએ તો કી-

મતમાં ફેર પડશે ? ના. એમાં કેટલા અંક અંતવાન છે? એક. માટે તેને દશે ગુણાવેા ? દશે ગુણવાની સહેલી રીત કઇ ? દશાંશ ચિન્હ જમણી બાજુ-એ એક સ્થળ ખસેડવું. એમ કરવાથી કેટલા થયા ? ૨.પં. હવે આ કયું અપૂર્ણાંક થયું ? શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ. તેને અપૂર્ણાંકમાં લખાવેા ? $\text{૨}\frac{\text{૫}}{\text{૯}}$. આ કયું અપૂર્ણાંક ? ભાગાનુબંધ અપૂર્ણાંક. તેને વિષમ અપૂર્ણાંકમાં લખાવેા ? $\frac{\text{૨૩}}{\text{૯}}$. પહેલાં આપણે કેટલાએ ગુણ્યા હતા ? દશે. ચાલેા ત્યારે આ વિષમ અપૂર્ણાંકને દશે ભગાવેા ? વિષમ અપૂર્ણાંકને પૂર્ણાંકે ભાગવા હેાય તેા શું કરવું ? છેદને ગુણવા. ચાલેા એ રીતે ગણાવેા ? $\frac{\text{૨૩}}{\text{૯}} \div \text{૧૦} = \frac{\text{૨૩}}{\text{૯૦}}$ જ૦. બેાલેા ત્યારે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા હેાય તેા શું કરવું ? તેમાં એક અંતવાન અંક હેાય તેા દશે ગુણી, પછી તેને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા, તે પછી દશે ભાગી નાંખવા.

દા. ૨. ·૩૭૯ વાંચેા આમાં કેટલા અંતવાન અંક છે? બે. માટે આને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા હેાય તેા પ્રથમ કેટલાએ ગુણશેા ? એક અંક હેાય ત્યારે આપણે કેટલાએ ગુણીએ છીએ ? દશે. માટે બે અંક હેાય તેા ... સેાએ ગુણવા. ઉપર મુજબ દાખલેા ગણાવવેા. $\cdot\text{૩૭૮} \times \text{૧૦૦} = \text{૩૭}\cdot\text{૮} = \text{૩૭}\frac{\text{૮}}{\text{૯}}$ $= \frac{\text{૩૪૧}}{\text{૯}} \div \text{૧૦૦} = \frac{\text{૩૪૧}}{\text{૯૦૦}}$ જવાબ.

ઉપર મુજબ ત્રણ ચાર અંક અંતવાન હેાય, એવા મિશ્રપુનરાવર્ત્ત દશાંશના દાખલા લઇ તેને અપૂર્ણાંકમાં લવરાવવા. પછી તેમની પાસે સામાન્ય રીત કઢાવવી કે મિશ્રપુનરાવર્ત્ત દશાંશને અપૂર્ણાંકમાં લાવવા હેાય તેા શું કરશેા ? એમાં અંતવાન અંક ૧, ૨, ૩, ૪, જ૦ હેાય તે પ્રમાણે ૧૦, ૧૦૦, ૧૦૦૦, ૧૦૦૦૦, જ૦ એ ગુણી અપૂર્ણાંકમાં લાવી પછી તેને જે રકમે ગુણ્યાં હેાય તેટલાએ ભાગી નાંખવા.

પછી તેમને કહેવું કે આટલું બધું લાંબુ ગણવાને બદલે હું તમને તેની એક ટૂંકી રીત બતાવું છું, તે બરાબર ધ્યાનમાં રાખેા.

ટૂંકી રીતિ:—પ્રથમ અંતવાન અંક સહિત પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ લખવા. તેમાંથી જેટલા અંતવાંન આંકડા હેાય તેટલા બાદ કરવા. બાકી રહે તે અંશમાં લખી છેદમાં પુનરાવર્ત્ત આંકડા હેાય તેટલા નવડા, ને અંતવાન આંકડા હેાય તેટલાં તે નવડાપર મીડાં ચડાવવાં. જેમ ઉપરનાજ દાખલા લઇએ. ·૨૫ $= \frac{\text{૨૫} - \text{૨}}{\text{૯૦}} = \frac{\text{૨૩}}{\text{૯૦}}$, $\cdot\text{૩૭૮} = \frac{\text{૩૭૮} - \text{૩૭}}{\text{૯૦૦}} = \frac{\text{૩૪૧}}{\text{૯૦૦}}$, જ૦. (આ જાતનાં ઘણાં મનેાયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી).

૩. પુનરાવર્ત્ત દશાંશનાં દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવાનું :—

અ. શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવા વિષે:— ·૮૫ એને અપૂર્ણાંકમાં લખાવેા ? $\frac{\text{૮૫}}{\text{૯૯}}$. તમે ·૮પં એને અપૂર્ણાંકમાં લખા-

વેા ? $\frac{૮૫}{૯૯}$. આ બંને અપૂર્ણાંકની કીમત સરખીછે ? ના. ·૮૫ના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખી બતાવેા ? ·૮ + ·૦૫. તેવીજ રીતે (·૮ + ·૦૫) ·$\dot{૮}\dot{૫}$ ના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખાય ? ના. કેમ ? તે બંનેની કીમત સરખી નથી. માટે નીચેની રીતે આ જાતના દાખલા ગણવા.

રીતિઃ—શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવી હેાય તેા પ્રથમ પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશને અપૂર્ણાંકમાં લખી અંશમાં જે રકમ થાય તેના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખી તે નીચે છેદ માંડવા. જેમ, ·$\dot{૮}\dot{૫}$ = $\frac{૮૫}{૯૯} = \frac{૮૦}{૯૯} + \frac{૫}{૯૯}$ જવાબ. (આ જાતનાં બીજાં મનેાયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી).

બ. મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવા વિષેઃ— મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશ શું મળીને થાયછે ? અંતવાન દશાંશ ને શુદ્ધ પુનરાવર્ત્ત દશાંશ મળીને. માટે મિશ્ર પુનરાવર્ત્ત દશાંશના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખવી હેાય તેા તેમાં જે અંતવાન અંક હેાય તે જૂદા પાડીને તેના દરેક અંકની કીમત દશાંશ રીતે લખવી. પછી પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશવાળેા ભાગ જૂદેા પાડીને તેને અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપવું, અને અપૂર્ણાંકના અંશના દરેક અંકની કીમત છૂટી લખી તે નીચે છેદ માંડવા.

મનેાયત્નઃ—લા. અં. મ. ૫૧ માના દા. ૯–૧૦ જુએા.

દા. ૯. ·૨૬૬$\dot{૧}$૬$\dot{૬}$ = ·૨૬૬ + ·૦૦૦$\dot{૧}$૬$\dot{૬}$ = ·૨૬૬ + $\frac{૧૬૬}{૯૯૯૦૦૦}$ = ·૨ + ·૦૬ + ·૦૦૬ + $\frac{૧૦૦}{૯૯૯૦૦૦}$ + $\frac{૬૦}{૯૯૯૦૦૦}$ + $\frac{૬}{૯૯૯૦૦૦}$ માટે ·૨, ·૦૬, ·૦૦૬, $\frac{૧}{૯૯૯૦}$, $\frac{૬}{૯૯૯૦૦}$, $\frac{૬}{૯૯૯૦૦૦}$ જવાબ.

·૮$\dot{૦}$૮$\dot{૭}$ = ·૮ + ·૦$\dot{૦}$૮$\dot{૭}$ = ·૮ + $\frac{૮૭}{૯૯૯૦}$ = ·૮ + $\frac{૮૦}{૯૯૯૦}$ + $\frac{૭}{૯૯૯૦}$ માટે ·૮, $\frac{૮}{૯૯૯}$, $\frac{૭}{૯૯૯૦}$ જવાબ.

·૧૮$\dot{૨}\dot{૪}$ = ·૧૮ + ·૦૦$\dot{૨}\dot{૪}$ = ·૧૮ + $\frac{૨૪}{૯૯૦૦}$ = ·૧ + ·૦૮ + $\frac{૨૦}{૯૯૦૦}$ + $\frac{૪}{૯૯૦૦}$ માટે ·૧, ·૦૮, $\frac{૨}{૯૯૦}$, $\frac{૪}{૯૯૦૦}$ જવાબ.

કસર.

પુનરાવર્ત્ત દશાંશના સરવાળા, બાદબાકી, કરવાની રીતિઃ— જવાબમાં જેટલાં સ્થળ ખરાં માગેલાં હેાય, તેના કરતાં બે ત્રણ અંક વધારે લઇને હિસાબ કરવેા. પછી જવાબ જૂદેા લખવેા, તેમાં જેટલાં સ્થળ માગેલાં હેાય તેટલાંજ લખવાં. જવાબમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશ બતાવી શકાતેા હેાય તેા બતાવવેા.

૨. ખરેખરેા જવાબ આવે એવી રીતે પુનરાવર્ત્ત દશાંશના સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર કરવાની સહેલી રીતિઃ—

તેમને અપૂર્ણાંકમાં આણી હિસાબ કરવેા. પછી જવાબને દશાંશનું રૂપ આપવું.

એક નામના દશાંશને તેજ જાતના બીજા નામના દશાંશનું રૂપ આપવાનું.

પાછળ ઉતરતી અને ચઢતી ભાંજણી શીખવવાની રીત આપેલીછે, તથા અપૂર્ણાંકમાં બારમા તથા તેરમા પ્રકારમાં બતાવ્યા પ્રમાણે દશાંશને ઉતરતા અથવા ચઢતા નામમાં આણતાં શીખવવું. માત્ર કૃતિમાં ગુણાકાર ભાગાકાર દશાંશ રીતે કરવો જોઇએ.

☞ દશાંશની કીમત કાઢતી વખતે દશાંશ અપૂર્ણાંકને અપૂર્ણાંકમાં લાવ્યા પછી તેનો અતિસંક્ષેપ કરવાથી ઘણી વખત દાખલા ઘણા ટૂંકામાં ગઇ જાયછે, માટે અતિસંક્ષેપ કઢાવવાપર ખાસ ધ્યાન આપવું. અપૂર્ણાંકના છેદમાં ૨ થી ૧૦ સુધીની હરકોઇ સંખ્યા હોય તેને દશાંશમાં લાવતાં ફક્ત જેના છેદમાં ૭ હોય તેનુંજ દશાંશ રૂપ લાંબુ થાયછે. જેમ $\frac{1}{7}$ = ·૧૪૨૮૫૭. માટે જ્યાં દશાંશ અપૂર્ણાંકમાં પુનરાવર્ત્ત પ્રદેશમાં છ અંક ૧૪૨૮૫૭ ની ભાજ્ય સંખ્યા હોય, ત્યાં તેને અપૂર્ણાંકમાં લાવ્યા પછી તેનો અતિસંક્ષેપ કાઢવા માટે તેનો દઢભાજક ૧૪૨૮૫૭ થશેજ. આ વાત છોકરાંને પાકે રખાવવી.

સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ગુણાકાર.

૧. પ્રથમ એક લાંબો દશાંશ ગુણાકારનો દાખલો દશાંશ ગુણાકારની રીતે ગણાવવો. તેમાં આંકડા ઘણા હોવાથી વખત વધારે જશે, ને મહેનત પણ ઘણી પડશે. પછી છોકરાંને કહેવું કે થોડી કસર મૂકીને ૨, ૩, ૪, ઇ૰ નિયમિત સ્થળ સુધી ખરો જવાબ લાવવાની એક ટૂંકી રીત છે, તેને સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ગુણાકાર કહે છે; તે રીત તમને શીખવું છું. એમ કહી નીચેની રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલો ગણાવતાં જવું. આથી માગેલાં સ્થળ સુધીનો જવાબ લાંબા દશાંશ ગુણાકારના જવાબ જોડે મળી રહેશે, તેથી ટૂંકી રીતની ખાત્રી છોકરાંને થશે. પછી ટૂંકી રીતે દશાંશ ગુણાકારના દાખલા ગણાવવા. એક રીતના દાખલા પાકા આવડે બીજી રીતના લેવા. રીત પાકી થયા પછી તેનું કારણ શીખવ્યાથી સચોટ જ્ઞાન થશે માટે કારણ શીખવવાનું આળસ કરવું નહિ.

૨. રીતિઃ—અ. વાંકડીઆ ગુણાકારમાં અમુક આંકડા ખરા લાવવાનું કહેલું હોય છે, માટે (૧) જેટલા આંકડા ખરા લાવવાના કહ્યા હોય, તેટલા આંકડા ગુણ્યના દશાંશ ચિન્હથી ડાબી તરફ ગણીને છેલ્લા સ્થળ ઉપર એક ઊભી લીટીની નિશાની કરવી. પછી (૨) એ નિશાની કરેલા અંક નીચે ગુણકના પૂર્ણાંકનો એકમ લખવો, પછી (૩) તેની જમણી બાજુએ પૂર્ણાંકનો દશક, શતક, ઇત્યાદિ આંકડા ઉલટાવીને લખવા, ને (૪) પૂર્ણાંકના એકમની ડાબી બાજુએ ગુણકનો દશાંશ, શતાંશ, ઇ૰ આંકડા ઉલટાવીને લખવા. એવી

રીતે કે ગુણ્યના અંક નીચેજ ગુણકના અંક આવે. એ રીતે આંકડા ફેરવ્યા પછી (૫) ગુણકના જમણી તરફના છેલ્લા આંકડાએ તેની ઉપરના આંકડાથી જમણા આંકડા સાથે ગુણી તેના વધ્યા ૫ થી ૧૪ સુધી ૧, ૧૫ થી ૨૪ સુધી ૨, ૨૫ થી ૩૪ સુધી ૩, એ પ્રમાણે ગણી (૬) તેની ઉપરના આંકડા સાથે ગુણી તેમાં ઉમેરવા; પછી (૭) ડાબા હાથ ભણીના આંકડા સાથે સાદા ગુણાકારની રીતે ગુણાકાર કરવેા. પછી (૮) તેની પાસેના ડાબા હાથ ભણીના આંકડાએ તેની ઉપરના આંકડા પાસેના જમણા આંકડા સાથે ગુણી તેના વધ્યા ઉપરની રીતે ગણી તેની ઉપરના આંકડા સાથેના ગુણાકારમાં ઉમેરવા, ને બાકીનેા ગુણાકાર સાદા ગુણાકારની રીતે કરવેા. (૯) એ પ્રમાણે બધા આંકડાનેા ગુણાકાર કરવેા. (૧૦) જૂદા જૂદા આંકડાના ગુણાકારમાં સાદા ગુણાકારની માફક એક એક જગા કાપવી નહિ, પણ બધા ગુણાકારોનેા જમણી બાજુનેા છેલ્લો આંકડેા એક ઊભી સીધી લીટીમાં આવે તેમ કરવું. (૧૧) પછી તે બધા ગુણાકારોનેા સરવાળેા લઇ (૧૨) જેટલા આંકડા ખરા લાવવાના કહ્યા હેાય, તેટલા જમણી તરફથી રાખી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું.

લાલશંકરકૃત મેાટા અંકગણિતના મનેાયત્ન ૫૪ માના દા. ૩ ને ૭ જુએા.

દા. ૩. ૨·૧૭૦૮૧૮×૧૬·૬૩૮૯૪. દશાંશ સ્થળ ૪ લાવવાં.

લાંબી રીતે.	ટૂકી રીતે.
૨·૧૭૦૮૧૮	૨·૧૭૦૮૧૮
૧૬·૬૩૮૯૪	૪૯ ૮૩૬૬૧
૮ ૬૮૩૨૭૨	૨ ૧૭૦૮૨
૧૯૫ ૩૭૩૬૨	૧ ૩૦૨૪૯
૧૭૩૬ ૬૫૪૪	૧૩૦૨૫
૬૫૧૨ ૪૫૪	૬૫૧
૧૩૦૨૪૯ ૦૮	૧૭૪
૧૩૦૨૪૯૦ ૮	૧૯
૨૧૭૦૮૧૮	૧
૩૬·૧૨૦૧૧૦૪૫૨૫૨ જ૦.	૩૬·૧૨૦૧ જ૦.

ટીપ:—અ. ગુણકની જમણી બાજુના છેલ્લા અંકની ઉપરના ગુણ્યના અંકની જમણી બાજુએ અંક ન હેાય તેા તેમાં ગુણ્ય ગુણકનાં છેલ્લા અંકેાના ગુણાકારમાં વધ્યા ઉમેરવાના ન આવે. લા. અં. મ. ૫૪ માનેા દા. ૧ લેા જુએા.

બ. જો ગુણકમાં પૂર્ણાંક ન હેાય તેા એ નિશાની કરેલા અંક નીચે મીંડું મૂકી તેની ડાબી તરફ દશાંશના આંકડા ઉલટાવીને લખવા. લા. અં. મ. ૫૪ માના દા. ૨, ૬ જુએા.

દા. ૬. ૨૩૪·૭૩૩ × ·૨૩૪૭૩૩. દશાંશ સ્થળ ૩ લાવવાં.

|

૨૩૪·૭૩૩

૩૩૭૪ ૩૨૦

૪૬૯ ૪૭

૭૦ ૪૨

૯ ૩૯

૧ ૬૪

૭

૧

૫૫·૧૦૦ જવાબ.

क. ગુણ્યના ડાબા હાથ ભણીના છેલ્લા આંકડાની નીચે ગુણકમાં જે અંક હોય તેની ડાબી તરફનો એક અંક વધ્યા માટે રાખી બાકીના ડાબી તરફનાં અંકો ગુણાકારમાં મૂકી દેવા, તેમજ ગુણકના જમણા હાથ ભણીના છેલ્લા આંકડાની ઉપર ગુણ્યમાં જે આંકડો હોય તેની જમણી તરફના એક આંકડા સિવાયના બાકીના અંક હોય તે પણ ગુણાકારમાં છોડી દેવા. લા. અં. મ. ૫૪ માના દા. ૪, ૫, ૯, ૧૦ ને ૧૨ મો જુઓ.

દા. ૧૨. ·૦૯૬૭૮૪૨૮૦૫ × ·૦૫૪૬૪૬૮૭૬. દશાંશ સ્થળ ૫ લાવવાં.

|

·૦૯૬૭૮૪૨૮૦૫

૬૭૮૬૪ ૬૪૫૦૦

૪૮૪

૩૮

૫

·૦૦૫૨૭ જવાબ.

ड. માગેલાં સ્થળ જેટલા આંકડા ગુણ્યના દશાંશમાં ન હોય તો મીડાં મૂકી પૂરા કરવા, પુનરાવર્ત્ત અંક દશાંશમાં હોય તો માગેલાં સ્થળ થતાં સૂધી તે ને તે અંક લેવા, ને ગુણ્યમાં ફક્ત પૂર્ણાંક હોય તો દશાંશ ચિન્હ મૂકી માગેલાં સ્થળ જેટલાં મીડાં લેવાં. પછી તેની નીચે ગુણકના અંક ઉલટાવીને માંડયા પછી જોવું કે ગુણકના જમણી બાજુના છેલ્લા અંક સૂધી તેની ઉપર ગુણ્યમાં આંકડા છે કે નહિ, ન હોય તો મીડાં મૂકી પૂરાં કરવા. ગુણ્યમાં પુનરાવર્ત્ત અંક હોય તો ગુણકના જમણી બાજુના છેલ્લા અંકથી એક અંક આગળ નીકળે ત્યાં સૂધી તે ને તે અંક લેવા. એથી ઉલટું જો ગુણકમાં પુનરાવર્ત્ત

અંક હોય તો ગુણ્યની ડાબી બાજુના છેલ્લા અંકથી એક અંક આગળ નીકળે ત્યાં સુધી ગુણકમાં પુનરાવર્ત્ત અંક લેવા. લા. અં. મ. ૫૪ દા. ૮, ૧૧ જુઓ.

દા. ૧૧ મો. ·૦૦૩૬૪૮ × ૩૪૩૪·૦૦૦૦૭૫૬૮૯. દશાંશ સ્થળ ૫.

દા. નવો. ·૨૦૩̇ × ૧૭·૯૮. દશાંશ સ્થળ ૫ લાવવાં.

દા. ૧૧.	દા. નવો.
·૦૦૩૬૪૮·૦૦	·૨૦૩̇૩૩૩૩
૯૮૬૫૭૦૦૦૦૪૩૪૩	૮૯૭૧
૧૦૯૪૪૦૦	૨૦૩૩૩૩
૧૪૫૯૨૦	૧૪૨૩૩૩
૧૦૯૪૪	૧૮૩૦૦
૧૪૫૯	૧૬૨૬
૧૨·૫૨૭૨૩ જ૦.	૩·૬૫૫૯૨ જ૦.

૩. કારણ:—વાંકડીઆ ગુણાકારમાં આંકડા ફેરવીએ છીએ, તેનું કારણ એ કે જો ગુણાકારમાં બે આંકડા દશાંશમાં ખરા લાવવાના હોય તો ગુણાકારમાં છેલ્લો આંકડો શતાંશનો ખરો લાવવો જોઇએ. હવે ગુણ્યનો શતાંશ ને ગુણકનો એકમ એ બેનો ગુણાકાર શતાંશ આવે. હવે ગુણ્યમાં શતાંશથી જમણી બાજુના અંકો અનુક્રમે દશ દશ ગણી ઉતરતી કીમતના છે, માટે ગુણકમાં તેની નીચેના એકમથી જમણી બાજુએ અનુક્રમે દશ દશ ગણી ચડતી કીમતના અંકો ગોઠવીએ તો ગુણાકારમાં છેલ્લો અંક શતાંશજ આવશે. તેમજ ગુણ્યમાં શતાંશથી ડાબી બાજુના અંકો અનુક્રમે દશ દશ ગણી ચડતી કીમતના છે, માટે તેની નીચેના ગુણકમાં ડાબી બાજુએ એકમના અંકથી દશ દશ ગણી ઉતરતી કીમતના અંકો ગોઠવીએ છીએ.

મૂકી દીધેલા અંકની કસર ન આવે, માટે જે બે અંકોનો ગુણાકાર શતાંશ આવતો હોય, તેમાં તે ગુણ્યની જમણી બાજુના અંક સાથે તે ગુણકના અંકનો ગુણાકાર કરી તેના વધ્યા ઉમેરીએ છીએ.

આવી રીતે ગુણાકાર કરવાથી ગુણાકારનો દરેક પહેલો અંક શતાંશ આવેછે, માટે આંકડા કાપ્યા વગર એકબીજાની નીચે મૂકીએ છીએ.

વાંકડીઆ ગુણાકારમાં વધ્યા ૫થી ૧૪ સૂધીના ૧, ૪૦ ગણીએ છીએ તેનું કારણ—ગુણ્ય ગુણકના જે અંકોનો ગુણાકાર શતાંશ આવતો હોય તે ગુણ્યના અંકની જમણી બાજુના અંક સાથે તે ગુણકના અંકના ગુણાકારના વધ્યા ૫ થી ૧૪ સૂધી ૧, ૧૫ થી ૨૪ સૂધી ૨, એ રીતે ઉપર મુજબ ગણી ઉમેરવામાં આવે છે, અને તે એકજ અંકના વધ્યા તે પ્રમાણે ગણાય છે, બાકી-

ના ગુણાકારમાં સાદા ગુણાકાર માફક ગણાય છે; કેમકે તે આંકડા ને તેની પછીના આંકડા મૂકી દેવામાં આવે છે. તેથી જો કસરની રીતે તેના વધ્યા ઉમેરવામાં આવે નહિ તો કસર જાય. હવે તે મૂકી દીધેલા અંકોના વધ્યા ઉપર પ્રમાણે ૫થી ૧૪ સુધી ૧ ગણાયછે, કેમકે જો ગુણાક ૨ ૧થી ૪ સુધી આવે તો તેના વધ્યા ઉમેરવાથી ૪ને બદલે ૧૦ ગણ્યા બરાબર થાય, તેથી ૬ની કસર લીધી ગણાય. હવે ૪ મૂકી દીધા કરતાં ૬ ઉમેરી વધ્યા ગણ્યાથી કસર વધારે આવે, માટે ૪ મૂકી દઈએ છીએ. પણ ૫, ૬ કે તેની ઉપરાંતના ગુણાકારના આંકડા મૂકી દીધાથી કસર વધારે જાય, કેમકે ૬ મૂકી દેવાને બદલે ૬ના ૧૦ ગણી તેના વધ્યા ઉમેર્યાથી ૪ની કસર લીધી. ૬ મૂકવા કરતાં ૪ વધારે લેવામાં કસર થોડી; માટે ૬, ૭ વગેરેના વધ્યા ગણીએ છીએ. એ પ્રમાણે ૧૦ ગુણાકાર આવે તોપણ ૧ વધ્યા થાય ને ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૪ આવે તોપણ ૧ વધ્યા આવે. કેમકે ૧૦ના વધ્યા ૧ ને ઉપરના ૪ સુધીના વધ્યા ગણાય નહિ એટલે ૧૪ સુધીના ૧ વધ્યા ગણાય. ને ઉપર મુજબ ૧૫ના વધ્યા ૨ ગણાય. એજ પ્રમાણે ૧૫થી ૨૪ સુધીના ૨, ૨૫થી ૩૪ સુધીના ૩, ઇત્યાદિ.

સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ભાગાકાર.

૧. સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ગુણાકારમાં બતાવ્યા મુજબ સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ભાગાકાર શીખવવા. ભાગાકારમાં પૂર્ણાંકના કેટલા આંકડા આવશે, અથવા ભાગાકારના પહેલા અંક પહેલાં કંઇ દશાંશ સ્થળનાં મીંડાં મૂકવાં પડે એમ છે કે નહિ, આ વાત સંક્ષેપ ભાગાકારમાં પ્રથમ જાણવાની છે; અને આજ વાત આ રીતમાં છોકરાંને મુશ્કેલ પડેછે, માટે અમે નીચે બતાવ્યા મુજબ આ રીતનાં પેટાં પાડી સંક્ષેપ ભાગાકાર ચલાવવા.

૨. રીતિઃ—અ. ભાજ્યને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો પહેલો અંક કાઢતાં, ભાજ્યના જેટલા અંકની જરૂર પડે તેટલા અંક સુધીનાં દશાંશ સ્થળ, ભાજકના દશાંશ સ્થળની બરાબર હોય તો ભાગાકારનો પહેલો અંક પૂર્ણાંકનો એકમ થાયછે; ને તે પછી દશાંશ સ્થળ શરૂ થાયછે. માટે ભાગાકારમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ ખરાં લાવવાનાં કહ્યાં હોય, તેમાં પૂર્ણાંકનો ૧ અંક ઉમેરી તેટલા અંક ભાજકના ડાબી તરફના અંકથી (પૂર્ણાંક પણ ગણવા) ગણી છેલ્લા અંક ઉપર એક ઊભી લીટીની નિશાની કરવી. આવી રીતે કરતાં ભાજકમાં અંક ખૂટે તો મીંડાં ચડાવી અંક પૂરા કરવા. પછી સાદા ભાગાકારની માફક ભાગાકારનો પહેલો અંક શોધી કાઢવો, ને ભાગાકારમાં લખવો. પછી બાદબાકી

સાર છોડી દીધેલા અંકની કસર ગુણાકારની જમણી બાજુના છેલ્લા અંકમાં આવે માટે જે ભાગ આવે, તેણે છોડી દીધેલા અંકની ડાબી તરફના એક અંક સાથે ગુણી તેના વધ્યા વાંકડીઆ ગુણાકારના વધ્યાની રીતે ગણી તેની પાસેના આંકડાના ગુણાકારમાં ઉમેરવા, બાકીનો ગુણાકાર સાદા ગુણાકાર માફક કરી ભાજ્યના ડાબી તરફના અંક નીચે અનુક્રમે મૂકી બાદ કરવો. પછી જે પહેલા શેષ આવે, તે ઉપર નવો અંક ન ચડાવતાં રાખેલા ભાજકનો એક અંક જમણી તરફથી કાપી તેને માથે ઊભી લીટીની નિશાની કરી બાકીના અંકો વડે પહેલા શેષને ભાગવા. એ બીજા ભાગે પહેલા ભાગાકાર કરતાં એક ઓછા આંકડા સાથે ઉપર કહ્યા મુજબ વધ્યા લઇ ગુણી ગુણાકાર બાદ કરવો. એજ રીતે દરેક વખતે એક એક અંક ઓછો લેતાં જવું, ને જ્યાંસૂધી ભાગ નીકળે ત્યાંસૂધી કાઢવો. છેવટે જે જવાબ આવે તેમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ ખરાં લાવવાનાં કહ્યાં હોય તેટલાં જમણી તરફથી ગણી દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. લા. અં. મ. ૫૫ માના દા–૨, ૪ ને ૬ઠ્ઠો જુઓ.

દા. ૨. ૪૧·૩÷૧૭·૦૫૬૯. દશાંશ સ્થળ ૫ લાવવાં. આમાં ભાજકે ભાગતાં ભાજ્યમાં ખૂટતા દશાંશ સ્થળનાં મીડાં ચડાવી આટલા ૪૧·૩૦૦૦ અંક લેવા પડે છે, તેથી ભાજ્ય ભાજકમાં દશાંશ સ્થળ ૪ થશે. માટે ભાગાકારનો પહેલો અંક પૂર્ણાંકનો એકમ થશે. એજ રીતે દા. ૪ ને ૬ઠ્ઠામાં ભાગાકારનો પ્રથમ અંક પૂર્ણાંકનો એકમ થશે તે સમજાવવું.

દા. ૨. લાંબી રીતે.

```
૧૭·૦૫૬૯ ) ૪૧.૩૦૦૦૦૦૦૦ ( ૨·૪૨૧૩૦
           ૩૪ ૧૧૩૮
           ૦૭ ૧૮૬૨૦
            ૬ ૮૨૨૭૬
            ૦ ૩૬૩૪૪૦
             ૩૪૧૧૩૮
             ૦૨૨૩૦૨૦
              ૧૭૦૫૬૯
              ૦૫૨૪૫૧૦
               ૫૧૧૭૦૭
               ૦૧૨૮૦૩૦
```

ટૂંકી રીતે.

```
 ।।। ।।।
૧૭.૦૫૬૫ ) ૪૧.૩૦૦૦ ( ૨.૪૨૧૩૦
          ૩૪ ૧૧૩૮
          --------
          ૦૭૧૮૬૨
           ૬ ૮૨૨૮
          --------
           ૦ ૩૬૩૪
             ૩૪૧૧
          --------
             ૦૨૨૩
              ૧૭૧
          --------
              ૦૫૨
               ૫૧
          --------
               ૦૧
```

ચ. ભાજ્યને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો પહેલો અંક કાઢતાં, ભાજ્યના જેટલા અંકની જરૂર પડે તેટલા અંક સુધીનાં દશાંશ સ્થળ, ભાજકના દશાંશ સ્થળથી ૧ વધારે હોય તો ભાગાકારનો પહેલો અંક દશાંશ ચિન્હની પાસેથી શરૂ થશે. તેવે પ્રસંગે ભાગાકારમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ ખરાં લાવવાનાં કહ્યાં હોય તેટલા આંકડા ભાજકમાં ડાબી તરફથી ગણી છેલ્લા અંકને માથે નિશાની કરવી. લા. અં. મ. ૫૫ માનો દા. ૧ લો જુઓ.

દા. ૧. ૪.૦૧ + ૧૬.૦૮૦૧. દશાંશ સ્થળ ૫ લાવવાં. ભાજકે ભાગતાં ભાજ્યમાં ખૂટતા દશાંશ સ્થળનાં મીડાં ચડાવી આટલા ૪.૦૧૦૦૦ અંક લેવા પડેછે, તેથી ભાજક કરતાં ભાજ્યમાં ૧ દશાંશ સ્થળ વધારે થશે. માટે ભાગાકાર દશાંશ ચિન્હથી શરૂ થશે.

ક. ભાજ્યને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો પહેલો અંક કાઢતાં, ભાજ્યના જેટલા અંકની જરૂર પડે તેટલા અંક સૂધીનાં દશાંશ સ્થળ, ભાજકના દશાંશ સ્થળથી ઘણાં વધારે હોય તો, જેટલાં સ્થળ વધારે હોય તેટલામાં દશાંશ સ્થળ ઉપર ભાગાકારનો પહેલો અંક આવે. તેથી ભાગાકારમાં દશાંશ ચિન્હ પાસે પ્રથમ કેટલાંક મીડાં આવવાનાં. આવે પ્રસંગે જેટલાં સ્થળ ખરાં લાવવાનાં કહ્યાં હોય તેમાંથી મીડાંના અંક બાદ કરતાં બાકી રહે તેટલા અંક ભાજકમાં ડાબી તરફથી ગણી છેલ્લા અંકને માથે નિશાની કરવી. લા. અં. મ. ૫૫ માના દા. ૩, ૭, ૮, ૯, ૧૦ જુઓ.

દા. ૩. .૫૨૨૮૭૮ + ૮.૭૨૪૮૪. દશાંશ સ્થળ ૫ લાવવાં. ભાજકે ભાગતાં ભાજ્યમાં ખૂટતા દશાંશ સ્થળનાં મીડાં ચડાવી આટલાં .૫૨૨૮૭૮૦

અંક લેવા પડેછે તેથી ભાજક કરતાં ભાજ્યમાં ૨ દશાંશ સ્થળ વધારે થશે. માટે ભાગાકારમાં બીજા દશાંશ સ્થળ ઉપર ભાગાકારનો પહેલો અંક આવે. માટે ભાગાકારમાં પહેલા અંક પહેલાં એક મીંડું મૂકવું જોઇએ.

ટીપ:—ભાજકમાં પ્રથમજ મીડાં હોય તો મીડાં પછીના અંકથી જોઇતા અંક રાખવા. કારણ તેમ ન કરીએ તો એક એક અંક કાપવાથી જ્યારે ભાજકમાં એકલાં મીડાં આવે, ત્યારે ભાગાકારમાં શો અંક મૂકવો તે જણાઇ ન આવે. દા. ૯ મો જુઓ.

ડ. ભાજ્યને ભાજકે ભાગી ભાગાકારનો પહેલો અંક કાઢતાં, ભાજ્યના જેટલા અંકની જરૂર પડે તેટલા અંક સુધીનાં દશાંશ સ્થળ, ભાજકના દશાંશ સ્થળથી ઓછાં હોય તો ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ જેટલાં ભાજ્યનાં દશાંશ સ્થળ કરવાને ભાજ્યમાં જેટલા અંક વધારે લેવા પડે તેટલા પૂર્ણાંકના અંક ભાગાકારના પહેલા આંકડા ઉપર આવે. માટે એ રીતે જેટલા પૂર્ણાંકના અંક થાય તે, જેટલાં દશાંશ સ્થળ ખરાં લાવવાનાં કહ્યાં હોય તેમાં ઉમેરી તેટલા અંક ભાજકના ડાબી તરફના અંકથી ગણી છેલ્લા અંક ઉપર નિશાની કરવી. લા. અં. મ. ૫૫ માના દા. ૫, ૧૧, ૧૨ જુઓ.

દા. ૫. ૮૫·૬૪૩૮૨૫ ÷ ૬·૩૨૧. દશાંશ સ્થળ ૪ લાવવાં. આમાં ભાજકે ભાગતાં ભાજ્યમાંથી આટલા ૮૫·૬૪ અંક લેવા પડશે. તેમાં ૨ દશાંશ સ્થળ છે ને ભાજકમાં ૩ દશાંશ સ્થળછે માટે ભાજક જેટલાં દશાંશ સ્થળ કરવાને ભાજ્યમાં ૧ દશાંશ સ્થળ લેવું પડે, તેથી પૂર્ણાંકનો ૧ અંક ભાગાકારના પહેલા અંક ઉપર આવે. વાસ્તે પૂર્ણાંકના ૨ અંક કુલ થવાના, પછી દશાંશ અંક શરૂ થશે.

ટીપ:—જ્યારે ભાજ્યને ભાજકે ભાગી પહેલો અંક કાઢતાં ભાજ્યના પૂર્ણાંકના અંક પણ બાકી રહે તો ભાજકનાં દશાંશ સ્થળ + પૂર્ણાંકના બાકીના અંક + ભાગાકારનો પ્રથમનો આવેલો એક અંક=ભાગાકારમાં પૂર્ણાંકના અંક આવે. ઉદાહરણ. ૫૨૪૫૬·૭૧ ÷ ·૩૪૨૮. આમાં ભાજકે ભાગતાં ભાજ્યમાંથી ૫૨૪૫ પૂર્ણાંકના અંક લેવા પડેછે. એમાં દશાંશસ્થળ નથી ને ભાજકમાં ૪ દશાંશ સ્થળ છે, માટે ૪ દશાંશ સ્થળ + ૧ પૂર્ણાંકનો અંક જે ૬ પૂર્ણાંક બાકીછે તે + ૧ ભાગાકારમાં આવેલો પહેલો પૂર્ણાંકનો અંક મળી કુલ ૬ પૂર્ણાંકના અંક ભાગાકારમાં આવશે.

દા. ૧. ব રીતનો.

```
।।।।।
૧૬·૦૮૦૧)૪·૦૧૦૦(·૨૪૯૩૮ જ.
          ૩ ૨૧૬૦
          ૦ ૭૯૪૦
           ૬૪૩૨
          ૧૫૦૮
          ૧૪૪૭
          ૦૦૬૧
            ૪૮
            ૧૩
            ૧૩
            ૦૦
```

દા. ૩. ক રીતનો.

```
।।।।
૮·૭૨૪૮૪)·૫૨૨૮૭૮(·૦૫૯૯૩ જ.
          ૪૩૬૨૪
          ૦૮૬૬૩
           ૭૮૫૨
          ૦૮૧૧
           ૭૮૫
           ૦૨૬
            ૨૬
            ૦૦
```

દા. ૫. ড રીતનો.

```
। ।।।।।
૬·૩૨૧૦૦ ) ૮૦·૬૪૩૮૨૫ ( ૧૩·૫૪૯૧ જ૦
          ૬૩૨૧૦૦
          ૧૭૪૩૩૮
          ૧૮૯૬૩૦
          ૦૩૪૭૦૮
           ૩૧૬૦૫
           ૦૩૧૦૩
            ૨૫૨૮
           ૦ ૫૭૫
             ૫૬૯
             ૦૦૬
               ૬
               ૦
```

૩. કારણઃ—સંક્ષેપ અથવા વાંકડીઆ ભાગાકારની રીતમાં શેષ ઉપર અંક કેમ ચડાવતાં નથી તેનું કારણુજ આપવું જરૂરનું છે તે નીચે મુજબ.

સાદા ભાગાકારમાં નવો અંક કાઢવાને શેષ ઉપર એક અંક ચડાવી તેને ભાજકે ભાગીએ છીએ, તે શેષને દશે ગુણી એક અંક મેળવી તેને ભાજકે

ભાગ્યા બરાબર છે. હવે આપણે શેષ તેના તે કાયમ રાખીએ, તો ભાજકને દશ ગણો ઓછો કરવો જોઇએ. સબબ આપણે દરેક વખતે શેષ તેના તે કાયમ રાખી ભાજકનો જમણો તરફનો એક એક અંક દર વખતે કાપીએ છીએ.

દશાંશ અપૂર્ણાંકના પરચૂરણ દાખલા.

જાના લાલશંકર કૃત અંકગણિતના મનોવત્ન ૬૨ માનો દા. ૪૨ મો.

$\frac{૧}{૨}+\frac{૧}{૧\times૨}+\frac{૧}{૧\times૨\times૩}+\frac{૧}{૧\times૨\times૩\times૪}+$ઇ૦ની કીમત દશાંશમાં આણો એવી રીતે કે દશાંશનાં પાંચ સ્થળ ખરાં આવે. રીત:—

	૧ લું પદ. ૧.
૧÷૨	=૨ જું પદ. ૦.૫
.૫+૩	=૩ જું પદ. ૦.૧૬૬૬૬૬૬
.૧૬+૪	=ચોથું પદ. ૦.૦૪૧૬૬૬૬
.૦૪૧૬+૫	=પાચમું પદ. ૦.૦૦૮૩૩૩૩
.૦૦૮૩+૬	=છઠ્ઠું પદ. ૦.૦૦૧૩૮૮૮.
.૦૦૧૩૮+૭	=સાતમું પદ. ૦.૦૦૦૧૯૮૪
.૦૦૦૧૯૮૪+૮	=આઠમું પદ. ૦.૦૦૦૦૨૪૮
.૦૦૦૦૨૪૮+૯	=નવમું પદ. ૦.૦૦૦૦૦૨૭
	૧.૭૧૮૨૮૧૨

માટે જવાબ ૧.૭૧૮૨૮. આવા હિસાબ જેવા હિસાબમાં અનંત રકમોનો સરવાળો કરવો હોય, ત્યારે જેટલા આંકડા દશાંશમાં ખરા લાવવાના કહ્યા હોય; તેટલાં મીડાં પ્રથમ આવે, ત્યાં સૂધીની રકમો લઇ સરવાળો કરવો. જો કેટલીકનો સરવાળો ને કેટલીકની બાદબાકી કરવી હોય, તો સરવાળો કરવાની રકમો એકઠી કરવી; ને બાદ કરવાની રકમો એકઠી કરવી; પછી તે બંનેની બાદબાકી કરવી.

પાંતી.

પાંતી એટલે હિસ્સા અથવા ભાગ. એક જાતની વસ્તુની કીમત આપી હોય, તેપરથી તેજ જાતની ઘણી વસ્તુઓની કીમત જૂદા જૂદા ભાગ પાડીને કરવાની સહેલી રીતને પાંતી કહે છે. પાંતી બે પ્રકારની છે. પહેલા પ્રકારમાં એક નામના એકમની કીમતપરથી તેજ નામના **બીજા અંકોની** કીમત નીકળેછે. ને બીજા પ્રકારમાં એક નામના એકમની કીમતપરથી તેજ નામનાં **બીજાં પરિમાણોની** કીમત નીકળેછે. કીમત કાઢવાના દાખલા સિવાય જે દાખલામાં પરિમાણને ગુણવાનું હોય તેવા દાખલા પણ પાંતીથી થાયછે.

પાંતીના દાખલા પાછળ આવી ગયેલી રીતો વિવિધ પરિમાણોના ગુણાકાર, આણપાણના ગુણાકાર, અને અપૂર્ણાંક કે દશાંશ ગુણાકારથી થઇ શકેછે.

પણ પાંતી રીતે કરવાથી ઝટ ને થેાડી મહેનતે થાયછે. કેવા ભાગ પાડવાથી હિસાબ ઝટ થશે, તેને માટે બહુ મહાવરેા પડવેા જોઇએ.

શીખવવાની રીતિ :—પ્રથમ વિવિધ પરિમાણેાના ગુણાકારની રીતે હિસાબ ગણાવવેા. પછી છોકરાંને કહેવું કે આ રીતે ગણવાથી વખત વધારે જાયછે, ને મહેનત પણ ઘણી પડેછે, માટે તમને તે ગણવાની ટૂંકી રીત બતાવુંછું. એમ કહી અંકગણિતમાં બતાવેલી રીતે જૂદા જૂદા ભાગ પાડી હિસાબ ગણાવવેા. ગણતી વખતે જૂદા જૂદા ભાગેાની કીંમત શી આવે તે સૂચક સવાલે છેાકરાં પાસેજ કઢાવવી. આથી છેાકરાંની ખાત્રી થશે કે બીજી રીત સહેલી છે. પછી તેમને પૂછવું કે આ બીજી રીતમાં હિસાબ કેમ ગણીએ છીએ? છેાકરાં જવાબ આપશે કે જૂદા જૂદા ભાગેા પાડીને. પછી તેમને કહેવું કે ભાગને પાંતી પણ કહેછે, માટે આ રીતને પાંતી કહેછે. પછી મથાળે લખેલી પાંતીની વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી. બંને પ્રકાર શીખવી રહ્યા પછી પહેલેા ને બીજો પ્રકાર શાને કહેછે તે પણ પાકું કરાવવું.

ગુણેાત્તર.

૧. સાદી સંખ્યાઓનું ગુણેાત્તર.

૧. **વ્યાખ્યા:—**દા.૧. ૮ એ ૨ થી કેટલા ગણા? ૪ ગણા. કેમ નીકળે? ૮ને ૨એ ભાગવાથી. દા. ૨. ૬ એ ૫થી કેટલા ગણા? $\frac{૬}{૫}=૧\frac{૧}{૫}$ ગણા. કેમ નીકળે? ૬ને ૫એ ભાગવાથી. દા. ૩. ૫ એ ૭થી કેટલા ગણા? $\frac{૫}{૭}$ ગણા. કેમ નીકળે? ૫ને ૭ એ ભાગવાથી. દા. ૪. $\frac{૮}{૧૫}$એ $\frac{૩}{૪}$થી કેટલા ગણા? કેમ નીકળે? $\frac{૮}{૧૫}$ને $\frac{૩}{૪}$એ ભાગવાથી. ચાલેા ભગાવેા? $\frac{૮}{૧૫}\div\frac{૩}{૪}=\frac{૮}{૧૫}\times\frac{૪}{૩}=\frac{૩૨}{૪૫}$. માટે કેટલા ગણા? $\frac{૩૨}{૪૫}$ ગણા. દા. ૫. $\frac{૯}{૨૦}$એ $\frac{૩}{૫}$થી કેટલા ગણા તે ગણાવેા? $\frac{૯}{૨૦}\div\frac{૩}{૫}=\frac{૯}{૨૦}\times\frac{૫}{૩}=\frac{૪૫}{૬૦}=\frac{૩}{૪}$ ગણા.

બેાલેા ત્યારે પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી કેટલા ગણી છે એ કેમ નીકળે? પહેલા સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ ભાગવાથી. એમ ભાગવાથી જે ભાગાકાર આવે તેને તે બે સંખ્યાનું ગુણેાત્તર કહેછે. શું કહેછે? ગુણેાત્તર. એની જોડણી કરેા? પછી નીચેની વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

પહેલી સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં કેટલા ગણીછે, એ બતાવનારી ત્રીજી સંખ્યાને તે બે સંખ્યાનું ગુણેાત્તર કહેછે. બે સંખ્યાનું ગુણેાત્તર કેમ કાઢવું? પહેલી સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ ભાગીને. ભાગાકાર અપૂર્ણાંકમાં આવે તેા શું નીકળે તે કાઢવેા? અતિસંક્ષેપ.

૨. **બે સંખ્યાનેા મુકાબલેા કરવા વિષે:—**૧૦ ને ૨ નેા મુકાબલેા કરેા? એમાં મેાટી સંખ્યા કઇ? ૧૦. નાની...૨. એ બેમાં કેટલેા

તફાવત ૭ ને ૮ના. શું કરવાથી નીકળેછે ? તે ... બાદબાકી કરવાથી. બોલો ત્યારે બે સંખ્યાનો મુકાબલો કરવો હોય તો શું કરવું ? તે બેની બાદબાકી. બાદબાકી કરવાથી શું માલૂમ પડે ? તફાવત. એટલે એક સંખ્યા બીજી સંખ્યાથી કેટલી નાની કે મોટીછે તે માલૂમ પડે. પણ આપણે ગુણોત્તરમાં મુકાબલો કરવો હોય તો શું કરવું ? ૧૦ ને ૨ નું ગુણોત્તર શું ? ૫. કેમ નીકળે ? ૧૦ ને ૨ એ ભાગવાથી. બોલો ત્યારે શું કરવાથી મુકાબલો થઇ શકે ? ૧. બાદબાકી કરવાથી, ૨. ભાગાકાર કરવાથી. ગુણોત્તરમાં તો શું કરવું પડે ? ભાગાકાર. કઇ સંખ્યાને કઇ સંખ્યાએ ભાગવા ? પહેલી સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ. આ વાત બરાબર યાદ રાખજો. આવી રીતનાં કેટલાંક ઉદાહરણ લઇ આ વાત પાકી કરાવવી.

૩. ૧૨ ને ૪ નું ગુણોત્તર શું ? ૩. જે બે સંખ્યાનું ગુણોત્તર બતાવવું હોય તેમાં પહેલી સખ્યાને **અગ્રસર** કહેછે. આ દાખલામાં **અગ્રસર** કેટલું છે ? ૧૨. બીજી સંખ્યાને **ઉપાગ્રસર** કહેછે. શું કહેછે ? આ દાખલામાં ઉપાગ્રસર કેટલું ? ૪. અગ્રસર ને ઉપાગ્રસર એ બંને મળીને **યુગ્મ** કહેવાયછે. આ દાખલામાં યુગ્મ કયું ? ૧૨ ને ૪ નું. ગુણોત્તર બતાવવાને અગ્રસર ને ઉપાગ્રસર વચ્ચે : આવું ચિન્હ મૂકવામાં આવેછે. શું મૂકવામાં આવેછે ? તમે આ દાખલામાં મૂકી બતાવો ? ૧૨:૭. યુગ્મને વાંચવું હોય ત્યારે વાંચવામાં : આવા ચિન્હને **જેમ** કહેછે. તમે આ વાંચી બતાવો ? બાર જેમ સાતને છે.

૪. **મનોયત્ન** :—૧૫:૩નું ગુણોત્તર શું ? ૫. એમાં ઉપાગ્રસર કેટલું ? અગ્રસર કેટલું ? તે બેનું એકઠું નામ શું ? ગુણોત્તર કેમ કાઢવું ? યુગ્મ કેમ વાંચવું ? વગેરે ઉંધાચતા સવાલો પૂછી ઉપલી વાત પાકી કરાવવી. ૨૨૦:૫૨૮ નું ગુણોત્તર શું ? $\frac{૨૨૦}{૫૨૮}=\frac{૫}{૧૨}$ જવાબ.

૨. વિવિધ પરિમાણોનું ગુણોત્તર.

૧. **રીતિ** :—ગુણોત્તર કેમ કાઢવું ? પહેલી સંખ્યાને બીજી સંખ્યાએ ભાગીને. પણ તમે હવે પહેલી બીજી સંખ્યાનાં વિશેષ નામ શીખી ગયાં, માટે તે પ્રમાણે બોલો ? અગ્રસરને ઉપાગ્રસરે ભાગવા ભાગાકારમાં અગ્રસર શું કહેવાય ? ભાજ્ય. ઉપાગ્રસર...ભાજક. ગુણોત્તર...ભાગાકાર. વિવિધ પરિમાણોના ગુણોત્તરમાં કેવી રકમો જોઇએ ? સજાતિય. કેમ ? એક જાતના વિવિધ પરિમાણોને બીજા તેજ જાતના વિવિધ પરિમાણો ભાગી શકાયછે. સજાતિય વિવિધ પરિમાણોનો ભાગાકાર શું આવે ? સાદી સંખ્યા. બોલો ત્યારે સજાતિય વિવિધ પરિમાણોનું ગુણોત્તર શું આવે ? **સાદી સંખ્યા.**

૨. **મનો.**:—નીચેના દાખલાનાં ગુણોત્તર અતિસંક્ષેપ રૂપમાં લખો ?

દા. ૧. ૧૬ શેર : ૩૦ શેર = $\frac{૧૬}{૩૦}=\frac{૮}{૧૫}$ જવાબ.

દા. ૨. ૨૫ ઘડી : ૩૬ ઘડી = ૨૫/૩૬ જવાબ.

દા. ૩. ૨૮ મણ : ૧૨ મણ = ૨૮/૧૨ = ૨ ૧/૩ જવાબ. ૪૦.

૩. ૯૬ રૂ અને ૧૨૦ શેરનું ગુણોત્તર શું ? ૪/૫. ગુણોત્તર કેમ નીકળે ? અગ્રસરને ઉપાગ્રસરે ભાગવાથી. અગ્રસર શું છે ? ૯૬ રૂ. ઉપાગ્રસર... ૧૨૦ શેર. ૯૬ રૂ. ને ૧૨૦ શેરે ભગાય ? ના. ૧૨૦શેર ના ૪/૫ તે ૯૬ રૂ. થાય ? ના. બોલો ત્યારે વિજાતિય પરિમાણોનું ગુણોત્તર નીકળી શકે ? ના. **બરાબર યાદ રાખજો કે સજાતિય પરિમાણોનુંજ ગુણોત્તર નીકળે.**

૪. રૂ ૬-૮ ને રૂ ૧૨-૪નું ગુણોત્તર શું ? આ બંને રકમો કેવી છે ? સજાતિય. એનું ગુણોત્તર કેમ નીકળે ? રૂ ૬-૮ ને રૂ ૧૨-૪ એ ભાગવાથી. આવા ભાગાકાર કેમ કરવા ? ઉતરતી ભાંજણીની રીતે બંનેના આના કરીને કરવા. ચાલો ગણાવો ? ૧૦૪ આના: ૧૯૬ આના = ૧૦૪/૧૯૬ = ૨૬/૪૯ જવાબ. આ જાતનાં ઘણાં મનોયત્ન લેવાં. **એક જાતનાં પરિમાણોનું ગુણોત્તર પણ તેમને એકનામમાં લાવ્યા પછી નીકળે.** આ વાત પાકી કરાવવી.

૩. અગ્રસર, ઉપાગ્રસર, ને ગુણોત્તરમાંની બે બાબતપરથી ત્રીજી બાબત કાઢવા વિષે.

૧. અગ્રસર કાઢવા વિષે:—ભાગાકારમાં અગ્રસર, ઉપાગ્રસર, ને ગુણોત્તરને શું કહેછે ? ભાજ્ય, ભાજક, ને ભાગાકાર. ભાજક ને ભાગાકારપરથી ભાજ્ય કેમ નીકળે ? ભાજક ને ભાગાકારનો ગુણાકાર કરવાથી. આમાં ભાજક ને ભાગાકાર શું ? ઉપાગ્રસર ને ગુણોત્તર. બોલો ત્યારે ઉપાગ્રસર ને ગુણોત્તરપરથી અગ્રસર કેમ નીકળે ? ઉપાગ્રસર ને ગુણોત્તરનો ગુણાકાર કરવાથી. નીચેની રીત પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

રીતિ:—ઉપાગ્રસર ને ગુણોત્તરપરથી અગ્રસર કાઢવું હોય તો ઉપાગ્રસર અને ગુણોત્તરનો ગુણાકાર કરવો.

મનોયત્ન:—દા. ૧. ગુણોત્તર ૭/૧૧ અને ઉપાગ્રસર ૫૫ છે તો અગ્રસર કેટલું ? ૫૫/૧ × ૭/૧૧ = ૩૮૫/૧૧ = ૩૫ જવાબ.

દા. ૨. ઉપાગ્રસર ·૨૬૮૨ રૂ., ગુણોત્તરં ·૬ તો અગ્રસર કેટલું ?

રૂ. ૨૬૮૨/૧૦૦૦૦ × ૬/૧૦ = ૪૪૭/૨૫૦૦ = ૪·૪૭/૨૫ = ·૧૭૮૮ રૂ. જવાબ.

૨. ઉપાગ્રસર કાઢવા વિષે:—ભાગાકારમાં અગ્રસર, ઉપાગ્રસર ને ગુણોત્તરને શું કહેછે ? ભાજ્ય, ભાજક, ને ભાગાકાર. ભાજ્ય ને ભાગાકારપરથી ભાજક કેમ નીકળે ? ભાજ્યને ભાગાકારે ભાગવાથી. આમાં ભાજ્ય ને ભાગાકાર શું ? અગ્રસર ને ગુણોત્તર. બોલો ત્યારે અગ્રસર ને ગુણોત્તરપરથી ઉપાગ્રસર કેમ નીકળે ? અગ્રસરને ગુણોત્તરે ભાગવાથી. ની[illegible] માં લખી પાકી કરાવવી.

રીતિ:—અગ્રસર અને ગુણોત્તરપરથી ઉપાગ્રસર કાઢવું હોય તો અગ્રસરને ગુણોત્તરે ભાગવા.

મનોયત્ન:—દા. ૧. અગ્રસર ૯ અને ગુણોત્તર $\frac{૩}{૫}$ છે તો ઉપાગ્રસર કેટલું? ૯ ÷ $\frac{૩}{૫}$ = $\frac{૯}{૧}$ × $\frac{૫}{૩}$ = ૧૫ જવાબ.

દા. ૨. અગ્રસર ૩૨ એ. ૧૫ ગું. ગુણોત્તર $\frac{૩}{૫}$ ના ૧$\frac{૧}{૯}$ તો ઉપાગ્રસર કેટલું? અગ્રસર $\frac{૨૫૯}{૮}$ એકર, ને ગુણોત્તર $\frac{૨}{૩}$ થયું. માટે $\frac{૨૫૯}{૮}$ એ. ÷ $\frac{૨}{૩}$ = $\frac{૨૫૯}{૮}$ એ. × $\frac{૩}{૨}$ = $\frac{૭૭૭}{૧૬}$ એ. = ૪૮ એકર–૨૨$\frac{૧}{૨}$ ગું. જવાબ.

૩. ગુણોત્તર કાઢવા વિષે:—ઉપર પ્રથમજ રીતિ આપેલીછે.

મોટું લા. અં. મનોયત્ન ૫૯.

દા. ૧૧–૧૨. આમાં પહેલા યુગ્મનું અગ્રસર ને ઉપાગ્રસર આપેલું છે, તે પરથી તેમનું ગુણોત્તર કાઢી તે ગુણોત્તર અને બીજા યુગ્મનાં અગ્રસર કે ઉપાગ્રસર વડે બીજા યુગ્મનું ઉપાગ્રસર કે અગ્રસર કાઢવું.

દા. ૧૩–૧૪–૧૫. જૂદાં જૂદાં ઠેકાણાંનાં સજાતિય પરિમાણોનાં ગુણોત્તર કાઢવા માટે છે. એક જાતનાં પરિમાણોનું ગુણોત્તર પણ તેમને એક નામમાં લાવ્યા પછી નીકળે છે. આ નિયમ પ્રમાણે તેમને એક નામમાં લાવી પછી ગુણોત્તર કાઢવું. આવે પ્રસંગે ગુણોત્તર અપૂર્ણાંક રૂપે ન લખતાં અંશ અગ્રસરમાં અને છેદ ઉપાગ્રસરમાં લખી બતાવાય છે.

દા. ૧૬. ઓછામાં ઓછા કેટલા પૂર્ણાંક ચોરસ યાર્ડનાં પૂર્ણાંક વીઘાં થાય અને તે કેટલાં? **રીત:**—૧ વીઘા = $\frac{૨૪૫}{૨૮૮}$ એ. $\frac{૨૪૫}{૨૮૮}$ × $\frac{૪}{૧}$ × $\frac{૪૦}{૧}$ × $\frac{૧૨૧}{૪}$ = $\frac{૧૪૮૨૨૫}{૩૬}$ ચો. યા. તેથી $\frac{૧૪૮૨૨૫}{૩૬}$ ચો. યા. = ૧ વીઘું. લઘુતમ સમછેદ કરતાં $\frac{૧૪૮૨૨૫}{૩૬}$ ચો. યા. = $\frac{૩૬}{૩૬}$ વીઘું. તેથી બંનેને છેદ ગણ્યા કરતાં ૧૪૮૨૨૫ ચો. યા. = ૩૬ વીઘાં જવાબ. **આ દાખલો ગુણોત્તરનો નથી પણ લઘુતમ સમછેદનો છે.**

પ્રમાણ.

૧. સાદી સંખ્યાઓનું પ્રમાણ.

વ્યાખ્યા:—દા. ૧. ૧૨:૪ નું ગુણોત્તર? ૩. ૯:૩ નું ગુણોત્તર? ૩.

દા. ૨. ૩:૯ નું ગુણોત્તર? $\frac{૧}{૩}$, ને ૨:૬ નું ગુણોત્તર: $\frac{૧}{૩}$.

દા. ૩. ૩:૨ નું ગુણોત્તર? ૧$\frac{૧}{૨}$, ને ૬:૪ નું ગુણોત્તર? ૧$\frac{૧}{૨}$.

ઉપરનો પહેલો દાખલો જુઓ, એમાં કેટલાં યુગ્મ છે? ૨. બંને યુગ્મનું ગુણોત્તર કેટલું છે? ૩. એકજ છે કે જૂદું? એકજ. તેમજ બીજા ને ત્રીજા દાખલામાં બંને યુગ્મનાં ગુણોત્તર એકજ છે, એમ કઢાવી કહેવું કે આમ **એક યુગ્મનું ગુણોત્તર બીજા યુગ્મના ગુણોત્તરની બરાબર હોય ત્યારે તે**

બંને યુગ્મ અથવા બંને યુગ્મનાં ચાર પદો પ્રમાણમાં છે એમ કહે-વાયછે. (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.) પહેલા દાખલામાં કયાં ચાર પદો પ્રમાણમાંછે ? ૧૨, ૪, ૯, ૩. બીજામાં ...૩, ૯, ૨, ૬. ત્રીજામાં...૩, ૨, ૬, ૪.

૨. **પ્રમાણ લખવાની રીતિ:**—પ્રમાણમાં કેટલાં યુગ્મ હોયછે ? બે. બંને યુગ્મ કેવાં હોયછે? તેમનું ગુણોત્તર બરાબર હોય તેવાં. બંને યુગ્મનું ગુણોત્તર **બરાબર** છે એ બતાવવાને બંને યુગ્મ વચ્ચે શાનું ચિન્હ મૂકાય ? બરાબરનું. તમે બરાબરનું ચિન્હ લખો ? =. તમે પહેલા દાખલાને પ્રમાણમાં લખી બતાવો ? ૧૨ : ૪ = ૯: ૩. પણ પ્રમાણમાં બરાબરના ચિન્હને બદલે : : આમ ચાર ટપકાં કરાયછે. શું કરેછે ? તમે ચાર ટપકાં મૂકી પહેલો દાખલો લખી બતાવો ? ૧૨:૪::૯:૩. એજ પ્રમાણે બીજો ને ત્રીજો દાખલો લખાવો ? ૩:૯::૨:૬, ૩:૨::૬:૪.

૩. **પ્રમાણ વાંચવાની રીતિ:**—યુગ્મના બે પદોની વચ્ચે કેવું ચિન્હ મૂકાયછે ? : આમ બે ટપકાં. તેને બોલવામાં કેમ બોલેછે ? **જેમ.** પ્રમાણનાં બે યુગ્મ વચ્ચે કેવું ચિન્હ મૂકાયછે ? : : ચાર ટપકાં. તેને બોલવામાં **તેમ** બોલેછે. ચાલો તમે તે પ્રમાણે પહેલો દાખલો વાંચી બતાવો ? **બાર જેમ ચારને છે તેમ નવ ત્રણને છે.** તેજ પ્રમાણે ૨—૩ દાખલો વંચાવવો.

૪. **પ્રમાણનાં ચાર પદોનાં વિશેષ નામો:**—પ્રમાણના પહેલા તથા છેલ્લા પદને **અંત્ય પદો** કહેછે, અને બીજા તથા ત્રીજા પદને **મધ્ય પદો** કહેછે. પહેલા દાખલામાં અંત્ય પદો કયાં ? ૧૨ ને ૩. મધ્ય પદો...૪ ને ૯. એજ પ્રમાણે બીજા ને ત્રીજા દાખલામાં પૂછવું.

૫. **પ્રમાણનો નિયમ:**—દા. ૧. ૭:૯::૨૮:૩૬. આમાં પહેલું યુગ્મ કયું ? ૭:૯. તેનું ગુણોત્તર શું ? $\frac{૭}{૯}$. બીજું યુગ્મ કયું ? ૨૮:૩૬. તેનું ગુણોત્તર અતિસંક્ષેપ કર્યા સિવાય બોલો ? $\frac{૨૮}{૩૬}$. આ બંને ગુણોત્તર કેવાંછે ? સરખાં. માટે $\frac{૭}{૯} = \frac{૨૮}{૩૬}$ થાય. આ બરાબર અપૂર્ણાંકોને એકજ રકમે ગુણીએ તો તેની કીમતમાં ફેર પડે ? ના. અપૂર્ણાંકોને પૂર્ણાંકે ગુણવા હોય તો શાને ગુણવા ? અંશોને. ચાલો ત્યારે આ બરાબર અપૂર્ણાંકોને તેમના છેદના ગુણાકાર ૯ × ૩૬ એ ગુણાવો ? $\frac{૭ \times ૯ \times ૩૬}{૯} = \frac{૨૮ \times ૯ \times ૩૬}{૩૬}$. એનો સંક્ષેપ કરાવો ? ૭ × ૩૬ = ૨૮ × ૯.

દા. ૨. ૫:૪::૧૫:૧૨ ઉપર મુજબ ગણાવવો. આ પ્રમાણમાં $\frac{૫}{૪} = \frac{૧૫}{૧૨}$ છે. તે બંનેને છેદના ગુણાકાર ૪ × ૧૨ એ ગુણ્યા તો $\frac{૫ \times ૪ \times ૧૨}{૪} = \frac{૧૫ \times ૪ \times ૧૨}{૧૨}$ આવ્યા. એનો સંક્ષેપ કરતાં ૫ × ૧૨ = ૧૫ × ૪ આવ્યા.

આ પ્રમાણે કેટલાક દાખલા લખાવી પ્રમાણનો નિયમ કઢાવવો.

ચાલો પહેલો દાખલો જુઓ, એમાં શો જવાબ આવ્યોછે? ૭ × ૩૬ = ૨૮ × ૯. એમાં ૭ ને ૩૬ કેવાં પદોછે? અંત્ય પદો. ને ૨૮ ને ૯ કેવાં પદો છે? મધ્ય પદો. બીજા દાખલામાં શો જવાબ આવ્યોછે? ૫×૧૨ =૧૫× ૪. એમાં ૫ ને ૧૨ કેવાં પદોછે? અંત્ય પદો. ને ૧૫ ને ૪ કેવાં પદોછે? મધ્ય પદો. બોલો ત્યારે પ્રમાણનાં ચાર પદોમાં શાનો ગુણાકાર શાના ગુણાકારની બરાબર થાયછે? **અંત્ય પદોનો ગુણાકાર મધ્ય પદોના ગુણાકારની બરાબર થાયછે.** વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી.

૬. **આપેલાં ચાર પદોને પ્રમાણમાં ગોઠવવા વિષે:**—પ્રમાણમાં અંત્ય પદોનો ગુણાકાર મધ્ય પદોના ગુણાકારની બરાબર હોયછે. તેથી આપેલાં પદોપર વિચાર કરી શોધી કાઢવું કે કયાં બે પદોનો ગુણાકાર કયાં બે પદોના ગુણાકારની બરાબરછે. પછી એક ગુણાકારના બંને અવયવોને આદિ અને અંત્ય પદોમાં ગોઠવવા, ને બીજા ગુણાકારના બંને અવયવોને મધ્ય પદોમાં ગોઠવવા; એટલે ચારે પદો પ્રમાણમાં આવી રહેશે. મોટા લા અં. મ. ૬૦ માના દા. ૧–૨–૩ જુઓ.

દા. ૧લો. ૪૨, ૪૯, ૨૮, ૨૪. આમાં ૪૨ × ૨૮ = ૨૪ × ૪૯ છે. માટે ૪૨:૨૪::૪૯:૨૮ જવાબ.

૭. **સાદી સંખ્યાઓનું પ્રમાણ આઠ રીતે ગોઠવી શકાય તે વિષે:**—(૧) ઉપર ૬ ઠી કલમમાં બતાવ્યા મુજબ ચાર પદોને પ્રમાણમાં ગોઠવ્યા પછી અંત્ય પદોને મધ્ય પદોમાં અને મધ્ય પદોને અંત્ય પદોમાં ગોઠવવાથી આપેલાં ચાર પદો બે રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવાશે. (૨) બંને પ્રમાણમાં મધ્ય પદોનું સ્થળાંતર કરવાથી આપેલાં ચાર પદો ચાર રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવાશે. (૩) ચારે પ્રમાણમાં અંત્યપદોનું સ્થળાંતર કરવાથી આપેલાં ચાર પદો આઠ રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવાશે. **કારણ**—ઉપર મુજબ ફેરફાર કરવાથી દરેક વખતે તેનાં તેજ બબે પદોનો ગુણાકાર બરાબર થાયછે. ઉપરના પહેલા દાખલાને નીચે આઠ રીતે ગોઠવી બતાવ્યોછે.

૪૨ : ૨૪ :: ૪૯ : ૨૮	૨૪ : ૪૨ :: ૨૮ : ૪૯
૪૨ : ૪૯ :: ૨૪ : ૨૮	૨૪ : ૨૮ :: ૪૨ : ૪૯
૨૮ : ૨૪ :: ૪૯ : ૪૨	૪૯ : ૪૨ :: ૨૮ : ૨૪
૨૮ : ૪૯ :: ૨૪ : ૪૨	૪૯ : ૨૮ :: ૪૨ : ૨૪

૨. વિવિધ પરિમાણોનું પ્રમાણ.

૧. વિવિધ પરિમ[illegible]માં કેવાં પદો જોઇએ તે વિષે:—

દા. ૧. ૧૫ રૂ. : ૨૦ રૂ. નું ગુણોત્તર શું ? $\frac{૩}{૪}$. ને ૯ મણ : ૧૨ મણનું ગુણોત્તર ? $\frac{૩}{૪}$.

દા. ૨. ૧૨ રૂ. : ૧૮ રૂ. નું ગુણોત્તર શું ? $\frac{૨}{૩}$. ને ૧૦ ગજ : ૧૫ ગજનું ગુણોત્તર ? $\frac{૨}{૩}$.

દા. ૩. ૪૦ રૂ. : ૧૫ રૂ. નું ગુણોત્તર ? ૨$\frac{૨}{૩}$ ને ૧૬ તોલા : ૬ તોલાનું ગુણોત્તર ? ૨$\frac{૨}{૩}$.

ઉપરનો પહેલો દાખલો જુઓ એમાં કેટલાં યુગ્મ છે ? બે. દરેક યુગ્મનું ગુણોત્તર કેટલુંછે ? $\frac{૩}{૪}$ ગુણોત્તર એકજછે કે જાદું ? એકજ. બંને યુગ્મ એક જાતનાંછે ? ના ત્યારે ગુણોત્તર એક જાતનું કેમ આવે ? વિવિધ પરિમાણોનું ગુણોત્તર હમેશાં સાદી સંખ્યાજ આવે. કેવાં વિવિધ પરિમાણોનું ગુણોત્તર નીકળી શકે ? એકજ જાતનાં ને એકજ નામનાં. પહેલા દાખલામાં દરેક યુગ્મનાં પદો કેવાંછે ? એકજ જાતનાં. બંને યુગ્મ એકજ જાતનાંછે ? ના. પણ તેમનું ગુણોત્તર કેવું છે ? એકજ જાતનું ને ... બરાબર. તેજ પ્રમાણે બીજા તથા ત્રીજા દાખલામાં કહાવી પછી છોકરાંને કહેવું કે સાદી સંખ્યામાં જ્યારે બે યુગ્મનાં ગુણોત્તર બરાબર હોયછે, ત્યારે આપણે બંને યુગ્મનાં ચારે પદો પ્રમાણમાં લખી શકીએ છીએ તેમ વિવિધ પરિમાણોમાં બે યુગ્મનાં ગુણોત્તર સરખાં હોય તો તે ચાર પદો પ્રમાણમાં લખી શકાયછે. એમાં બંને યુગ્મ એકજ જાતનાં હોવાની જરૂર નથી. હોય તોય ચાલે, ને ન હોય તોય ચાલે; પણ ગુણોત્તર એકજ જોઇએ. તમે ઉપરના ત્રણે દાખલાને પ્રમાણમાં લખી બતાવો ?

દા. ૧. ૧૫ રૂ. : ૨૦ રૂ. : : ૯ મણ : ૧૨ મણ.
દા. ૨. ૧૨ રૂ. : ૧૮ રૂ. : : ૧૦ ગજ : ૧૫ ગજ.
દા. ૩. ૪૦ રૂ. : ૧૫ રૂ. : : ૧૬ તોલા : ૬ તોલા.

૨. **પ્રમાણનો નિયમ:**—પ્રમાણનો નિયમ બોલો ? અંત્ય પદોનો ગુણાકાર મધ્ય પદોના ગુણાકારની બરાબરછે. ચાલો તે નિયમ પ્રમાણે ઉપરનો પહેલો દાખલો ગણાવો ? ૧૫ રૂ. × ૧૨ મણ = ૨૦ રૂ. × ૯ મણ. રૂ. ને મણનો ગુણાકાર થાય? ના. માટે આવા દાખલામાં હમેશાં અંત્ય પદો ને મધ્ય પદોનો ગુણાકાર સાદી સંખ્યાઓછે, એમ સમજીનેજ કરવો; અને એમાં ખરેખરી રીતે સાદી સંખ્યાઓનોજ ગુણાકાર થાયછે તે તમને શીખવુંછું તે બરાબર ધ્યાન આપો. ૧૫ રૂ. : ૨૦ રૂ. : : ૯ મણ : ૧૨ મણ. આમાં પહેલા યુગ્મનું ગુણોત્તર અતિસંક્ષેપ કર્યા સિવાય બોલો ? $\frac{૧૫}{૨૦}$, ને બીજા યુગ્મનું... $\frac{૯}{૧૨}$. તે બંને ગુણોત્તર કેવાંછે ? બરાબર. માટે $\frac{૧૫}{૨૦} = \frac{૯}{૧૨}$. આ બરાબર અપૂર્ણાંકોને તેમના છેદના ગુણાકાર ૨૦ × ૧૨ એ ગુણાવો ? $\frac{૧૫ \times ૨૦ \times ૧૨}{૨૦} = \frac{૯ \times ૨૦ \times ૧૨}{૧૨}$. તેમનો અતિસંક્ષેપ કરાવો ? ૧૫ × ૧૨ = ૯ × ૨૦ આમાં

દરેક ગુણાકારના અવયવ કેવી સંખ્યાછે? સાદી. માટે વિવિધ પરિમાણોના પ્રમાણમાં અંત્ય અને મધ્ય પદોનો ગુણાકાર કેવી સંખ્યા ધારીને કરવો? સાદી સંખ્યા.

૩. **આપેલાં ચાર પદોને પ્રમાણમાં ગોઠવવા વિષેઃ**—પ્રમાણમાં અંત્યપદોનો ગુણાકાર મધ્ય પદોના ગુણાકારની બરાબર હોયછે, અને વિવિધ પરિમાણોના પ્રમાણમાં દરેક યુગ્મમાં સજાતિય પરિમાણ આવવું જોઇએ; તેથી અંત્યપદો તથા મધ્ય પદો પ્રમાણમાં જાૂદી જાૂદી જાતનાં આવે. આ બે નિયમપરથી શોધી કાઢવું કે કયાં બે વિજાતિય પરિમાણોનો ગુણાકાર કયાં બે વિજાતિય પરિમાણોના ગુણાકારના બરાબરછે. તે શોધી કાઢી એક ગુણાકારના બંને અવયવોને આદિ અને અંત્યપદોમાં ગોઠવવા. અને બીજા ગુણાકારના બંને અવયવોને મધ્ય પદોમાં ગોઠવવા. પણ તેમાં એટલું યાદ રાખવું કે મધ્ય પદો ગોઠવવાથી દરેક યુગ્મ સજાતિય પરિમાણનું થઇ જાય. મોટા લા. ચાં. મ. ૬૦માના દા. ૪–૫–૬ જુઓ.

દા. ૪થો. ૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ, ·૧૬ મણ, ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ, ·૭ મણ. આમાં ૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ. × ·૧૬ મણ = ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. × ·૭ મણ છે માટે ૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ. : ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. : : ·૭ મણ : ·૧૬ મણ. જવાબ.

૪. **વિવિધ પરિમાણોનું પ્રમાણ ચાર રીતે ગોઠવી શકાય તે વિષેઃ**—(૧) ઉપર ત્રીજી કલમમાં બતાવ્યા મુજબ ચાર પદોને પ્રમાણમાં ગોઠવ્યા પછી અંત્ય પદોને મધ્ય પદોમાં અને મધ્ય પદોને અંત્ય પદોમાં ગોઠવવાથી આપેલાં ચાર પદોને બે રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવાશે. (૨) બંને પ્રમાણમાં મધ્ય પદો અને અંત્ય પદોનું સાથે સ્થળાંતર કરવાથી આપેલાં ચાર પદો ચાર રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવાશે. કારણ—ઉપર મુજબ ફેરફાર કરવાથી દરેક વખતે તેમાં તેજ બબે પદોનો ગુણાકાર બરાબર થાયછે, અને દરેક યુગ્મમાં સજાતિયજ પદો રહે છે. ઉપરના ચોથા દાખલાને નીચે ચાર રીતે પ્રમાણમાં ગોઠવી બતાવ્યો છે.

૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ. : ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. : : ·૭ મણ : ·૧૬ મણ (૧)
૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. : ૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ. : : ·૧૬ મણ : ·૭ મણ (૨)
·૧૬ મણ : ·૭ મણ : : ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. : ૧૬ $\frac{૧}{૪}$ રૂ. (૩)
·૭ મણ : · ૧૬ મણ : : ૧૬$\frac{૧}{૪}$ રૂ. : ૩$\frac{૫}{૬}$ રૂ. (૪)

☞ સાદી સંખ્યા માફક મધ્ય પદો કે અંત્ય પદોનું સ્થળાંતર જાૂદું જાૂદું કરવાથી અંત્યપદોનો ગુણાકાર મધ્ય પદોના ગુણાકારની બરાબર રહે છે, પણ તેમાં દરેક યુગ્મનાં પદો સજાતિય રહેતાં નથી. માટે નીચે બતાવેલી ચાર રીતે વિવિધ પરિમાણોનાં પદો ન ગોઠવાય. ઘણી વાર છોકરાં આવી ખોટી

રીતે પદો ગોઠવી જવાબ મેળવી લાવે છે, તેથી આ બાબતપર છોકરાંનું ખાસ લક્ષ ખેંચવું.

૧લા પ્રમાણમાં મધ્યપદો બદલવાથી. ૧૬$\frac{૧}{૪}$રૂ. : .૭ મણ : : ૩$\frac{૫}{૭}$રૂ. : .૧૬ મણ.
૨ જા પ્રમાણમાં ,, ૩$\frac{૫}{૭}$રૂ : .૧૬ મણ : : ૧૬$\frac{૧}{૪}$રૂ. : .૭ મણ.
૧લા પ્રમાણમાં અંત્યપદો બદલવાથી. .૧૬ મણ : ૩$\frac{૫}{૭}$રૂ. : : .૭ મણ : ૧૬$\frac{૧}{૪}$રૂ.
૨ જા પ્રમાણમાં ,, .૭ મણ : ૧૬$\frac{૧}{૪}$રૂ. : : .૧૬ મણ : ૩$\frac{૫}{૭}$રૂ.

૩. પ્રમાણનાં ત્રણ પદોપરથી ચોથું પદ કાઢવાનું.

પ્રમાણમાં બે અંત્યપદોનો ગુણાકાર બે મધ્યપદોના ગુણાકારની બરાબર હોય છે, માટે બે મધ્યપદોના ગુણાકારને એક અંત્યપદે ભાગવાથી બીજું અંત્યપદ નીકળે, અને બે અંત્યપદોના ગુણાકારને એક મધ્યપદે ભાગવાથી બીજું મધ્યપદ નીકળે. આ વાત સૂચક પદ્ધતિએ નીચેની રીતે કઢાવવી.

૧. **પહેલું પદ કાઢવા વિષે:**—( ) : ૧૨ : : ૧૪ : ૨૧. આમાં કેટલાં પદ આપેલાં છે ? ત્રણ. ક્યાં ક્યાં ? ૨, ૩, ૪. પ્રમાણનો નિયમ કયો ? બે અંત્યપદોનો ગુણાકાર બે મધ્યપદોના ગુણાકારની બરાબર હોયછે. આમાં મધ્યપદોનો ગુણાકાર કેટલો ? ૧૨ × ૧૪ = ૧૬૮. માટે અંત્યપદોનો ગુણાકાર પણ કેટલો આવવો જોઇએ ? ૧૬૮. તેમાં ચોથું પદ કેટલું છે ? ૨૧. બોલો ત્યારે પહેલા ને ચોથા પદનો ગુણાકાર ૧૬૮ આવવો જોઇએ, ને તેમાં ચોથું પદ ૨૧ છે તો પહેલું પદ કેમ કાઢવું ? ૧૬૮ને ૨૧એ ભાગીને. કેટલું આવે ? ૧૬૮ ÷ ૨૧ = ૮ જવાબ. બોલો ત્યારે પહેલું પદ કાઢવાને કેમ કરવું ? **બીજા અને ત્રીજા પદના ગુણાકારને ચોથા પદે ભાગવાથી પહેલું પદ નીકળે છે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). એજ રીતે ૨, ૩, ૪થું પદ કઢાવવું.

૨. **બીજું પદ કાઢવા વિષે:**—પહેલા ને ચોથા પદના ગુણાકારને ત્રીજા પદે ભાગવા.

૩. **ત્રીજું પદ કાઢવા વિષે:**—પહેલા ને ચોથા પદના ગુણાકારને બીજા પદે ભાગવા.

૪. **ચોથું પદ કાઢવા વિષે:**—બીજા ને ત્રીજા પદના ગુણાકારને પહેલા પદે ભાગવા.

મનોયત્ન:—મોટા લા. અં. મ. ૬૦ માના દા. ૭થી ૧૬ જુઓ.

દા. ૧૬. (૧૯—.૦૧૯) એ. : ૧૮ .૨૮૫૭૧૪એ. : : ( ): ૧૮૫ .૦૬ મ.

રીત:—૧૯—.૦૧૯ = ૧૮.૯૮૧ = ૧૮$\frac{૯૮૧}{૧૦૦૦}$ = $\frac{૧૮૯૮૧}{૧૦૦૦}$ એ., ૧૮$\frac{૨૮૫૭૧૪}{૯૯૯૯૯૯}$ = ૧૮$\frac{૨}{૭}$ = $\frac{૧૨૮}{૭}$ એ., ૧૮૫$\frac{૬}{૯૦}$ = ૧૮૫$\frac{૧}{૧૫}$ = $\frac{૨૭૭૬}{૧૫}$ મ. તેથી

$\frac{૧૮૯૮૧}{૧૦૦૦} \times \frac{૨૭૭૬}{૧૫} \times \frac{૭}{૧૨૮} = \frac{૩૬૮૮૩૮૭૯૨}{૧૯૨૦૦૦૦} = ૧૯૨\frac{૧૯૮૭૯૨}{૧૯૨૦૦૦૦}$ મણ. = ૧૯૨ મણ ૪.૧૪૧૫ શેર જ૦.

ટીપ:—ગુણાકારથી જવાબમાં સાદી સંખ્યા આવી. પણ યુગ્મમાં ત્રીજું ને ચોથું પદ એકજ જાતનું હોવું જોઇએ. માટે ચોથું પદ મણનું છે, તેથી જવાબ જોડે મણ શબ્દ લગાડયો.

ત્રિરાશિ.

૧. સમ ત્રિરાશિ.

૧. ત્રિરાશિની વ્યાખ્યા:—દા. ૧. ૪ મણના ૧૫ રૂપિઆ બેસે તો ૧૦ મણનું શું? આ દાખલામાં કેટલાં પદ આપેલાંછે? ત્રણ. કયાં કયાં? ૪ મણ, ૧૫ રૂ., ને ૧૦ મણ. તે પરથી શું શોધી કાઢવો છે? જવાબ. કેટલાં પદપરથી જવાબ કાઢવો છે? ત્રણ પદપરથી. ત્રણ પદપરથી જવાબ કાઢવાની રીતનું એક નામ પડેલું છે. ત્રણને **ત્રિ** કહે છે, ને પદને **રાશિ** કહે છે? શું નામ થયું? **ત્રિરાશિ.** શાને ત્રિરાશિ કહે છે? ત્રણ પદપરથી જવાબ શોધી કાઢવાની રીતને. બધાં સાથે બોલો. **કોઇ પ્રમાણનાં ત્રણ પદ આપેલાં હોય, તે પરથી જવાબ અથવા ચોથું પદ શોધી કાઢવાની રીતને ત્રિરાશિ કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૨. **રીત:**—ઉપરના દાખલામાં કેટલાં પદ લખાવેલાં છે? ત્રણ. એમાં જવાબને મળતું કયું પદ છે? ૧૫ રૂ. તેને પ્રમાણમાં ત્રીજું લખવું. કયા પદને ત્રીજું લખવું? જવાબને મળતા પદને. પાટીયામાં ૧૫ રૂ. પ્રમાણના ત્રીજા પદમાં લખવા. બધાં સાથે બોલો, **જવાબને મળતા પદને પ્રમાણમાં ત્રીજા પદે લખવું.** (પાટીયામાં લખી પાકું કરાવવું). હવે કેટલાં પદ બાકી રહ્યાં? બે. કયાં કયાં? ૪ મણ ને ૧૦ મણ. એ બંને પદો કેવાં છે? સજાતિય કે વિજાતિય? સજાતિય. દાખલામાં લખાવેલાં બંને સજાતિય પદો પહેલા યુગ્મમાં લખાય છે, પણ તેમાં અગ્રસરમાં કયું પદ મૂકવું, ને ઉપાગ્રસરમાં કયું પદ મૂકવું તે શીખવવાનું છે. બોલો આ દાખલામાં ૪ મણના કેટલા રૂ. બેસે છે? ૧૫ રૂ., તો ૧૦ મણના વધારે બેસે કે ઓછા? વધારે. કેટલા વધારે? ૪ મણથી ૧૦ મણ કેટલા ગણા છે? અઢીગણા. માટે જવાબ ૧૫ રૂ. થી કેટલા ગણો આવશે? અઢીગણો. હવે **પહેલું યુગ્મ ગોઠવતી વખત વિચાર કરવો કે જવાબ વધારે આવશે કે ઓછો. જો જવાબ વધારે આવવાનો હોય તો અગ્રસરમાં નાનું પદ ને ઉપાગ્રસરમાં મોટું પદ મૂકવું.** ચાલો એ નિયમ પ્રમાણે પહેલું યુગ્મ ગોઠવાવો?

મણ મણ રૂ.
૪ : ૧૦ : : ૧૫ : જવાબ રૂ.

પ્રમાણમાં ચોથું પદ કાઢવું હોય તો શું કરવું? બીજા ને ત્રીજા પદના ગુણાકારને પહેલા પદે ભાગવા. ચાલો તે રીતે હિસાબ ગણાવો? $\frac{૧૦ \times ૧૫}{૪} = \frac{૧૫૦}{૪} =$ રૂ. ૩૭–૮જ.

દા. ૨. ૧૫ દિવસની મજુરીના ૮ રૂ. મળે, તો ૫ દિવસની મજુરી શી મળશે? ઉપર મુજબ દાખલો ગણાવવો. પણ આમાં ૧૫ દિ ની મજુરી ૮ રૂ. છે. તો ૫ દિ. ની મજુરી ઓછી આવશે. માટે **પહેલા યુગ્મમાં અગ્રસર મોટું ને ઉપાગ્રસર નાનું આવશે.**

દિ. દિ. રૂ.

૧૫ : ૫ : : ૮ : જવાબ રૂ.

$\frac{૮ \times ૫}{૧૫} = \frac{૪૦}{૧૫} =$ રૂ ૨–૧૦–૮ જવાબ.

૩. **સમ ત્રિરાશિની વ્યાખ્યા:**—ઉપરનો પહેલો દાખલો જુઓ, એમાં મણ ને રૂ. વચ્ચે કેવો સંબંધ છે? જેમ મણ વધતા જાય છે તેમ જવાબ કેવો આવે છે? વધારે. બીજો દાખલો જુઓ. એમાં જેમ દિવસ ઘટતા જાયછે તેમ મજુરી કેવી આવે છે? ઓછી. **જે ત્રિરાશિમાં એક પરિમાણ વધવાથી બીજું વધે, કે એક પરિમાણ ઘટવાથી બીજું ઘટે તેને સમ ત્રિરાશિ કહે છે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૪. **સમ ત્રિરાશિથી કેવા દાખલા થાયછે તે વિષે:—અમુક ચીજની કીમત,** ચીજોની સંખ્યા વધે કે ઘટે તેમ કીમત પણ વધે કે ઘટે. **માલ લઇ જવાનું ભાડું,** માલ વધે કે ઘટે તે પ્રમાણમાં અથવા અંતર વધે કે ઘટે તે પ્રમાણમાં વધે કે ઘટે. **જમીનનું ગણોત,** જમીન વધે કે ઘટે અથવા મુદત વધે કે ઘટે તે પ્રમાણમાં વધે કે ઘટે. **મજુરની મજુરી,** મજુરની સંખ્યા વધે કે ઘટે અથવા વખત વધે કે ઘટે તે પ્રમાણમાં વધે કે ઘટે. ૪૦.

૨. વ્યસ્ત ત્રિરાશિ.

૧. દા. ૧. એક કામ ૧૦ માણસો ૧૫ દિવસમાં પૂરૂં કરે, તો ૨૦ માણસો કેટલા દિવસમાં પૂરૂં કરશે?

રીત:—આમાં જવાબને મળતું પદ કયુંછે? ૧૫ દિવસ. તેને પ્રમાણમાં ક્યાં મૂકવું? ત્રીજું. (પાટીયામાં ત્રીજા પદમાં ૧૫ દિવસ લખી લેવા). હવે કેટલાં પદ બાકી રહ્યાં? બે. ક્યાં ક્યાં? ૧૦ માણસ ને ૨૦ માણસ. ૧૦ માણસ કેટલા દિવસમાં કરી શકેછે? ૧૫ દિવસમાં. તો ૨૦ માણસને વધારે દિવસ લાગે કે ઓછા? ઓછા. કેટલા ઓછા? ૧૦ માણસથી ૨૦ માણસ કેટલા ગણાં છે? બમણાં. માટે ૧૫ દિવસથી કેટલા ગણો ઓછો જવાબ આવશે? બમણો. ત્રીજા પદથી ઓછો જવાબ આવવાનો હોય તો પહેલા યુગ્મના અગ્રસરમાં કેવું પદ મૂકવું? મોટું. ને ઉપાગ્રસરમાં...નાનું. આ દાખલામાં

અગ્રસરમાં શું મૂકવું ? ૨૦ માણસ. ને ઉપાગ્રસરમાં...૧૦ માણસ. ચાલો એ રીતે મૂકી હિસાબ ગણાવો ?

મા. મા. દિ.

૨૦ : ૧૦ : : ૧૫ : જવાબ દિ.

$\frac{૧૦\times૧૫}{૨૦} = \frac{૧૫૦}{૨૦} = ૭\frac{૧}{૨}$ દિવસ જવાબ.

દા. ૨. એક કોઠારનું અનાજ ૫૦ માણસને ૨૦ દિવસ ચાલે એટલુંછે, તો ૧૦ માણસને કેટલા દિવસ ચાલશે?

દાખલો ઉપર મુજબ ગણાવવો. પણ આમાં માણસની સંખ્યા ઘટવાથી અનાજ વધારે દિવસ ચાલશે. માટે પહેલા યુગ્મના અગ્રસરમાં નાનું પદ ને ઉપાગ્રસરમાં મોટું પદ આવશે.

મા. મા. દિ.

૧૦ : ૫૦ : : ૨૦ : જવાબ દિ.

$\frac{૫૦\times૨૦}{૧૦} = \frac{૧૦૦૦}{૧૦} =$ ૧૦૦ દિવસ જવાબ.

૨. **વ્યસ્ત ત્રિરાશિની વ્યાખ્યાઃ**—ઉપરનો પહેલો દાખલો જુઓ એમાં જેમ કામ કરનારની સંખ્યા વધેછે તેમ જવાબ ત્રીજા પદ કરતાં કેવો આવેછે ? **ઓછો.** બીજો દાખલો જુઓ એમાં જેમ અનાજનો ખપ **ઘટતો જાયછે** તેમ જવાબ કેવો આવેછે ? **વધારે. જે ત્રિરાશિમાં એક પરિમાણ વધવાથી બીજું ઘટે, અથવા એક પરિમાણ ઘટવાથી બીજું વધે તેને વ્યસ્ત ત્રિરાશિ કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી). સમત્રિરાશિ શાને કહેછે ? ત્રિરાશિની કેટલી જાત થઇ ? એ બેમાં શો તફાવત છે ? વગેરે સવાલો પૂછી પાકું કરાવવું.

૩. **વ્યસ્ત ત્રિરાશિથી કેવા દાખલા થાયછે તે વિષેઃ—કામ કરનારની સંખ્યા,** જેમ વધે કે ઘટે તેમ કામ કરવાના દિવસ ઘટે કે વધે. **વસ્તુનોભાવ,** જેમ વધે કે ઘટે તેમ તે ભાવે આપવાનું વજન ઘટે કે વધે. **દાણાનો સંગ્રહ,** જેમ ખપ વધે કે ઘટે તેમ સંગ્રહ ચાલવાના દિવસ ઘટે કે વધે. **એકજ ભાડામાં લઇ જવાના માલનું વજન,** જેમ વધે કે ઘટે તેમ લઈ જવાનું અંતર ઘટે કે વધે. **દરરોજ કામ કરવાનો વખત,** જેમ વધે કે ઘટે તેમ કામ પૂરું કરવાના દિવસ ઘટે કે વધે. **કપડાંની પહોળાઇ,** જેમ વધે કે ઘટે તેમ લંબાઈ ઘટે કે વધે. **અમુક કીમત પૂરી કરવાને જેમ સિક્કાની કીમત,** વધે કે ઘટે તેમ સિક્કાની સંખ્યા ઘટે કે વધે. ઇત્યાદિ.

૩. ત્રિરાશિ માટે સામાન્ય સૂચનાઓ.

૧. પ્રમાણનાં દરેક યુગ્મમાં પદો **સજાતિય જોઇએ,** એટલુંજ નહિ

પણ એકજ નામનાં જોઇએ. માટે દાખલામાં જે ત્રણ પદ આપ્યાં હોય તેમાંથી જવાબની જાતના પદને જવાબ જે જાતમાં આણવો હોય તે જાતમાં આણીને ત્રીજા પદમાં મૂકવું. બાકીનાં બે પદો જે એકજ જાતનાં રહે તેને એકજ નામમાં આણીને પહેલા યુગ્મમાં ગોઠવવાં. એકજ નામમાં આણવાને ચઢતી ને ઉતરતી બંને જાતની ભાંજણી કામ લાગેછે, પણ અપૂર્ણાંક શીખેલાં માટે ચઢતી ભાંજણીની રીત વધારે લાભકારક છે કેમકે તેથી હિસાબ ટૂંકામાં થાયછે

૨. જવાબ કાઢવા માટે બીજા ને ત્રીજા પદના ગુણાકારને પહેલા પદે ભાગવા પડેછે. માટે પહેલા પદનો સંક્ષેપ બીજા ત્રીજા પદ જોડે જતો હોય તો કાઢવો. અપૂર્ણાંક પદો હોય તો અપૂર્ણાંક રીતે ગુણાકાર ભાગાકાર કરવો.

૩. સમ અને વ્યસ્ત ત્રિરાશિની રીત પાકી સમજાવા માટે શિક્ષકે પ્રથમ સહેલા દાખલા મોંએ બનાવી ચલાવવા. તેને માટે અમે રીતમાં સમ અને વ્યસ્ત ત્રિરાશિથી કેવી જાતના દાખલા થાયછે તે આપેલું છે. રીત પાકી થયા પછી ગણિતમાંથી દાખલા ચલાવવા. તે શરૂ કરતાં પહેલાં નીચેની વાત છોકરાંને સમજાવવી.

૪. જે બે જાતનાં પદ આપ્યાં હોય, તેમાં પ્રમાણનો સંબંધ ન હોય તો તેવા દાખલા ત્રિરાશિથી ન થાય, અથવા જે જાતનો સંબંધ આપ્યો હોય તેવો જવાબ ન માગ્યો હોય તો તેના દાખલા ન થાય જેમ.—

દા. ૧. એક માણુસ એક સેકંદમાં ત્રણ ફૂટ ઊંચું કૂદે તો એક કલાકમાં કેટલું ઊંચું કૂદશે.

દ. ૨. ચાર વરસની ગાયના ૨૦ રૂ. તો ૧૦ વરસની ગાયનું શું બેસે?

દા. ૩. ૭ શેર ઘીના ૩રૂ. બેસે તો ૫ મણ સાકરની શી કીમત ? ૪૦ ઈ૦.

☞ કન્યાશાળામાં અપૂર્ણાંકનો વિષય ચાલ્યા પહેલાં ચોથા ધોરણમાં ત્રિરાશિનો વિષય દાખલ કરેલોછે. તેથી તેમને ગુણોત્તર તથા પ્રમાણ શીખવી શકાય નહિ. માટે અમે ઉપર બતાવેલી રીતે તેમને ત્રિરાશિ શીખવી શકાશે નહિ. એને માટે કન્યાશાળાના ચોથા ધોરણમાં ત્રિરાશિ કેવી જાતની કેમ શીખવવી તે નીચે આપીએ છીએ. પાંચમા ધોરણમાં અપૂર્ણાંક ચાલ્યા પછી ત્રિરાશિનો વિષય ઉપર બતાવ્યા મુજબ ચલાવવોજ.

૪. કન્યાશાળાના ચોથા ધોરણમાં ત્રિરાશિ શીખવવાની રીત.

ત્રણ પદપરથી જવાબ કાઢવો પડે એવા પૂર્ણાંક ત્રિરાશિના દાખલા શીખવવા. દાખલાઓમાં અર્થ દર્શક, ભાર દર્શક, મહત્વ દર્શક, કાળ દર્શક એ ચારે જાતનાં કોષ્ટકોનો ઉપયોગ કરવો પડે એવા પસંદ કરવા. નીચેને ક્રમે શીખવવું શરૂ કરવું.

(૧) ગુણાકારથી થાય તેવા દાખલા:—દા. ૧. ૩ ચોપડીની કીમત ૧ રૂ. ૯ આ. ૮ પાઇ તો ૧૨ ચોપડીની કીમત શી? **રીત—**૩ ચોપડીની કીમત શી લખાવીછે? રૂ. ૧–૯–૮. પણ આપણે કેટલી ચોપડી લેવી છે? ૧૨. ૩ કરતાં ૧૨ કેટલા ગણી? ૪ ગણી. માટે કેટલા ગણા પૈસા બેસે? ૪ ગણા. નીચે મુજબ રીત કરાવવી.

ચો. ની કીમત	રૂ. આ. પા.	તો ચો. નું શું?
૩	૧—૯—૮	૧૨
	× ૪	
	૬—૬—૮ જવાબ.	

☞ ઘણા શિક્ષકો ત્રિરાશિ શીખવીએ છીએ, માટે પ્રમાણમાં ગોઠવ્યા વગર દાખલો કરાવજ નહિ, માટે વગર સમજે પોપટીયા જ્ઞાનની માફક પ્રમાણ ગોઠવાવી દાખલાઓ છોકરાંઓ પાસે કરાવેછે. તેવી ખોટી રીત મૂકી દેવી. એવા શિક્ષકોને અગે હોપકૃત અંકગણિતની ૭૦–૭૧ મી કલમ શરૂઆતમાં ત્રિરાશિ શીખવવા માટે આપેલીછે તે વાંચવાની ભલામણ કરીએ છીએ.

દા. ૨. ૫ શેર બદામનો રૂ. ૧–૬–૩ તો ૪૦ શેરનું શું? દા. ૩. એક માણસ ૩ દિવસમાં ૬૫ ગાઉ ૨૪૦ દંડ ૩ હાથ ચાલે તો ૨૧ દિવસમાં કેટલું ચાલે? દા. ૪. એક કડીઓ ૯ દિવસમાં ૪૬ ગજ ૪ તસુ લાંબી ભીંત ચણે તો ૬૩ દિવસમાં કેટલી ચણશે? દા. ૫. એક સુતારને ૨ ખુરશી ઘડતાં ૩ દિવસ ૧૨ ઘડી લાગે તો ૧૨ ખુરશી ઘડતાં કેટલો વખત લાગશે? ઇ૦. આ દાખલાઓ નમુના દાખલ સમજવા. શિક્ષકોએ દરેક જાતના દાખલાનાં ઘણાં ઉદાહરણ લઇ એક રીત પાકી થયે બીજી ચલાવવી. આથી વિવિધ પરિમાણના ગુણાકારની રીત પણ પાકી થશે.

(૨) ભાગાકારથી થાય તેવા દાખલા:— ૮ મણ જુવારના ૬ રૂ. ૯ આના પડે, તો ૨ મણ શું? **રીત—**૮ મણ જુવારની શી કીમત લખાવી છે? રૂ. ૬–૯. પણ આપણે કેટલા મણ લેવીછે? ૨ મણ. ૨ મણ એ ૮ મણનો કેટલામો ભાગ? ચોથો. માટે કેટલી કીમત બેસે? ચોથા ભાગની. તેથી શું કરવું? રૂ. ૬–૯ ને ચારે ભાગવા. નીચે મુજબ રીત કરાવવી.

મણના	રૂ. આ. પા.	તો મણનું શું?
૮	૪) ૬ — ૯ — ૦	૨
	૧—૧૦—૩ જવાબ.	

આ જાતના ઘણા હિસાબે ચારે જાતના કોષ્ટકોના લઇ રીત પાકી કરાવવી.

(૩) ભાગાકાર ગુણાકારથી થાય તેવા દાખલા:—૩ વસ્તુની

કીમત રૂ. ૨-૪-૩ પડે તો ૭ વસ્તુનું શું પડશે? રીત—આમાં કેટલી વસ્તુની કીમત લખાવીછે? ૩ વસ્તુની. શી કીમત છે? રૂ. ૨-૪-૩. પણ આપણે ૧ વસ્તુ લેવી હોય તો શું કરવું? રૂ. ૨-૪-૩ને ત્રણે ભાગવા. શું આવ્યું? રૂ. ૦-૧૨-૧. પણ આપણે કેટલી વસ્તુ લેવીછે? ૭. માટે શું કરવું? રૂ. ૦-૧૨-૧ને સાતે ગુણવા. પાટીયાપર નીચે મુજબ રીત થશે.

વસ્તુના	રૂ. આ. પા.	તો વસ્તુનું શું?
૩	૩) ૨ — ૪ — ૩	૭
	૦ — ૧૨ — ૧	૧ વસ્તુની કીમત.
	× ૭	
	૫ — ૪ — ૭	૭ વસ્તુની કીમત જવાબ.

શિક્ષકે આ જાતનાં ઘણાં ઉદાહરણ ચારે જાતનાં કોષ્ટકોનાં લેવાં. પણ તેમાં એટલું યાદ રાખવું કે ૧ વસ્તુની કીમત કાઢતાં પૂર્ણાંક જવાબ આવે. આને માટે શિક્ષકે દાખલાઓ પ્રથમથી તૈયાર કરી લાવવાજ જોઇએ.

☞ ઉપર અમે જે ત્રણ રીતો બતાવી તેથી તો તે રીતોને લગતાજ જે હિસાબ હોય તેટલાજ થાય માટે બધી જાતના હિસાબો થાય તેવી રીત નીચે આપીએ છીએ.

(૪) **ગુણાકાર ભાગાકારથી થાય તેવા દાખલા:**—૭ ગાયના ૬૦ રૂ. પડે તો ૨૦ ગાયનું શું? **રીત**—આમાં કેટલી ગાયની કીમત લખાવી છે? ૭ ગાયની. શી કીમત છે? ૬૦ રૂ. પણ આપણે ૧ ગાય લેવી હોય તો શું કરવું? રૂ. ૬૦ને ૭એ ભાગવા. ચાલો ભગાવો શો જવાબ આવ્યો? રૂ. ૮-૯-૧$\frac{5}{7}$. કેટલી ગાય લેવીછે? ૨૦. માટે શું કરવું? રૂ. ૮-૯-૧$\frac{5}{7}$ ને ૨૦એ ગુણવા; ગુણાવી શકશો? ના. (છોકરીઓને અપૂર્ણાંક ગુણાકાર આવડતા નથી માટે ગણી શકશે નહિ). ત્યારે બધાં ધ્યાન રાખો હું તમને બીજી રીતે આવા દાખલા ગણતાં શીખવું. આમાં કેટલી ગાયની કીમત લખાવીછે? ૭ ગાયની. શી કીમત છે? રૂ. ૬૦. ચાલો કેટલી ગાય લેવીછે? ૨૦. માટે આપણે ૬૦ રૂ ને ૨૦ એ ગુણીએ તો કેટલી ગાયની કીમત આવે? ૧૪૦ ગાયની. ચાલો ૧૪૦ ગાયની શી કીમત આવી? ૧૨૦૦ રૂ. પણ આપણે ૧૪૦ ગાય ન લેતાં ૭ ગાય લેવી હોય તો શું કરવું? ૧૨૦૦ રૂ. ને સાતે ભાગવા. એટલે કેટલી ગાયની કીમત આવશે? ૨૦ ગાયની. ચાલો ગણાવો શો જવાબ આવ્યો? રૂ. ૧૭૧-૬-૧૦$\frac{2}{7}$ પાઈ. પાટીયાપર નીચે મુજબ રીત થશે.

ગાયના	રૂ.	આ.	પા.	' તો ગાયનું શું ?
૭)	૬૦ — ૦ — ૦			૨૦
	૮ — ૯ — ૧$\frac{૫}{૭}$ ૧ ગાયની કીમત.			
	× ૨૦			

ગાયના	રૂ.	આ.	પા.	તો ગાયનું શું ?
૭	૬૦ — ૦ — ૦			૨૦
	× ૨૦			
	૭) ૧૨૦૦ —૦— ૦ ૧૪૦ ગાયની કીમત.			
	૧૭૧ — ૬ — ૧૦$\frac{૨}{૭}$ જવાબ ૨૦ ગાયની કીમત.			

હવે શિક્ષકે ગમે તેવા ચારે જાતનાં કોઠકોનો ઉપયોગ કરવો પડે તેવા દાખલા લઇ આ રીત પાકી કરાવવી.

(૫) ઉતરતી ભાંજણીનો ઉપયોગ કરવો પડે તેવા દાખલાઃ— દા. ૧. ૧૧ મણ ૧૭ શેરના રૂ ૨૫–૮–૪ તો ૭ મણ ૩ શેરનું શું ? દા. ૨. ૩ ગજ ૪ તસુના રૂ. ૮–૭–૫ તો ૧૨ ગજ ૭ તસુનું શું ? દા. ૩. ૪ ગાઉ ૨૦૦ દંડ ચાલતાં ૩ ઘડી ૨૦ પળ લાગે તો ૨૦ ગાઉ ચાલતાં કેટલો વખત લાગે ? ઇ૦ ઇ૦.

(૬) વ્યસ્ત ત્રિરાશિના દાખલા:—દા. ૧. એક કામ ૪ દિવસમાં પૂરૂં કરવાને ૫ માણસ જોઇએ, તો ૨ દિવસમાં પૂરૂં કરવાને કેટલાં માણસ જોઇએ ? **રીત**—૪ દિવસમાં પૂરૂં કરવાને કેટલાં માણસ જોઇએછે ? ૫ માણસ. પણ આપણે તે કામ ૧ દિવસમાં પૂરૂં કરવું હોય તો કેટલાં માણસ જોઇએ ? વધારે. કેટલા ગણાં ? ચાર ગણાં. કેટલાં થાય ? ૨૦. પણ આપણે ૧ દિવસમાં ન કરાવતાં ૨ દિવસમાં કરાવવું હોય તો વધારે માણસ જોઇએ કે ઓછાં ? ઓછાં. કેટલા ગણાં ? બમણાં. માટે શું કરવું ? બેએ ભાગવા. કેટલાં આવે ? ૧૦ માણસ. પાટીયામાં નીચે મુજબ રીત કરાવવી.

દિવસમાં	માણસ	તો દિવસમાં કેટલાં જોઇએ ?
૪	૫	૨
	× ૪	
	૨) ૨૦ માણસ ૧ દિવસમાં જોઇએ.	
	૧૦ માણસ ૨ દિવસમાં જોઇએ. જવાબ.	

અમે ઉપર વ્યસ્ત ત્રિરાશિમાં બતાવેલું છે તેવા દાખલા હવે ચલાવવા.

☞ ઉપર બતાવેલા સઘળા પ્રકાર પૂરા થયા પછી સરકારી ગણિતમાંથી ત્રિરાશિના આપેલા દાખલામાંથી પૂર્ણાંક ત્રિરાશિના દાખલા અનુક્રમે પુનરાવર્ત્તન દાખલ ગણાવી જવા. તેથી આ રીત સચોટ થશે. **છોકરાઓને**

પણ ત્રિરાશિનો વિષય શરૂ કરતાં પહેલાં કન્યાશાળા માટે ત્રિરાશિ શીખવવાની ઉપર રીત આપીછે તેમ ચલાવી ગયા પછી ગુણોત્તર ને પ્રમાણ શીખવી ત્રિરાશિનો વિષય શરૂ કરે તો હાલ જે મુશ્કેલીઓ ત્રિરાશિ શીખવવામાં શિક્ષકોને નડે છે તે ઓછી થાય.

બહુરાશિ.

૧. **વ્યાખ્યાઃ**—દા. ૧. ૩ ખાંડી બોજો ૯ ગાઉ લઇ જવાને ૨૪ રૂ. બેસે, તો ૮ ખાંડી બોજો ૪ ગાઉ લઈ જવાને કેટલી મજુરી બેસશે?

વાંચો આમાં શો જવાબ કાઢવો છે? કેટલા રૂ. મજુરી બેસશે તે. જવાબની જાતનું પદ કયું છે? ૨૪ રૂ. આમાં એક જાતનાં બબ્બે પદ કયાં છે? ૩ ખાં. ને ૮ ખાં. તથા ૯ ગા. ને ૪ ગા. કેટલી જાતનાં બબ્બે પદો છે? બે જાતનાં. કઈ કઈ? ખાં. ને ગા. દરેક જાતમાં કયા પદનો સંબંધ જવાબ સાથે છે? ૩ ખાં. ને ૯ ગા. નો. દરેક જાતમાં બાકીનાં પદો શામાટે છે? જવાબ કાઢવાને. આ દાખલામાં કુલ કેટલાં પદ છે? પાંચ. ત્રણ પદપરથી જવાબ કાઢવાની રીતને આપણે શું કહીએ છીએ? ત્રિરાશિ. તો પાંચ પદપરથી જવાબ કાઢવાની રીતને આપણે શું કહીએ? પાંચરાશિ. પાંચને સંસ્કૃતમાં પંચ કહે છે, માટે શું કહેવાય? પંચરાશિ. સાત પદપરથી જવાબ કાઢવો હોય તો...સાતરાશિ (સપ્તરાશિ), નવ પદપરથી જવાબ કાઢવો હોય તો... નવરાશિ. આમ જેટલાં પદપરથી જવાબ કાઢવો હોય તેટલી રાશિ કહેવાય. પણ કેટલાક લોક આમ નોખાં નોખાં નામ ન આપતાં જે દાખલામાં ત્રણ પદથી વધારે પદ હોય તેને બહુરાશિ કહેછે. શું કહેછે? બહુરાશિ. કેટલાં પદના દાખલાને બહુરાશિ કહેછે? પાંચ, સાત, નવ, ૯૦. બધાં સાથે બોલો, કેટલીક **વખત દાખલામાં બે અથવા વધારે જાતનાં બબ્બે પદો આપેલાં હોય છે, અને દરેક જાતના એક પદનો સંબંધ જવાબની જાતના પદ સાથે આપેલો હોય છે તેપરથી** જવાબ **શોધી કાઢવાની રીતને બહુરાશિ કહેછે.** (વ્યાખ્યા પાટીયામાં લખી પાકી કરાવવી).

૨. **લાંબી રીતઃ**—ઉપરનોજ દાખલો લઇને—આમાં જવાબની જાતનું પદ કયું છે? કઇ જાતનાં બબ્બે પદો આપેલાં છે? તેમાં કયાં પદોનો સંબંધ જવાબ જોડે છે? આ જાણવા સુગમ પડે માટે નીચે મુજબ પદો દાખલામાંથી જૂદાં તારવવાં.

ખાં.	ગા.	રૂ. મજુરી.
૩	૯	૨૪
૮	૪	

આમાં કેટલી જાતનાં બબ્બે પદો છે? બે. કઇ કઇ? ખાં ને ગા. આમાં

કયાં પદનો સંબંધ જવાબ જોડેછે? ૩ ખાં. ને ૯ ગા. નો. જુઓ આમ પદો તારવવાથી તમને જવાબ આપવાને કેટલી સુગમતા પડેછે, માટે હમેશાં બહુરાશિમાં આમ પદો જૂદાં કાઢવાં. આમાં બે જાતનાં પદો છે માટે આ દાખલો બે જૂદી જૂદી ત્રિરાશિથી થશે.

૧ લીઃ—૩ ખાં. બોજો ૯ ગા. લઇ જવાને ૨૪ રૂ. મજુરી બેસે, તો ૮ ખાં. બોજો ૯ ગા. લઇ જવાને કેટલી મજુરી બેસશે?

આ રીતે દાખલો ગણવાથી બંનેમાં અંતર કેવું થાય છે? સરખું. માટે તે દાખલો ગણવામાં લેવું પડશે? ના. માટે કઇ રીતે આ દાખલો થશે? ત્રિરાશિથી. ચાલો તમે ગણાવો?

ખાં. ખાં. રૂ. મજુરી.

૩ : ૮ : : ૨૪ : જવાબ રૂ. મજુરી.

$\frac{૮ \times ૨૪}{૩}$ રૂ. જવાબ મજુરી. (ટૂંકું રૂપ જવાબમાંથી ન કઢાવવું).

૨ જીઃ—૮ **ખાં. બોજો** ૯ ગાઉ લઇ જવાને $\frac{૮ \times ૨૪}{૩}$ રૂ. મજુરી બેસે, તો ૮ **ખાં. બોજો** ૪ ગા. લઇ જવાને કેટલા રૂ. મજુરી બેસશે?

આમાં આપણે બોજો બંનેમાં કેવો થાયછે? સરખો. માટે તે દાખલો ગણવામાં લેવો પડે? ના. માટે કઇ રીતે આ દાખલો થશે? ત્રિરાશિથી. ગણાવો?

ગા. ગા. રૂ. મજુરી

૯ : ૪ : : $\frac{૮ \times ૨૪}{૩}$: જવાબ રૂ. મજુરી.

$\frac{૪ \times ૮ \times ૨૪}{૩ \times ૯} = \frac{૨૫૬}{૯}$ = રૂ. ૨૮–૭–૧⅓ જવાબ.

૩. **ટૂંકી રીતિઃ**—બરાબર ધ્યાન આપો, આવી જાતના હિસાબ ગણવાની હું તમને એક ટૂંકી રીત બતાવુંછું એમ કહી નીચેની રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલો ગણાવતાં જવું.

દાખલામાંથી પદો જૂદાં તારવ્યા પછી જવાબને મળતું પદ ત્રીજું લખવું. પછી એક જાતનાં બે પદ લઇ જવાબની જાતના પદ સાથે પ્રમાણ જોઇ વિચાર કરવો કે જવાબ વધારે આવશે કે ઓછો. વધારે આવવાનો હોય તો ત્રિરાશિનીમાફક નાનું પદ અગ્રસરમાં ને મોટું પદ ઉપાગ્રસરમાં લખવું. પછી બીજી, ત્રીજી એમ જેટલી જાતનાં બબે પદ હોય તેમને જવાબની જાતના પદ સાથે પ્રમાણ જોઇ ગોઠવવાં. દરેક જાતનાં બબે પદ ગોઠવતા વખત બાકીની જાતનાં પદ સરખાંજછે એમ જાણવું. પછી બધાં બીજાં પદ અને ત્રીજું પદ એમના ગુણાકારને બધાં પહેલાં પદના ગુણાકારે ભાગવા. દરેક યુગ્મમાં બે પદ એકજ નામનાં કરવાં ને સંક્ષેપ જાયતો કાઢવો.

$\left.\begin{array}{l} ૩ \text{ ખાં.} : ૮ \text{ ખાં.} \\ ૯ \text{ ગા.} : ૪ \text{ ગા.} \end{array}\right\}$: : ૨૪ રૂ. મજુરી : જવાબ રૂ. મજુરી.

માટે, જવાબ= $\frac{૮ \times ૪ \times ૭૨}{૩ \times ૯}$ = $\frac{૨૫૬}{૯}$ = રૂ. ૨૮–૭–૧⅓.

બંને રીતે જવાબ એકજ આવેછે એટલુંજ નહિ, પણ ઉલટે લાંબી રીતમાં જે પદોના ગુણાકારને જે પદોના ગુણાકારે ભાગવા પડેછે, તેમજ ટૂંકી રીતમાં થાયછે એ છોકરાંને મેળવી બતાવી ટૂંકી રીતની ખાત્રી કરાવવી. હવે ટૂંકી રીતે આ જાતનાં મનોયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી.

સાંકળ રીતિ.

૧. **વ્યાખ્યા**:—દા. ૧. ૩ શેર ચાહની કીમત ૪ શેર બુંદની કીમત બરાબર છે, અને ૬ શેર બુંદની કીમત ૨૦ શેર ખાંડની બરાબર છે; તો ૯ શેર ચાહની કેટલા શેર ખાંડ આવશે ?

ઉપરનો દાખલો વાંચો એમાં શો જવાબ કાઢવોછે? કેટલા શેર ખાંડ આવશે તે. શાની? ૯ શેર ચાહની. તેને માટે હિસાબમાં શું પ્રમાણ આપેલુંછે? ૩ શેર ચાહની કીમત = ૪ શેર બુંદની કીમત, અને...૬ શેર બુંદની કીમત=૨૦ શેર ખાંડની કીમત. આમ **એક નામના પરિમાણ બરાબર બીજા નામનું, બીજા નામના કોઇ પરિમાણ બરાબર ત્રીજા નામનું, ત્રીજા નામના કોઇ પરિમાણ બરાબર ચોથા નામનું, એમ બરાબરપણાનો સંબંધ ધરાવનારાં જૂદા જૂદા નામનાં પરિમાણો આપ્યાં હોય, તેમાંના કોઇ એક નામના આપેલા પરિમાણની બરાબર કોઇ બીજા નામનું પરિમાણ શોધી કાઢવાની રીતને સાંકળ રીતિ કહેછે. કેમકે ઘણા નામનાં બરાબર પદો એક સાંકળની પેઠે જોડાઇ જાયછે.** (વ્યાખ્યા પાકી કરાવવી).

૨. **લાંબી રીતિ**:—ઉપરનોજ દાખલો લઇને—આમાં ક્યાં ક્યાં પરિમાણો બરાબર આપેલાંછે, તે જાણવા સુગમ પડે માટે નીચે મુજબ પદો દાખલામાંથી જૂદાં તારવવાં.

શે. ચા.		શે. બું.		
૩	=	૪		શે. ખાં.
		૬	=	૨૦
૯	=	કેટલા શેર ખાંડ?		

આંમાં કેટલાં બરાબર પરિમાણો આપ્યાંછે? બે. માટે આ દાખલો જૂદી જૂદી બે ત્રિરાશિથી થશે.

૧ લીઃ—૩ શેર ચાહના ૪ શેર બુંદ આવે તો ૯ શેર ચાહના કેટલા શેર બુંદ આવશે? ચાલો ગણાવો ?

શે. ચા. શે. ચા. શે ખું.

૩ : ૯ : : ૪ : જવાબ શે. ખું.

$\frac{૯×૪}{૩}$ શેર ખુંદ (જવાબમાંથી ટૂંકું રૂપ ન કરાવવું).

૨ જી:—૬ શેર ખુંદની ૨૦ શેર ખાંડ આવે, તો $\frac{૯×૪}{૩}$ શેર ખુંદની કેટલા શેર ખાંડ આવશે? ચાલો ગણાવો?

શે. ખું. શે. ખું. શે. ખાં.

૬ : $\frac{૯×૪}{૩}$: : ૨૦ : જવાબ શેર ખાંડ.

$\frac{૯×૪×૨૦}{૬×૩}$ = ૪૦ શેર ખાંડ જવાબ.

૩. ટૂંકી રીતિ:—બરાબર ધ્યાન આપો, આવી જાતના હિસાબ ગણવાની હું તમને એક ટૂંકી રીત બતાવુંછું. એમ કહી નીચેની રીત કડકે કડકે કહેતાં જવી ને દાખલો ગણાવતાં જવું.

જે જવાબ માગ્યો હોય તે જવાબ=જેનો જવાબ કાઢવો હોય તે લખવું, અને જેનો જવાબ કાઢવો હોય તે જાતની બીજી રકમ અથવા તેની સજાતિય રકમ જવાબ નીચે ડાબા હાથ ભણી લખવી, ને તેની બરાબરની રકમ તેની સામે જમણા હાથ ભણી લખવી, પછી તેની જાતિનું પદ ડાબા હાથ તરફ અને તેની બરાબરનું જમણા હાથ તરફ એમ આપણે જે જાતનો જવાબ માગેલો છે તે જાતિનું પદ જમણા હાથ તરફ છેક છેલ્લું આવે ત્યાં સૂધી કરતાં જવું. પછી જમણી તરફની બધી સંખ્યાઓના ગુણાકારને ડાબી તરફની બધી સંખ્યાઓના ગુણાકારે ભાગવા, ભાગાકાર આવશે તે જવાબ.

આમાં રીત પ્રમાણે જવાબ—શેર ખાંડ=૯ શે. ચા.

૩ શે. ચા.=૪ શે. ખું.

૬ શે. ખું.=૨૦ શે. ખાં.

માટે જવાબ = $\frac{૯×૪×૨૦}{૩×૬}$ =૪૦ શેર ખાંડ જવાબ.

બંને રીતે જવાબ એકજ આવે છે એટલુંજ નહિ, પણ છેવટે લાંબી રીતમાં જે પદોના ગુણાકારને જે પદોના ગુણાકારે ભાગવા પડે છે, તેજ ટૂંકી રીતમાં થાય છે, એ છોકરાંને મેળવી બતાવી ટૂંકી રીતની ખાત્રી કરાવવી. હવે ટૂંકી રીતે આ જાતનાં મનોયત્ન લઇ રીત પાકી કરાવવી. હુંડીઓ અને વટાવનાં દાખલામાં સાંકળરીતિનો ઉપયોગ થાયછે, માટે તેવા દાખલા ચલાવતાં પહેલાં તેની સમજણ પાડવી.

વ્યાજ.

૧. સાદું અથવા સૂઠ વ્યાજ.

૧. **શીખવવાની રીતઃ**—સાદા વ્યાજના હિસાબ પંચરાશિ રીતે થાય છે. પણ તેના સાંકેતિક શબ્દોના અર્થ આવડયા વગર છોકરાં આવા દાખલા ગણી શકશે નહિ. માટે પ્રથમ વ્યાજના સાંકેતિક શબ્દોના અર્થ શીખવવા. એટલે છોકરાં પોતાની મેળે આવા હિસાબ ગણી શકશે. આ રીત પાકી થયા પછી વ્યાજના હિસાબ ગણવાની ટૂંકી રીત જેને **વ્યાજના કોઠા** કહેછે, તે દાખલાઓપરથી છોકરાં પાસે કઢાવી તે રીતે દાખલાઓ ગણાવવા. કેમકે તેથી હિસાબ ટૂંકામાં થાય છે.

૨. **સાંકેતિક શબ્દોના અર્થઃ**—अ. આપણે બીજાના પૈસા જેટલો વખત રાખીએ, તે બદલ તેને તેના પૈસા ઉપરાંત વધારો આપીએ તેને તે પૈસાનું **વ્યાજ** કહે છે.

ब. જેટલા પૈસા વ્યાજે લઈએ તેને **મુદ્દલ** કહે છે.

क. મુદ્દલ રૂપિઆ જેટલો વખત રાખીએ તેને **મુદ્દત** કહે છે.

ड. મુદ્દલ અને વ્યાજના રૂપિઆ મળીને જે રકમ થાય તેને **રાંશ** અથવા **વ્યાજ મુદ્દલ** કહે છે.

ઉદાહરણ—મગને છગનના ૪૦૦ રૂ. ૬ માસ રાખ્યા, તે બદલ મગને છગનને ૧૨ રૂ. વધારે આપ્યા તો ૧૨ રૂ. વ્યાજના કહેવાય, ૪૦૦ રૂ. મુદ્દલ કહેવાય, ૬ માસ મુદત કહેવાય, અને ૪૦૦ + ૧૨ = ૪૧૨ રૂ. રાશ અથવા વ્યાજ મુદ્દલ કહેવાય.

इ. રૂપિઆ વ્યાજે લેતી વખત મુદ્દલ રૂ. નું શા પ્રમાણે વ્યાજ ગણવું તેને માટે પ્રથમથી અમુક રૂપિઆનું અમુક મુદત સુધીનું વ્યાજ ઠરાવવામાં આવે છે, તેને તેરીખ અથવા દર કહે છે. તેરીખ અથવા દર ચાર રીતે ઠરાવવામાં આવે છે તે નીચે મુજબ.

(૧) ઇંગ્રેજી રીત પ્રમાણે ૧૦૦ રૂ. એ ૧ વરસે અમુક ટકા (રૂ). ટૂંકામાં બોલવાને 'અમુક ટકા' આમ બોલે છે. આપણા દેશમાં નીચે બતાવેલી ત્રણ રીતે તેરીખ ઠરાવવામાં આવે છે. અને તે પણ ટૂંકામાં બોલાય છે. માટે છોકરાં હિસાબ ગણવામાં ભૂલ ન કરે તે સારૂ પ્રથમથી છોકરાં પંચરાશિનાં પદ જૂદાં તારવે તેમાં **તેરીખનાં ત્રણ પદ જૂદાં મંડાવવાપર ખાસ ધ્યાન આપવું.**

(૨). ૧૦૦ રૂ. એ ૧ મહિને અમુક આના. ટૂંકામાં 'અમુક આના તેરીખ' આમ બોલાયછે. દાખલો ગણતી વખત જેટલા આનાની તેરીખ કહે

તેને ૧૨એ ગુણી ૧૦૦ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ કાઢી તેને પંચરાશિના પદમાં જુદું તારવવું.

(૩) ૧ રૂ.એ ૧ મહિને અમુક દોકડા. ટૂંકામાં 'અમુક દોકડા તેરીખ' આમ બોલાયછે. ૧ રૂ.એ ૧ મહિને જેટલા દોકડા તેરીખ કહે તેટલા રૂ. ૧૦૦ રૂ.નું ૧ માસનું વ્યાજ થાય, તેને ૧૨એ ગુણવાથી ૧૦૦ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ થાય. માટે દાખલો ગણતી વખત જેટલા દોકડા તેરીખ કહે તેને ૧૨એ ગુણી ૧૦૦ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ ગણી તેને પંચરાશિના પદમાં જુદું તારવવું.

(૪) ૧ રૂ.એ ૧ મહિને અમુક પૈસા. ટૂંકામાં 'અમુક પૈસા તેરીખ' આમ બોલાય છે. આવા દાખલામાં ૧૦૦ રૂ.નું ૧ વરસનું વ્યાજ કાઢી હિસાબ ગણવામાં ઉલટું લંબાણ થશે. માટે પંચરાશિના પદ તારવવામાં ૧ રૂ.એ ૧ મહિને અમુક પૈસા વ્યાજ આમ તારવવું.

૩. સાદા અથવા સૂઠ વ્યાજની વ્યાખ્યા:—મુદ્દલ રૂપિઆનુંજ ઠરાવેલી તેરીખે કહેલી મુદત સુધીનું સામટું વ્યાજ કાઢીએ તેને સાદું અથવા સૂઠ વ્યાજ કહેછે.

૪. સાદું વ્યાજ ગણવાની લાંબી રીત:—દા. ૧. પાંચ ટકા લેખે ૨૦૦ રૂ.નું ૩ વરસનું વ્યાજ શું ?

રૂ.	વ.	ટકા વ્યાજ.	
૧૦૦	૧	૫	} પંચરાશિનાં પદો જુદાં તારવ્યાં.
૨૦૦	૩		

૧૦૦ રૂ. મુ. : ૨૦૦ રૂ. મુ.
૧ વ. : ૩ વ. } :: ૫ ટકા વ્યાજ : રૂ. વ્યાજ જવાબ.

$\frac{૨૦૦ \times ૩ \times ૫}{૧૦૦} = \frac{૩૦૦૦}{૧૦૦} = $ ૩૦ રૂ. વ્યાજ જવાબ.

૫. ટૂંકી રીત અથવા કોઠો:—ઉપરના દાખલાપરથી માલૂમ પડે છે કે મુદ્દલ રૂ. , મુદતનાં વરસ, ને વરસ દિવસની તેરિખના ગુણાકારને ૧૦૦એ ભાગવા. એટલે વ્યાજ આવશે. તેથી વ્યાજ $= \frac{\text{મુદ્દલ} \times \text{મુદત} \times \text{તેરીખ}}{૧૦૦}$.

ટીપ:—તેરીખ વરસ દિવસની લઈએ તો મુદતમાં માસ ને દિવસ હોય તો તેને વરસના અપૂર્ણાંકનું, ને માસની લઈએ, તો મુદતને માસનું રૂપ આપવું.

૬. મુદત ગણવા વિષે:—મુદતમાં વરસ ને દિવસ આપ્યા હોય તો દિવસને ૩૬૫એ ભાગી વરસનું રૂપ આપવું. વરસ, માસ ને દિવસ આપ્યા હોય તો તે બધાને વરસનું રૂપ આપવું. તેમાં ૩૦ દિવસનો માસ

ને ૧૨ માસનું વરસ ગણવું. જો વરસ ને માસની સાથે દિવસ ૩૦ અથવા તેથી વધારે લખાવે તો માસને ૧૨ એ ભાગી, ને દિવસને ૩૬૫એ ભાગી વરસ કરવાં અને પછી બધાંનો સરવાળો વરસમાં કરવો. મોટા લા. અં. મ. ૬૪ માનો દા. ૩ જુઓ. બે તેરીખ વચ્ચેની મુદતનું વ્યાજ કાઢવું હોય તો પહેલો અગર છેલ્લો દિવસ મુદત ગણવામાં ન ગણવો, કેમકે જે દિવસે ધીરીએ તેને બીજે દિવસે ૧ દિવસ ગણાય. બે ઇંગ્રેજી તેરીખ વચ્ચેની મુદત કાઢવી હોય તો તે મહિનાના દિવસ પ્રમાણે દિવસ ગણીને પછી વરસનું રૂપ આપવું.

૭. **વ્યાજનાં લેખાં ગણવાની રીતઃ**—દા. ૧. ૨ દોકડાની તેરીખે ૩૦૦ રૂ. નું ૪ માસ ૫ દિવસનું વ્યાજ શું?

રૂ. મા. દો. વ્યાજ.
૧ ૧ ૨
૩૦૦ $૪\frac{૫}{૩૦}$"
} પંચરાશિનાં પદો જૂદાં તારવ્યાં.

૧ રૂ. મુ. = ૩૦૦ રૂ. મુ.
૧ મા. = $૪\frac{૫}{૩૦}$ મા.
} : : ૨ દો. વ્યાજ : દો. વ્યાજ જવાબ.

" ૩૦૦ × $૪\frac{૫}{૩૦}$ × ૨ = ૨૫૨૦ દો. = રૂ. ૨૫–૨૦ દોકડા.

રીતિઃ—ઉપરના દાખલાપરથી એવી રીત નીકળે છે કે મુદ્દલ રૂ. ને મુદતના માસે ગુણવા. ગુણાકાર આવે તેને વેપારી લોકો સર કહે છે, અને મુદ્દલ રૂ. ને દિવસના ગુણાકારને ૩૦ એ ભાગી સર કાઢે છે. ૩૦એ ભાગવાની સહેલી રીત માટે ૭ાા નો ૦।, ૧૫ નો ૦ાા એ ઘાત ગણે છે. આ પ્રમાણે, જેટલો સર થાય તેને તેરીખના દોકડાએ ગુણવા. ગુણાકાર આવે એટલા દોકડા જવાબ. ગુણાકાર ટૂંકો કરવો પડે, માટે સર જેટલા પ્રથમથી દોકડા ગણી તેના જમણી બાજુના છેલ્લા બે આંકડા કાઢી બાકી વધે તેટલા રૂ. ને મૂકી દીધેલા બે આંકડા જેટલા દોકડા પ્રથમથી ગણી તેને તેરીખના દોકડાએ ગુણવા.

દા. ૨. ૭ આનાની તેરીખે ૪૦૦ રૂ. નું ૫ માસ ને ૧૨ દિવસનું વ્યાજ શું?

રૂ. મા. આ. વ્યાજ.
૧૦૦ ૧ ૭
૪૦૦ $૫\frac{૧૨}{૩૦}$'
} પંચરાશિનાં પદો જૂદાં તારવ્યાં.

૧૦૦ રૂ. મુ. : ૪૦૦ રૂ. મુ.
૧ મા. : $૫\frac{૧૨}{૩૦}$ મા.
} : : ૭ આના વ્યાજ : આના વ્યાજ જવાબ.

$\frac{૪૦૦ \times ૫\frac{૧૨}{૩૦} \times ૭}{૧૦૦} = \frac{૨૧૬૦ \text{ સર} \times ૭}{૧૦૦}$ આના. = ૨૧૬૦ સર × ૭ બદામ

=(૨૧ આના-૬૦ બદામ)૭=૧૫૧ આ.-૨૦ બદામ = રૂ. ૯-૭ આના -૨૦ બદામજ.

રીત—આના તેરીખ હોય ત્યારે પ્રથમ સર કાઢી તેને તેરીખના આનાએ ગુણી ૧૦૦એ ભાગવા, ભાગાકાર આવે તેટલા આના જવાબ. આનાનો ૧૦૦ મો ભાગ બદામ છે માટે સરને તેરીખના આનાએ ગુણી ૧૦૦ એ ભાગવાને બદલે, સરને તેરીખના આનાએ ગુણીએ તેટલી બદામ ગણીએ તો ચાલે. ગુણાકારની સુગમતા માટે સર જેટલી પ્રથમથી બદામ ગણી, તેમાંથી જમણી બાજુના છેલ્લા બે આંકડા કાપી, વધે તેટલા આના ને મૂકી દીધેલા આંકડા જેટલી બદામો ગણી તેને તેરીખના આનાએ ગુણવા. આ રીતની સાબીતિ ઉપરના દાખલાથી બરાબર સમજાશે. જો તેરીખમાં ૧૦૦ રૂ.નું ૧ માસનું વ્યાજ ટકા લખાવે તો સર જેટલી બદામ ગણવાને બદલે દોકડા ગણવા. કેમકે ટકા આનાથી સોળ ગણા છે માટે બદામથી ૧૬ ગણા દોકડા થાય.

૮. **ખાતાંનું વ્યાજ કાઢવા વિષે:**—જમા કે ઉધારમાં ફક્ત એકજ પાસે રકમો લખાવે, તો આપેલી રકમોનું જ્યાં સુધી વ્યાજ ગણવું હોય ત્યાં સુધીની મુદત કાઢી તે વડે મુદલ રૂ. ને ગુણી સર કાઢવો. પછી એ બધા સરનો સરવાળો કરી એ સર પરથી કહેલી તેરીખના દોકડાએ કે આનાએ ગુણી ઉપર ૭ મી કલમમાં બતાવ્યા મુજબ વ્યાજ કાઢવું. જમા ને ઉધાર બંને બાજુ રકમો હોય તો કાપી વ્યાજની રીતે વ્યાજ કાઢવું કેમકે તેથી સરના આંકડા બહુ નાના આવે છે. કાપી વ્યાજ કેમ ગણવું આને માટે અમે **સરલ દેશી નામાની પદ્ધતિમાં** પુષ્કળ વિવેચનથી સમજાવેલું છે તેમાં જુઓ. આપણું વરસ ચાંદ્ર વરસ છે, તેને સૈારવરસસાથે મળતુ રાખવાને સરાસરી પોણા ત્રણ વરસે અધિક માસ આવે છે; ત્યારે અધિક માસનું વ્યાજ ગણાય છે. પણ અંકગણિતના દાખલામાં અધિક માસ લખાવેલો હોય તોજ ગણવો. વળી વ્યાજમાં આપણે માસ ગણીએ છીએ, તે ચાંદ્રમાસ છે. ચાંદ્રમાસ ૨૯॥ દિવસનો છે, એટલે એટલા દિવસમાં ચંદ્ર પૃથ્વીની આસપાસ ફરી મૂળની સ્થિતિમાં આવે છે, અને સૈારમાસના ૩૦ દિવસ છે. તેથી ચાંદ્રમાસ સૈારમાસ કરતાં મહિને અડધા દિવસનો ઓછો ગણાયેલોછે માટે વધારે માસ થયેલાછે. તેમાંથી મહિને ०॥ દિવસ લેખે બાદ કરેથી સૈારમાસ થઇ રહેછે. માટે વેપારી લોકો ચાંદ્રમાસ લેખે કાઢેલા સરના અર્ધને ૩૦એ ભાગી જે આવે તેટલો સર આવેલા સરમાંથી બાદ કરી બાકી રહે તે ખરો સર ગણે છે વારોવારીઆ વ્યાજમાં સૈારમાસ ગણાયછે માટે તેમાં ०॥ દિવસનો સર કાપતા નથી. અંકગણિતના દાખલામાં ०॥ દિવસનો સર કાપવાનો કહે તોજ કાપવો.

૭. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ.

૧. શીખવવાની રીત:—એક દાખલો લઈ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની વ્યાખ્યા બરાબર સમજાવવી. એટલે છોકરાં વ્યાજના કોઠાની રીતે દાખલા પોતાની મેળે ગણી શકશે. દાખલો ગણવામાં દશાંશ અપૂર્ણાંકનો ઉપયોગ કરવાથી બહુ સરળતા થાયછે, માટે તેનો ઉપયોગ કરાવવો. પ્રથમનો દાખલો પાટીયાપર ગણાવવો, પછી સ્લેટમાં ગણાવવો. આ રીત પાકી થયા પછી ટૂંકી રીત દાખલાપરથી સૂચક સવાલે કઢાવી તે રીતે પછી દાખલા શીખવવા.

૨. વ્યાખ્યા:—દર વરસે અથવા ઠરાવેલે હપ્તે વ્યાજનો હિસાબ કરીને તે વ્યાજ, મુદ્દલમાં મેળવીએ, અને જે રાશ આવે તેને બીજા વરસના અથવા હપ્તાના વ્યાજને વાસ્તે મુદ્દલ તરીકે લઇને તેનું વ્યાજ ગણીએ, અને એ પ્રમાણે આપેલી મુદત સુધી કરતાં મુદ્દલ ઉપર જેટલું વધારે આવે તેને **ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ** કહેછે.

૩. લાંબી રીતિ—વ્યાખ્યાપરથી સ્પષ્ટ છે કે દરેક વરસનું અથવા ઠરાવેલા હપ્તાનું વ્યાજ કાઢી તે મુદ્દલમાં મેળવવું, તેથી જે રાશ આવે તેને મુદ્દલ ગણી બીજા વરસનું અથવા હપ્તાનું વ્યાજ કાઢવું. એ પ્રમાણે બધી મુદતો પૂરી થાય ત્યાંસુધી કર્યાં જવું છેવટે જે જવાબ આવશે તે વ્યાજ મુદ્દલ થશે. તેમાંથી મુદ્દલ બાદ કરવું એટલે બાકી રહેશે તે વ્યાજ. લા. આં. મ. ૬૫ માનો દા. ૧. દર વરસે દર સેંકડે ૫ ટકા પ્રમાણે રૂ. ૩૦૦) નું ત્રણ વરસનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શું?

```
          ૩૦૦  રૂ. મુદ્દલ.
          ×૫  રૂ. તેરીખ.
  ૧૦૦) ૧૫૦૦
           ૧૫  પહેલા વરસનું વ્યાજ.
         +૩૦૦  મુદ્દલ.
          ૩૧૫  પહેલા વરસનું વ્યાજ મુદ્દલ તે બીજા વરસનું મુદ્દલ.
           ×૫  તેરીખ.
   ૧૦૦) ૧૫·૭૫
        ૧૫·૭૧  બીજા વરસનું વ્યાજ.
      +૩૧૫     બીજા વરસનું મુદ્દલ.
       ૩૨૦·૭૫  બીજા વરસનું વ્યાજ મુદ્દલ તે ત્રીજા વરસનું મુદ્દલ.
         × ૫   તેરીખ.
  ૧૦૦) ૧૬૫૩·૭૫
      ૧૬·૫૩૭૫  ત્રીજા વરસનું વ્યાજ.
      ૩૩૦·૭૫  ત્રીજા વરસનું મુદ્દલ.
     ૩૪૭·૨૮૭૫ ત્રીજા વરસનું વ્યાજ મુદ્દલ.
     -૩૦૦      અસલ મુદ્દલ બાદ કર્યા.
      ૪૭·૨૮૭૫ રૂ. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ.
```

માટે, જવાબ રૂ ૪૭—૨૮·૭૫ દોકડા.

ટીપ:—સાદું વ્યાજ કાઢવાને મુદ્દલ, મુદત, ને તેરીખના ગુણાકારને ૧૦૦ એ ભાગવા જોઇએ, પણ આમાં દરેક હમો એક એક વરસનો છે માટે ગુણવામાં એક એક વરસ લીધું નથી.

૪. **ટૂંકી રીતિ:**—દર વરસનું અથવા હપ્તાનું વ્યાજ કાઢીને પાછલા મુદ્દલમાં ઉમેરવાને બદલે ૧ રૂ.ની કહેલી મુદત સુધીની ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે રાશ કાઢી પછી તેને મુદ્દલે ગુણીએ તો આપેલા મુદ્દલની કહેલી મુદત સુધીની રાશ નીકળેછે, ને તેથી હિસાબ ટૂંકામાં થાયછે. એ રીતે ઉપરનો હિસાબ ગણાવો ?

૧૦૦ રૂ. મુદ્દલ : ૧ રૂ. મુદ્દલ : : ૫ ટકા વ્યાજ : .૦૫ ટકા વ્યાજ.

૧ રૂ. મુદ્દલ + .૦૫ રૂ. વ્યાજ દર વરસે રૂ ૧) નું=૧.૦૫ રૂ. રાશ રૂ. ૧) ની એક વરસની થઇ એટલે તે બીજા વરસનું મુદ્દલ થયું.

માટે, ૧ રૂ. મુદ્દલ : ૧.૦૫ રૂ. મુદ્દલ : : ૧ રૂ ની રાશ ૧.૦૫ : જ૦

માટે, ૧.૦૫×૧.૦૫ (ટૂંકું રૂપ ન કરાવવું કેમકે તે પરથી રીત કઢાવવી છે). આ રૂ. ૧ ની બીજા વરસની રાશ એટલે ત્રીજા વરસનું મુદ્દલ થયું.

માટે, ૧ રૂ. મુદ્દલ : ૧.૦૫ × ૧.૦૫ રૂ. મુદ્દલ : : ૧ રૂ. ની રાશ ૧.૦૫ : જવાબ.

માટે, ૧.૦૫ × ૧.૦૫ × ૧.૦૫. આ રૂ. ૧) ની ત્રણ વરસની રાશ આવી, પણ આપણે રૂ. ૩૦૦) ની ત્રણ વરસની રાશ કાઢવીછે માટે તેને ૩૦૦એ ગુણ્યા તો, ૧.૦૫ × ૧.૦૫×૧.૦૫ × ૩૦૦ = ૩૪૭.૨૮૭૫ રૂ. રાશ− ૩૦૦ રૂ. મુદ્દલ = ૪૭.૨૮૭૫ રૂ. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ. માટે, રૂ. ૪૭–૨૮.૭૫ દો. જ.

રીતિ:—આ ઉપરથી એવી રીત નીકળેછે કે પ્રથમ ૧ રૂ.નું ૧ વરસનું અથવા ઠરાવેલા હપ્તાનું વ્યાજ કાઢવું, તેમાં મુદ્દલનો ૧ રૂ. મેળવવો. એટલે ૧ રૂ. ની ૧ વરસની અથવા હપ્તાની રાશ આવશે. તેનો જેટલા વરસનું અથવા હપ્તાનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢવું હોય તેટલો ઘાત* કરવો. આવેલા ઘાતને મુદ્દલ રૂ. એ ગુણવા, એટલે રાશ આવશે. તેમાંથી મુદ્દલ બાદ કરવું, એટલે મુદ્દલ રૂ. નું કહેલી મુદતનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ નીકળશે.

૫. **હપ્તાનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢવા વિષે:**—દા. દર વરસે દર સેંકડે ૬ ટકા પ્રમાણે છ છ માસે વ્યાજ ફેરવતાં રૂ. ૮૦૦ નું બે વરસનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શું ? **રીત:**—આમાં બે વરસના છછ માસના હમા ચાર થયા. હવે પહેલા હપ્તાનું એટલે ૬ માસનું ૧૦૦ રૂ. નું વ્યાજ ૩ રૂ. થાય, માટે ૧ રૂ. નું ૬ માસનું વ્યાજ .૦૩ રૂ. થાય. (જો ૧ રૂ. નું પહેલા હમાનું વ્યાજ મો-

---

* ઘાત વિષે આગળ ઘાતપ્રકરણમાં જુઓ. ઘાત કરવામાં આંકડા ઘણા આવે તો વાંકડીઆ ગુણાકારની રીતે ચાર પાંચ દશાંશસ્થળ ગુણાકારમાં ખરાં લાવેથી હિસાબ ટૂંકામાં થશે.

એ કાઢવાને મુશ્કેલ પડે તો પંચરાશિથી કઢાવવું). તેમાં ૧ રૂ. મુદ્દલનો મેળવ્યો તો ૧.૦૩ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ૬ માસની આવી. હવે હમાની સંખ્યા ૪ છે માટે ૧.૦૩નો ચતુર્ઘાત કર્યો.

૧.૦૩ } રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ૬ માસની અથવા પહેલા હમાની.

× ૧.૦૩

૧.૦૬૦૯ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની બીજા હમાની.

× ૧.૦૩

૧.૦૯૨૭૨૭ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ત્રીજા હપ્તાની.

× ૧.૦૩

૧.૧૨૫૫૦૮૮૧ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ચોથા હમાની.

× ૮૦૦

૧૧૨.૫૫૦૮૮૧

× ૮

} ગુણકમાં પૂર્ણાંકપર છેવટે બે મીડાં છે માટે ગુણ્યમાં દશાંશચિન્હ બે સ્થળ જમણી તરફ ખસેડ્યું.

૯૦૦.૪૦૭૦૪૮ મુદ્દલ રૂ. ની બે વરસની રાશ.

−૮૦૦ મુદ્દલ રૂ. બાદ કર્યા.

૧૦૦.૪૦૭૦૪૮ મુદ્દલ રૂ. નું બે વરસનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ.

માટે, જવાબ રૂ ૧૦૦–૪૦ ૭૦૪૮ દો૦.

૬. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં વરસ અથવા હપ્તા ઉપરાંત આપેલી મુદતમાંથી મહિના તથા દિવસ અથવા એકલા દિવસ વધે તો વ્યાજ કેમ કાઢવું તે વિષે:—

૧લી રીત:—પ્રથમ ૧ રૂ. ની ૧ વરસની અથવા હપ્તાની રાશ કાઢવી, તેનો જેટલાં વરસ અથવા હમા આપેલી મુદતમાંથી નીકળે તેટલો ઘાત કરવો. તેને ત્યાર પછી બાકી રહેલા દિવસનું પંચરાશિ રીતે ૧ રૂ. નું વ્યાજ-મુદ્દલ કાઢી તે વ્યાજ મુદ્દલે ગુણવા. એ જે ગુણાકાર આવશે, તે કહેલી મુદત-નું એક રૂ. નું વ્યાજ મુદ્દલ થશે. તેને આપેલા મુદ્દલ રૂ.એ ગુણી જે રાશ આવે તેમાંથી મુદ્દલ રૂ. બાદ કરતાં બાકી વધે તે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ જવાબ. લા. અં. મ. ૬૫ માનો દા. ૫ મો જુઓ.

૨ જી રીત:—આપેલી મુદતમાંથી જેટલાં વરસ અથવા હમા નીકળે તેટલાં વરસ અથવા હમાનું આપેલા મુદ્દલ રૂ. નું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની રીતે વ્યાજ-મુદ્દલ કાઢવું. પછી તે વ્યાજમુદ્દલનું સાદા વ્યાજની રીતે બાકી રહેલા દિવસનું વ્યાજ કાઢી આવેલા વ્યાજમુદ્દલમાં ઉમેરી કુલ રાશ થાય તેમાંથી મુદ્દલ બાદ કરતાં બાકી વધે તે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ જવાબ.

દા. ૫. દોકડાની તેરીખે રૂ. ૨૫૦નું ૪ વરસ ને ૧૦ માસનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ મુદલ શું થાય? રીત—દોકડાની તેરીખે ૧૦૦ રૂ. નું વરસે ૧૨ ટકા વ્યાજ થાય. માટે ૧ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ ·૧૨ રૂ. થાય. ને રાશ ૧ + ·૧૨ = ૧·૧૨ રૂ. થાય. હવે ૧ રૂ. ની ૪ વરસની રાશ ૧·૧૨ × ૧·૧૨ × ૧·૧૨ × ૧·૧૨ = ૧·૫૭૩૫૧૯૩૬ રૂ. થઇ. તે પાંચમા વરસ માટે મુદલ થયા. દોકડાની તેરીખે ૧૦૦ રૂ. નું ૧૦ માસનું ૧૦ ટકા વ્યાજ થાય. માટ ૧ રૂ. નું ૧૦ માસનું વ્યાજ ·૧ રૂ. થાય. ને રાશ ૧ + ·૧ = ૧·૧ રૂ. થાય. તો ૧·૫૭૩૫૧૯૩૬ રૂ. ની ૧૦ માસની કેટલી રાશ થાય, તે કાઢવા માટે ૧·૫૭૩૫૧૯૩૬ × ૧·૧ = ૧·૭૩૦૮૭૧૨૯૬ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ૪ વ. ૧૦ માસની થઇ. તેને ૨૫૦ એ ગુણવાથી રૂ. ૪૩૨–૭૧·૭૮૨૪ દોકડા રાશ જવાબ.

૭. **વરસે વરસે અમુક રકમ ખાતામાં ભરાતી હોય તેવાં ખાતાંનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢવા વિષે:**—આવાં ખાતાંનું વ્યાજ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની ટૂંકી રીતે થઇ શકે નહિ પણ ૩ જી કલમમાં બતાવેલી લાંબી રીતેજ થાય. લા. અં. મ. ૬૫ માનો દા. ૧૨ મો જુઓ. રીત—૧ લા વર્ષનું વ્યાજ = $\frac{૩૦૦ \times ૯}{૧૦૦}$ = ૨૭ રૂ.; ૩૦૦ + ૨૭–૭૫ = ૨૫૨ રૂ. ૧ લા વરસ આખરે બાકી. બીજા વરસનું વ્યાજ = $\frac{૨૫૨ \times ૯}{૧૦૦}$ = રૂ. ૨૨·૬૮; રૂ. ૨૫૨ + ૨૨·૬૮ –૭૫ = રૂ. ૧૯૯·૬૮ બીજા વરસ આખરે બાકી. ત્રીજા વરસનું વ્યાજ = $\frac{૧૯૯·૬૮ \times ૯}{૧૦૦}$ = રૂ ૧૭·૯૭૧૨ ; રૂ ૧૯૯·૬૮ + ૧૭·૯૭૧૨–૭૫ = રૂ ૧૪૨ ·૬૫૧૨ ત્રીજા વરસ આખરે બાકી. ૪થા વરસનું વ્યાજ = $\frac{૧૪૨·૬૫૧૨ \times ૯}{૧૦૦}$ = રૂ ૧૨·૮૩૮૬૦૮; રૂ. ૧૪૨·૬૫૧૨ + ૧૨·૮૩૮૬૦૮–૭૫ = ૮૦. ૪૮૯૮૦૮ રૂ. = રૂ ૮૦–૭–૧૦ $\frac{૬૭૪}{૧૫૬૨૫}$ જ૦

૮. **આપ લે ઘણી થયેલી હોય એવાં ખાતાંનું ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢવા વિષે:**—આપણા દેશમાં વેપારીઓનું વરસ દીવાળીએ બદલાય છે. માટે વેપારી લોકો ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં દીવાળી સુધીની એટલે આસો વદ ૦)) સુધીની રાશ કાઢીને તે નવા વરસના મુદલ તરીકે ગણે છે. તેથી વેપારી લોકો ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજને દીવાળીબાકી વ્યાજ કહે છે. એમાં પહેલો હપ્તો વરસ કરતાં ઓછી મુદતનો થાય માટે વરસે વરસે વ્યાજ ગણી મુદલમાં મેળવીએ તે કરતાં દીવાળીબાકી વ્યાજ કાંઇક વધારે આવે છે. ખેડાજીલ્લા વગેરે કેટલાક ભાગમાં જ્યારથી ખાતું શરૂ થાય ત્યારથી બાર બાર માસેજ વેપારી લોકો ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કાઢે છે. તે વેપારીઓ નામું કરતી વખતે છેલ્લું વ્યાજ ૧૨ માસ કરતાં ઓછી મુદતનું કાઢવાનું થાય તો જેટલા દિવસ ઓછા હોય તેટલા દિવસની આવેલા વ્યાજની કસર કાપી બાકી મૂકે છે. લા. અં. મ. ૬૫માના દા. ૧૪-૧૫ જુઓ.

દા. ૧૪. (અ નો ચોપડો). બ ના ખાતાનું વ્યાજ. સં. ૧૯૩૧ પો. શુ. ૨થી.

દીવાળી બાકી.

જ | ઉ

૦ રૂ ૧૦૦૦) મુદલ બાકી લેંણા. ૧૦૦૦૦ રૂ ૧૦૦૦) પો. શુ. ૨
સં. ૧૯૩૨ના કા. શુ. ૨ સુધી. મા. ૧૦

તારીજ સં. ૧૯૩૨ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ | ઉ

૧૦૦૦) મુદલ બાકી લેંણા.
૭૫) વ્યાજસર. ૧૦૦૦૦ દા. ૩૦॥
૧૦૭૫)

વ્યાજ સં. ૧૯૩૨ ના કાર્તક શુદ ૨ થી.

જ | ઉ

૦ રૂ ૧૦૭૫) મુદલ બાકી લેંણા. ૧૨૯૦૦ રૂ ૧૦૭૫) કા. શુદ. ૨.
સં. ૧૯૩૩ના કા. શુ. ૨ સુધી. મા. ૧૨.

તારીજ સંવત ૧૯૩૩ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ | ઉ

૧૦૭૫) મુદલ બાકી લેંણા.
૯૬॥ વ્યાજસર ૧૨૯૦૦ દા. ૩૦॥
૧૧૭૧॥.

વ્યાજ સંવત ૧૯૩૩ ના કાર્તક શુદ ૨ થી.

જ | ઉ

૦ રૂ ૧૧૭૧॥ મુદલ બાકી લેંણા ૧૪૦૬૧ રૂ ૧૧૭૧॥ કા. શુ. ૨.
સં. ૧૯૩૪ ના કા. શુ. ૨ સુધી. મા. ૧૨.

તારીજ સંવત ૧૯૩૪ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ | ઉ

૧૧૭૧॥ મુદલ બાકી લેંણા.
૧૦૫।૨૦॥ વ્યાજસર. ૧૪૦૬૧ દા.
૩. ૦॥.
૧૨૭૭) ૨૦॥

વ્યાજ સંવત ૧૯૩૪ના કાર્તક શુદ ૨ થી.

જ | ઉ

૦ રૂ ૧૨૭૭) ૨૦॥ મુદલ બાકી ૨૫૫૪૬ રૂ ૧૨૭૭) ૨૦॥ કા.
લેંણા સં. ૧૯૩૪ પો. શુ. ૨ સુધી. શુ. ૨ મા. ૨.

તારીજ સંવત ૧૯૩૪ના પોષ શુદ ૨.

જ — ઉ

રૂ ૨૨૭૭) ૨૦॥। મુદલ બાકી લેંણા.
૧૯) ૧૫$\frac{૪૬}{૬૦૦}$ વ્યાજસર. ૨૫૫૪$\frac{૮૩}{૬૦૦}$
દા. રૂ ૦॥।.

૧૨૯૬। ૧૧$\frac{૪૬}{૬૦૦}$.

(બીજો ચોપડો). એના ખાતાનું વ્યાજ. સં. ૧૯૩૧ ના પો. શુ. ૨ થી. વર્ષે વર્ષનું.

જ — ઉ

૧૨૦૦ રૂ ૧૦૦૦) પો. શુ. ૨ મા. ૧૨. ० રૂ ૧૦૦૦) મુદલ બાકી દેવા સં. ૧૯૩૨ પો. શુ. ૨ સુધી.

તારીજ સંવત ૧૯૩૨ ના પોષ શુદ ૨.

જ — ઉ

૧૦૦૦) મુદલ બાકી દેવા.
૯૦) વ્યાજસર. ૧૨૦૦૦ દા.
રૂ ૦॥।

૧૦૯૦)

વ્યાજ સંવત ૧૯૩૨ ના પોષ શુદ ૨ થી.

જ — ઉ

૧૩૦૮૦ રૂ ૧૦૯૦ પો. શુ. ૨ મા. ૧૨ ० રૂ ૧૦૯૦) મુદલ બાકી દેવા સં. ૧૯૩૩ ના પો. શુ. ૨ સુધી.

તારીજ સંવત ૧૯૩૩ ના પોષ શુદ ૨.

જ — ઉ

૧૦૯૦) મુદલ બાકી દેવા
૯૮) ૧૦ વ્યાજસર. ૧૩૦૮૦
દા. રૂ ૦॥।

૧૧૮૮)૧૦

વ્યાજ સંવત ૧૯૩૩ ના પોષ શુદ ૨ થી.

જ — ઉ

૧૪૨૫૭$\frac{૧}{૨}$ રૂ ૧૧૮૮)૧૦ પોષ શુ. ૨ મા. ૧૨. ० રૂ ૧૧૮૮)૧૦ મુદલ બાકી દેવા સં ૧૯૩૪ના પો. શુ. ૨ સુ.

તારીજ સંવત ૧૯૩૪ ના પોષ શુદ ૨.

જ	ઉ
૧૧૮૮)૬૦ મુદલ બાકી દેવા. ૧૦૬।।।૧૭ ૯/૧૦ બ્યાજસર. ૧૪૨૫૭૭ ૫/૮ દા. રૂ ૦।।। ૧૨૯૫)૨ ૯/૧૦	

રૂ. ૧૨૯૬।। ૧૧ ૪૪૯/૮૦૦ − રૂ. ૧૨૯૫)૨ ૯/૧૦ = રૂ ૧।૮ ૫૨૯/૮૦૦ = રૂ૧-૩૩-૬૬૧૨૫ દોકડા તફાવત જવાબ.

દા. ૧૫. ધારો કે अએ बને રૂ૧૮૦૦) સં. ૧૯૩૧ ના કા. શુ. ૨ જે આપ્યા; તો ब સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે अને રૂ ૪૦૦) સં. ૧૯૩૧ ના અષાડ શુદ ૨ જે, રૂ ૨૦૦) સં. ૧૯૩૨ ના વૈશાખ શુ. ૨ જે, ને રૂ. ૬૦૦) સં. ૧૯૩૨ ના આસો શુ. ૨ જે ભરે, અને સ. ૧૯૩૪ ના કાર્તક શુ. ૨ જે હિસાબ થાય.

(अનો ચોપડો). bના ખાતાનું બ્યાજ. સં. ૧૯૩૧ ના કા. શુ. ૨ થી.

જ	ઉ
૦ રૂ ૪૦૦) અષાડ શુ. ૨	૨૦૦૦૦ રૂ ૧૮૦૦) કા શુ. ૨
૦૦ રૂ ૧૪૦૦) મુદલ બાકી લે'ણા	૩૨૦૦ રૂ ૪૦૦ મા. ૮
સં. ૧૯૩૨ ના કા. શુ. ૨ સૂધી.	૧૬૮૦૦ રૂ૧૪૦૦)મા.૧૨

તારીજ સંવત ૧૯૩૨ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ	ઉ
	૧૪૦૦) મુદલ બાકી લે'ણા. ૧૭૫) બ્યાજસર. ૨૦૦૦૦ દા. રૂ. ૦।।।= ૧૫૭૫)

બ્યાજ સંવત ૧૯૩૨ ના કાર્તક શુદ ૨ થી.

જ	ઉ
૦ રૂ ૨૦૦) વૈશાખ શુ. ૨.	૧૭૧૦૦ રૂ ૧૫૭૫) કા. શુ. ૨.
૦ રૂ ૬૦૦) આસો શુ. ૨.	૧૨૦૦ રૂ ૨૦૦)મા. ૬
૦ રૂ ૭૭૫) મુદલ બાકી લે'ણા.	૬૬૦૦ રૂ ૬૦૦) મા.૧૧
સં. ૧૯૩૩ ના કાર્તક શુ. ૨ સૂધી.	૯૩૦૦ રૂ ૭૭૫) મા. ૧૨

તારીજ સંવત ૧૯૩૩ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ	ઉ
	૭૭૫) મુદલ બાકી લે'ણા. ૧૪૯।।= બ્યાજસર. ૧૭૧૦૦ દા. રૂ. ૦।।।= ૯૨૪।।=

વ્યાજ સંવત ૧૯૩૩ ના કાર્તક શુદ ૨ થી.

જ	ઉ
• રૂ ૫૨૪ાા≈ મુદલ બાકી લે'ણા. સં. ૧૯૩૪ના કા. શુ. ૨ સુધી.	૧૧૦૫૯પાા રૂ ૫૨૪ા≈ કા. શુ. ૨. મા. ૧૨.

તારીજ સંવત ૧૯૩૪ ના કાર્તક શુદ ૨.

જ	ઉ
	૫૨૪ાા≈ મુદલ બાકી લે'ણા.
	૯૭) ૮ ૯/૧૬ વ્યાજસર. ૧૧૦૫૯પાા
	દા. રૂ ૦ાા≈
	રૂ. ૧૦૨૧) ૭૧ ૩/૧૬ દો. જ.

૩. મુદત કાપવાનું.

૧. બજારમાં ઘણી વખત જથાબંધ માલનું વેચાણ રોકડે નાણેથી ન થતાં અમુક મુદતે પૈસા લેવાનો ઠરાવ કરી કરવામાં આવેછે. એવે પ્રસંગે ખરીદનાર શખ્સ રોકડાં નાણાં ગણી આપે, તો ઠરાવેલી કીમતમાંથી સેંકડે અમુક દરે જેટલી મુદત પછી નાણાં લેવાનો ઠરાવ હોય, તેટલી મુદતનું વ્યાજ કાપી આપેછે, તેને **મુદત કાપી** આપી કહેછે. ઠરાવેલી રકમમાંથી મુદત કાપી આપતાં જે બાકી રહે તેને **તુર્ત કીમત** કહેછે. વ્યવહારમાં આવા હિસાબની ઘણીવખત જરૂર પડેછે. આપણી પાસે મુદતી હુંડી હોય, ને તેનાં નાણાં લેવાની તરત જરૂર હોય, તો આપણે જેટલી મુદત બાકી હોય, તેટલી મુદતની મુદત કાપી આપીને નાણાં લઇએ છીએ. દર વરસે દર સેંકડે ૫ ટકા પ્રમાણે બે વરસમાં ૨૦૦ રૂ.નું વ્યાજ ૨૦ રૂ. ને વ્યાજ મુદલ ૨૨૦ રૂ. થાય. એટલે દર વરસે દર સેંકડે ૫ ટકા પ્રમાણે ૨૨૦ રૂ. બે વરસ પછી લે'ણા થવાના હોય તો મુદત બદલ કાપવાના ૨૦ રૂ. ને તુર્ત કીમત ૨૦૦ રૂ. થાય.

૨. **વ્યાજના અને મુદત કાપવાના હિસાબનો મુકાબલો:—** વ્યાજના હિસાબમાં મુદલ, મુદત, ને દર પરથી વ્યાજ ને વ્યાજમુદલ કાઢીએ છીએ, ને મુદત કાપવાના હિસાબમાં વ્યાજ મુદલ, મુદત, ને દરપરથી મુદલ ને વ્યાજ કાઢવાનું હોયછે. વ્યાજના હિસાબમાં જેને આપણે **વ્યાજમુદલ** કહીએ છીએ, તેને મુદત કાપવાના હિસાબમાં **લે'ણી થવાની રકમ** કહેછે. **મુદલને તુર્ત કીમત** અને **વ્યાજને મુદત બદલ કાપવાની રકમ** કહેછે. એટલે વ્યાજના હિસાબમાં મુદલ + વ્યાજ = વ્યાજમુદલ થાયછે, તેમ મુદત કાપવાના હિસાબમાં તુર્ત કીમત + મુદત બદલ કાપવાની રકમ = લે'ણી થવાની રકમ હોયછે

૩. **તુર્ત કીમત કાઢવા વિષેઃ**—પ્રથમ ૧૦૦ રૂ. ની આપેલી મુદત- ની આપેલે દરે રાશ કાઢવી, પછી નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦. રૂ. ની રાશઃ આપેલી રાશ (લે'ણી થવાની રકમ) : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ : જવાબ તુર્ત કીમત. લા. અં. મ. ૬૬માના દા. ૧, ૪, ૯, ૧૧, ૧૩, ને ૨૯ જુઓ.

દા. ૧ લો. દર વરસે દર સેંકડે ૫ ટકા લેખે ૧ વરસ ૪ માસ પછી ૧૧૨૦ રૂ. લે'ણા થાય તો હાલ શું લેવું ? **રીત**—૧૦૦ રૂ. એ વરસે ૫ ટકા લેખે ૧ વ. ૪ માસે ૬$\frac{૨}{૩}$ ટકા વ્યાજ થાય, તેથી એટલીજ મુદતે ૧૦૦ રૂ. ની રાશ ૧૦૦+ ૬$\frac{૨}{૩}$=૧૦૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. થાય. માટે ૧૦૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. રાશ : ૧૧૨૦ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ : ૧૦૫૦ રૂ. તુર્ત કીમત જવાબ.

૪. **મુદત બદલ કાપવાની રકમ કાઢવા વિષેઃ**—પ્રથમ ૧૦૦ રૂ. ની આપેલી મુદતની આપેલે દરે રાશ કાઢી નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. ની રાશ: આપેલી રાશ (લે'ણી થવાની રકમ) : : ૧૦૦ રૂ. નું વ્યાજ : જવાબ મુદત બદલ કાપવાની રકમ. લા. અં. મ. ૬૬માના દા. ૨-૮-૨૦ જુઓ.

દા. ૨. ૩$\frac{૧}{૨}$ ટકા લેખે ૫ માસ પછી ૨૪૩ા રૂ. લે'ણા થાય તો હાલ મુદત બદલ શું કાપી આપવું ? **રીત**—૧૦૦ રૂ. નું ૧૨ માસનું ૩ા ટકા વ્યાજ થાય તો ૫ માસનું ૧$\frac{૧૧}{૨૪}$ ટકા વ્યાજ થાય. તેથી ૧૦૦ રૂ. ની રાશ ૧૦૦ + ૧$\frac{૧૧}{૨૪}$ = ૧૦૧$\frac{૧૧}{૨૪}$ રૂ. થાય. માટે ૧૦૧$\frac{૧૧}{૨૪}$ રૂ રાશ : ૨૪૩ા રૂ. રાશ : : ૧$\frac{૧૧}{૨૪}$ રૂ. વ્યાજ : રૂ ૩-૮ મુદત બદલ કાપવાની રકમ જવાબ.

દા. ૨૦. રૂ. ૧૬૭૫ + રૂ. ૭૮$\frac{૩૩}{૬૪}$=રૂ. ૧૭૫૩$\frac{૩૩}{૬૪}$ રાશ : રૂ. ૧૬૭૫ રાશ : : રૂ. ૭૮$\frac{૩૩}{૬૪}$ વ્યાજ : રૂ. ૭૫ મુદત બદલ કાપવાની રકમ જવાબ.

☞ જે દાખલામા તુર્ત કીમત ને મુદત બદલ કાપવાની રકમ બંને માગ્યાં હોય ત્યાં તુર્ત કીમત કાઢી તેને લે'ણી થવાની રકમમાંથી બાદ કરેથી મુદત બદલ કાપવાની રકમ નીકળશે. અથવા મુદત બદલ કાપવાની રકમ કા- ઢી તેને લે'ણી થવાની રકમમાંથી બાદ કરેથી તુર્ત કીમત નીકળશે. લા. અં. મ. ૬૬માનો દા. ૩ જો જુઓ.

૫. **વેપારીની રીતે મુદત કાપવા વિષેઃ**—વેપારી લોકો લે'ણી થવાની રકમને વ્યાજમુદલ તરીકે ગણતા નથી પણ મુદલ તરીકે ગણી તેનું વ્યાજ કાપી આપે છે. એટલે તેઓ પ્રથમ ૧૦૦ રૂ. નું આપેલી મુદત સુધીનું આપેલે દરે વ્યાજ કાઢી નીચે મુજબ પ્રમાણ બાંધે છે.

૧૦૦ રૂ. મુદલ : લે'ણી થવાની રકમ : : ૧૦૦ રૂ. નું વ્યાજ : જવાબ મુદત બદલ કાપવાની રકમ.

આના હીસાબમાં તુર્ત કીમત માગી હેાય તેા પ્રથમ મુદત બદલ કાપવાની રકમ કાઢી તેને લે'ણી થવાની રકમમાંથી બાદ કરવી. કેમકે એમ કરવાથી હિસાબ ઝટ થાય છે. પણ નીચે મુજબ પ્રમાણ ન માંડવું.

૧૦૦ રૂ. મુદલ : લે'ણી થવાની રકમ : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ—૧૦૦ રૂ નું વ્યાજ : જવાબ તુર્ત કીમત.

લા. અં. મ. ૬૬માના દા. ૫–૧૨–૧૪ જુએા.

દા. ૫મેા. ૧૨૦૯૦ રૂ. ની હુંડી ૧ મહિને પાકવાની હેાય, તેા ૧૨ આનાની તેરીખે વેપારીની રીતે મુદત કાપી આપીને શું લેવું ? **રીત**—૧૦૦ રૂ. નું ૧ માસનું વ્યાજ ૦ાા રૂ. થયું, અને વેપારીની રીતે ૧૦૦ રૂ. એ ૦ાા રૂ. કાપીને નાણું મળે છે માટે, ૧૦૦ રૂ. મુદલ : ૧૨૦૯૦ રૂ. લે'ણી થવાની રકમ : ૦ાા રૂ. વ્યાજ : ૯૦$\frac{27}{40}$ રૂ. મુદત બદલ કાપવાની રકમ. માટે ૧૨૦૯૦ રૂ.–૯૦$\frac{27}{40}$ રૂ. = રૂ. ૧૧૯૯૯–૫–૨$\frac{2}{5}$ જવાબ. તુર્ત કીમત.

ટીપ:—આ રીતને વેપારીની રીતે મુદત કાપી આપી કહે છે, અને ખરેખરી રીતે મુદત કાપી આપવાના હિસાબને વાસ્તવિક રીતે મુદત કાપી આપવાના હિસાબ કહે છે. આમાં વાસ્તવિક રીત સાચી છે. કેમકે મુદત કાપવાના હિસાબમાં એમ તેા હેાવુંજ જોઇએ કે તુર્ત કીમતને આપેલે દરે આપેલી મુદત સુધી વ્યાજે મૂકીએ તેા લે'ણી થવાની રકમ બરાબર થવી જોઈએ. વાસ્તવિક રીતમાં તેમ થાય છે, ને વેપારીની રીતમાં તેમ થતું નથી. તેાપણ વેપારી લેાકેા તેની ખેાટી રીત ગણે છે તેનું કારણ એ કે તેમને લાંબી મુદત કાપી આપવાની હેાતી નથી, ને એ રીતે ગણવું સુગમ પડે છે, વળી દેણદાર નબળી હાલતમાં આવી જાય તેા નાણાનું જોખમ લાગે. માટે થેાડી કસર ખાઇને પણ વેપારી લેાકેા તરત પૈસા લે છે. પણ આવી રીતે હિસાબ ગણતાં લાંબી મુદત હેાય તેા તુર્ત કીમત કેાઇ વખત ૦ થાય, ને વખતે અવળા દેવા રૂ. નીકળે. એવે પ્રસંગે વાસ્તવિક રીતેજ હિસાબ ગણાય છે. હિસાબમાં જ્યારે વેપારીની રીતે મુદત કાપવાની ન કહી હેાય ત્યારે વાસ્તવિક રીતજ સમજવી.

૬. **વાસ્તવિક ને વેપારીની રીતે મુદત કાપવાના જવાબમાં તફાવત**:—ઉપરની હકીકતથી સાફ સમજાશે કે હમેશાં વાસ્તવિક રીત કરતાં વેપારીની રીતે મુદત બદલ કાપવાની રકમ વધારે થાય. માટે નાણાં આપનારને વેપારીની રીતમાં ને લેનારને વાસ્તવિક રીતમાં લાભ રહેલેા છે. **લા. અં.** મ. ૬૬માના દા. ૬–૭–૧૦ જુએા.

૭. **ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે મુદત કાઢવા વિષેઃ**—૧ રૂ. ની આપેલી મુદત સુધીની ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની રીતે રાશ કાઢી નીચે મુજબ પ્રમાણ બાંધવું. ૧ રૂ. ની રાશ : આપેલી રાશ : : ૧ રૂ. મુદલ : જવાબ તુર્ત કીમત.

૧ રૂ. ની રાશ : આપેલી રાશ : : ૧ રૂ. નું કાપવાની મુદતનું વ્યાજ : જવાબ મુદત બદલ કાપવાની રકમનું વ્યાજ.

લા. અં. ગ. ૬૬માનો તુર્ત કીમત માટે ૧૬મો, મુદત બદલ કાપવાની રકમ માટે ૧૮મો, તુર્ત કીમત ને કાપવાની રકમ માટે ૧૫મો, અને વાસ્તવિક ને વેપારીની રીતના તફાવત માટે દા. ૧૭મો જુઓ.

દા. ૧૫મો. ૫ ટકા લેખે ૨ વરસ પછી ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે ૪૮૫૧ રૂ. લે'ણા થવાના હોય તો હાલ શું લેવું અને મુદતનું શું કાપી આપવું ? **રીત**— ૫ ટકા લેખે ૨ વરસની ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ પ્રમાણે ૧ રૂ. ની રાશ ૧·૦૫ × ૧·૦૫ = ૧·૧૦૨૫ રૂ. થાય. માટે, ૧·૧૦૨૫ રૂ. રાશ : ૪૮૫૧ રૂ. રાશ : : ૧ રૂ. મુદલ : ૪૪૦૦ રૂ. તુર્ત કીમતજ., અને રૂ. ૪૮૫૧—૪૪૦૦ = ૪૫૧ રૂ. મુદતના કાપી આપવા જ૦.

૭. વાસ્તવિક રીતે કાપવાની રકમના પ્રમાણપરથી વેપારીની રીતે કેટલા કપાય તે કાઢવા વિષે:—વાસ્તવિક રીતમાં તુર્ત કીમતનું ને વેપારીની રીતમાં લે'ણી થવાની રકમનું વ્યાજ કપાયછે, આ વાત ધ્યાનમાં રાખી પ્રમાણ બાંધવું.

દા. ૨૧ મો. ૬૬૪ રૂ. લે'ણી રકમ – ૨૪ રૂ. વાસ્તવિક રીતે કાપવાની રકમ=૬૪૦ રૂ. તુર્ત કીમત. માટે ૬૪૦ રૂ. નું ૨૪ રૂ. વ્યાજ થયું. તેથી ૬૪૦ રૂ. મુદલ : ૬૬૪ રૂ. લે'ણી રકમ : : ૨૪ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૨૪–૧૪–૪$\frac{4}{5}$ જવાબ વેપારીની રીતે કપાય.

૮. વાસ્તવિક રીતે કાપવાની રકમના પ્રમાણપરથી કોઇ મુદલનું વ્યાજ કાઢવા વિષે:—દા. ૨૨ મો. આમાં ૨૭૫ રૂ. લે'ણી રકમ–૨૫ રૂ. મુદત બદલ કાપવાના=૨૫૦ રૂ. તુર્ત કીમત. માટે ૨૫૦ મુદલ : ૨૭૫ રૂ. મુદલ : : ૨૫ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૨૭–૮ જવાબ વ્યાજ.

૯. વેપારીની રીતે કાપવાની રકમના પ્રમાણપરથી વાસ્તવિક રીતે કેટલા કપાય તે કાઢવા વિષે:—વેપારીની રીતમાં લે'ણી રકમ **મુદલ** ને વાસ્તવિક રીતમાં **વ્યાજમુદલ** ગણાય છે. માટે વેપારીની રીતના પ્રમાણને વાસ્તવિક રીતમાં લઇ જવા માટે લે'ણી રકમમાં વેપારીની રીતે કાપવાની રકમ ઊમેરી જે સરવાળો આવે તેટલાએ વેપારીની રીતે કાપવાની રકમ જેટલું વ્યાજ, વાસ્તવિક રીતમાં કાપવાની રકમ ગણાય.

દા. ૧૯ મો. આમાં ૬૦૦ રૂ. નું વ્યાજ ૧૨૦ રૂ. થયું. માટે ૬૦૦+૧૨૦ = ૭૨૦ રૂ. લે'ણા થાય તેના વાસ્તવિક રીતે ૧૨૦ રૂ. મુદતના કપાય. માટે ૭૨૦ રૂ. રાશ : ૬૦૦ રૂ. રાશ (લે'ણી રકમ) : : ૧૨૦ રૂ. વ્યાજ : ૧૦૦ રૂ. જવાબ વાસ્તવિક રીતે કાપવાના.

૧૦. વાસ્તવિક રીતે કાપવાની રકમના પ્રમાણમાં મુદતના ફેરફારના દાખલા:—દા. ૨૩ મો. આમાં ૧૨૫—૫ = ૧૨૦ રૂ. તુર્ત કીમત થઈ. માટે ૧૨૦ રૂ. મુદલનું અમુક મુદતનું વ્યાજ ૫ રૂ. થયું, તો ૧૨૦ રૂ. નું તેથી બમણી મુદતનું વ્યાજ ૧૦ રૂ. થાય. માટે ૧૨૦ + ૧૦ = ૧૩૦ રૂ. લેણી થવાની રકમનું ૧૦ રૂ. વ્યાજ કપાય. માટે ૧૩૦ રૂ. રાશ : ૧૨૫ રૂ. રાશ : : ૧૦ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૯—૯—૧૦ $\frac{૨}{૧૩}$ જવાબ મુદત બદલ કાપવાની રકમ.

દા. ૨૪ મો. ઉપરનો દાખલો ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે ગણવાનો છે. માટે ૧૨૦ રૂ. મુદલ : ૧ રૂ. મુદલ : : ૫ રૂ. વ્યાજ : $\frac{૧}{૨૪}$ રૂ. વ્યાજ. ૧ + $\frac{૧}{૨૪}$ = $\frac{૨૫}{૨૪}$ રૂ. રાશ એક રૂપિઆની. બમણી મુદતે $\frac{૨૫}{૨૪}$ × $\frac{૨૫}{૨૪}$ = $\frac{૬૨૫}{૫૭૬}$=૧ $\frac{૪૯}{૫૭૬}$ રૂ. રાશ એક રૂપિઆની થાય. માટે ૧ $\frac{૪૯}{૫૭૬}$ − ૧ = $\frac{૪૯}{૫૭૬}$ રૂ. વ્યાજ એક રૂપિઆનું બમણી મુદતે થયું. માટે $\frac{૬૨૫}{૫૭૬}$ રૂ. રાશ : ૧૨૫ રૂ. રાશ : : $\frac{૪૯}{૫૭૬}$ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૯—૧૨—૯ $\frac{૩}{૫}$ જવાબ. મુદત બદલ કાપવાની રકમ.

દા. ૨૫ મો. આમાં ૧૨૮ − ૯૮ = ૩૦ રૂ. મુદત કાપવાના થયા. માટે તેથી અર્ધ મુદતે ૩૦ ÷ ૨ = ૧૫ રૂ. કાપવાના થયા. માટે ૯૮ + ૧૫ = ૧૧૩ રૂ. રાશ : ૧૨૮ રૂ. રાશ : : ૧૫ રૂ. વ્યાજ : ૧૬ $\frac{૧૧૨}{૧૧૩}$ રૂ. જવાબ કાપવાના.

દા. ૨૭ મો. ૨૪૨ − ૨૨ = ૨૨૦ રૂ. તુર્ત કીમત. તેથી ૨૨૦ રૂ. નું ૯ માસનું વ્યાજ ૨૨ રૂ. થયું. હવે ૬ માસમાં ૨૨ રૂ. વ્યાજ થવાને વધારે રૂ. મુદલ જોઈએ. માટે ૬ માસ : ૯ માસ : : ૨૨૦ રૂ. મુદલ : ૩૩૦ રૂ. મુદલ જોઈએ. તેથી ૩૩૦+૨૨ રૂ. કાપવાની રકમ = રૂ. ૩૫૨ લેણી રકમ જ.

૧૧. વાસ્તવિક ને વેપારીની રીતે કાપવાની રકમ આપ્યા પરથી લેણી થવાની રકમ કાઢવા વિષે:—વેપારીની રીતે કાપવાની રકમ = તુર્ત કીમતનું વ્યાજ + મુદત બદલ વાસ્તવિક રીતે મુદત કાપવાની રકમનું વ્યાજ. અને વાસ્તવિક રીતે મુદત કાપવાની રકમ = તુર્ત કીમતનું વ્યાજ. પહેલામાંથી બીજું પ્રમાણ બાદ કરતાં વેપારીની રીતે મુદત કાપવાની રકમ—વાસ્તવિક રીતે મુદત કાપવાની રકમ=મુદત બદલ વાસ્તવિક રીતે કાપવાની રકમનું વ્યાજ આવે. આ પ્રમાણપરથી લેણી રકમ નીકળી શકે. કેમકે લેણી રકમનું વ્યાજ વેપારીની રીતે કાપવાની રકમ છે, તે હિસાબમાં છેજ.

દા. ૨૬ મો. ૭૫—૭૨=૩ રૂ. વ્યાજ ૭૨ રૂ. નું થયું. તો ૭૫ રૂ. વ્યાજ થવાને કઈ રકમ જોઈએ આવું દાખલાનું સ્વરૂપ થયું. માટે ૩ રૂ. વ્યાજ : ૭૫ રૂ. વ્યાજ : : ૭૨ રૂ. મુદલ : ૧૮૦૦ રૂ. લેણી રકમ જવાબ.

૧૨. ઉપરની રીતોપરથી થતા પરચૂરણ દાખલા:—દા. ૨૮ મો. ૧૦ આનાની તેરીખે ૧૨ માસનું વ્યાજ ૭ાા રૂ. થયું, માટે ૭ાા×૩ાા= ૨૬। રૂ. ૧૦૦ રૂ. નું ૩ાા વરસનું વ્યાજ. માટે ૧૦૦+૨૬।=૧૨૬। રૂ. રાશ

: ૧૬૧૬ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ : ૧૨૮૦ રૂ. તુર્ત કીમત. ૧૦૦ રૂ. નું ૧॥ વરસનું વ્યાજ ૭॥×૧॥=૧૧। રૂ. થાય તો રાશ ૧૦૦+૧૧।= ૧૧૧। થાય. ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૧૨૮૦ રૂ. મુ. : : ૧૧૧। રૂ. રાશ : ૧૪૨૪ રૂ. રાશ વેપારીએ ગણી લીધા. પરંતુ ૩॥–૧॥=૨ વરસ વહેલા લીધા છે માટે તેટલી મુદતની વાસ્તવિક રીતે મુદત કાપીને લેવાના ૧૧૫ રૂ. રાશ : ૧૬૧૬ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૧૪૦૫$\frac{૫}{૨૩}$ રૂ. તુર્ત કીમત. માટે ૧૪૨૪–૧૪૦૫$\frac{૫}{૨૩}$= રૂ. ૧૮–૧૨–૬$\frac{૬}{૨૩}$ વધારે મળ્યું જવાબ.

દા. ૩૦ મો. ૫–૨=૩ વરસની મુદત ૯ ટકા પ્રમાણે કાપી આપી નાણાં લીધાં માટે ૧૨૭ રૂ. રાશ : ૪૭૫ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ : ૩૭૪$\frac{૧૦૨}{૧૨૭}$ રૂ. તુર્ત કીમત હાલ આપવી પડશે. ૩૭૪$\frac{૧૦૨}{૧૨૭}$ રૂ. નું ૬ ટકા લેખે ત્રણ વરસનું સાદું વ્યાજ $\frac{૪૭૬૦૦}{૧૨૭}$×$\frac{૩}{૧}$×$\frac{૬}{૧}$÷૧૦૦=૬૭$\frac{૫૯}{૧૨૭}$ રૂ. થાય. તેથી ૩૭૪$\frac{૧૦૨}{૧૨૭}$+૬૭$\frac{૫૯}{૧૨૭}$=૪૪૨$\frac{૩૪}{૧૨૭}$ પાંચ વરસે કુલ દેવા થાય. ને પાંચ વરસે ૪૭૬ રૂ. આપવાના હતા, માટે ૪૭૬–૪૪૨$\frac{૩૪}{૧૨૭}$=૩૩$\frac{૯૩}{૧૨૭}$ રૂ. ફાયદો જવાબ.

☞ મુદત ગણવામાં હિંદુ મહિના હોય તો તે પ્રમાણે મહિના ગણી મહિનાના ૩૦ દિવસ ને વરસના ૧૨ માસ ગણવા. એકલા દિવસ લખાવે તોપણ ૩૬૦ દિવસનું વરસ મુદત કાપવાના હિસાબમાં ગણવું. પણ ઈંગ્રેજી મહિના હોય તો તે મહિનાના દિવસ પ્રમાણે દિવસ ગણી વરસના ૩૬૫ દિવસ ગણવા. દિવસ ગણવામાં પહેલો ને છેલ્લો બે દિવસમાંથી એક મૂકી દેવો.

૪. વ્યાજ વિષે વિશેષ વિચાર.

૧. સાદા વ્યાજમાં મુદલ, મુદત, દર, અને વ્યાજ એ ચારમાંથી કોઈ પણ ત્રણ વાનાં આપ્યાં હોય, તો ચોથું પદ નીકળી શકેછે, તે કાઢવાના કોઠા.

અ. **મુદલ કાઢવા વિષે:**—પાંચ ટકા લેખે ૪ વરસે ૫૦ રુ. વ્યાજ થયું તો મુદલ શું?

૧૦૦ રુ. મુ. ૧ વ. ૫ ટકા વ્યાજ. } પંચરાશિનાં પદો જૂદાં તા-
૪ વ. ૫૦ રુ. વ્યાજ. } રવ્યાં.

૪ વ. : ૧ વ. } : : ૧૦૦ રુ. મુદલ : જવાબ મુદલ.
૫ રુ. વ્યા. : ૫૦ રુ. વ્યા. }

$\frac{૧૦૦\times૫૦}{૪\times૫}$=૨૫૦ રુ. મુદલ જ. આ પરથી નીચેનો કોઠો ઉત્પન્ન થાયછે:

$$\text{મુદલ} = \frac{૧૦૦ \times \text{વ્યાજ}}{\text{મુદત} \times \text{દર}}$$

બ. **મુદત કાઢવા વિષે:**—૫ ટકા લેખે ૨૦૦ રુ. નું ૩૦ રુ. વ્યાજ થયું, તો મુદત શી?

१०० रु. मु. १ व. ५ टका व्याज. } पंचराशिनां पदो जूदां ता-
२०० रु. मु. ३० रु. व्याज. } रव्यां,

२०० रु. मु. : १०० रु. मु. } : : १ व. : जवाब वरस.
५ रु. व्या. : ३० रु. व्या, }

$\frac{१००\times३०}{२००\times५}$=३ वरस जवाब. आ परथी नीचेनो कोठो उत्पन्न थायछे.

$$\text{मुदत}=\frac{१००\times\text{व्याज}}{\text{मुदल}\times\text{दर}}$$

क. दर काढवा विषेः—२०० रु. नुं त्रण वरसमां ३० रु. व्याज थाय तो दर शो?

२०० रु. मु. ३ व. ३० रु. व्याज. } पंचराशिनां पदो
१०० रु. मु. १ व. } जूदां तारव्यां.

२०० रु. मु. : १०० रु. मु. } : : ३० रु. व्याज : जवाब दर.
३ व. : १ व. }

$\frac{१००\times३०}{२००\times३}$=५ रु. दर जवाब. आ परथी नीचेनो कोठो उत्पन्न थाय छे.

$$\text{दर} = \frac{१००\times\text{व्याज}}{\text{मुदल}\times\text{मुदत}}$$

☞ज्यां सुधी पंचराशिनी रीते हिसाब गणतां बराबर न आवडे त्यां सुधी कोठानी रीत शीखववी नहि.

२. मुदल, व्याज, ने राश आ त्रणमांथी हरकोइ बे वानां जाणतां होइए तो त्रीजी बाबत नीकळी शके. **मुदल**=राश-व्याज, **व्याज**=राश-मुदल, **राश**=मुदल + व्याज.

३. अमुक रु. नुं अमुक वरसनुं सादुं व्याज आप्युं होय, अने तेज रकम तेज दरे तेज मुदत पछी देवी थवानी होय तो तेनी वास्तविक रीते मुदत बदल कापवानी रकम आपी होय तो व्याजनो दर शो अने ते रकम केटली ते शोधी काढवा विषेः—आपेला सादा व्याजमांथी आपेला वास्तविक रीते मुदत बदल कापवाना रु. बाद करवा, आथी जे बाकी रहेशे ते मुदत बदल वास्तविक रीते कापवानी रकमनुं व्याज थशे. आ परथी मुदल रु. तथा दर नीकळशे. **कारण**—मुदल रु. नुं अमुक मुदतनुं सादुं व्याज ते मुदत कापवाना हिसाबमां लेणी थवानी रकमनी वेपारी रीते मुदत बदल कापवानी रकम छे, ने वास्तविक रीते कापवानी रकम आपेलीछे; तेथी आ रीत मुदत कापवानी रीतनी ११मी कलम जेवी थइ तेथी अहीं फरी कारण लख्युं नथी. ला. अं. म. ५७ मानो दा. २०–२१ जुओ.

દા. ૨૦. રૂ. ૩૦-૧૩-૬—રૂ. ૩૦ = રૂ. ૦·૧૩-૬ તે રૂ. ૩૦ નું ૧॥ વરસનું વ્યાજ થયું, તેથી $\frac{૨૭}{૩૨}$ રૂ. વ્યા. : ૩૦$\frac{૨૭}{૩૨}$ રૂ. વ્યા. :: ૩૦ રૂ. મુદલ : ૧૦૯૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. મુદલ જવાબ. તે પરથી તેરીખ કાઢવા માટે તેરીખ= $\frac{૧૦૦ \times ૩૦\frac{૨૭}{૩૨}}{૧૦૯૬\frac{૨}{૩} \times \frac{૫}{૪}} = ૨\frac{૧}{૪}$ રૂ. દર જવાબ.

દા. ૨૧. ૨૦૮–૨૦૦=૮ રૂ. બસેં રૂ. નું ૮ માસનું વ્યાજ થયું. તેથી ૮ રૂ. વ્યા. : ૨૦૮ રૂ. વ્યા. : : ૨૦૦ રૂ. મુ. : ૫૨૦૦ રૂ. મુદલ જવાબ. તે પરથી તેરીખ કાઢવા માટે તેરીખ= $\frac{૧૦૦ \times ૨૦૮}{૫૨૦૦ \times \frac{૨}{૩}}$ = ૬ ટકા દર જ.

૪. જેમ સાદા વ્યાજમાં મુદત, મુદલ, દર, અને વ્યાજ એ ચારમાંથી કોઇ પણ ત્રણ વાનાં આપ્યાં હોય તે ઉપરથી બાકીનું ચોથું પદ નીકળે છે, તેમ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં પણ નીકળે છે.

अ. મુદલ કાઢવા વિષે:—મુદત, દર, ને વ્યાજપરથી મુદલ કાઢવું હોય તો પ્રથમ ૧ રૂ. ની આપેલી મુદતની આપેલે દરે રાશ કાઢવી, પછી તેમાંથી મુદલનો ૧ રૂ. બાદ કરવો, એટલે ૧ રૂ. નું આપેલી મુદતનું આપેલે દરે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ નીકળશે. પછી નીચે મુજબ પ્રમાણ બાંધવું.

૧ રૂ. નું વ્યાજ : આપેલા વ્યાજ : : ૧ રૂ. મુદલ : જવાબ મુદલ.

ટૂંકામાં આપેલા વ્યાજને ૧ રૂ. ના આપેલી મુદતના ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે ભાગવા. જો ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજને બદલે રાશ આપેલી હોય તો આપેલી રાશને ૧ રૂ. ની આપેલી મુદતની ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની રાશે ભાગવા. લા. અં. મ. ૬૭ માના દા. ૨૩, ૨૪, ૨૫ જુઓ.

દા. ૨૩. ૧·૦૫ × ૧·૦૫ × ૧·૦૫=૧·૧૫૭૬૨૫ રૂ. એક રૂપિઆની ૫ ટકા લેખે ત્રણ વરસની રાશ. માટે વ્યાજ =· ૧૫૭૬૨૫ રૂ. તેથી મુદલ= ૧૨૬૧ + .૧૫૭૬૨૫ = ૮૦૦૦ રૂ. મુદલ જવાબ.

દા. ૨૪. ૧·૦૪૫ × ૧·૦૪૫ × ૧·૦૨૨૫=૧·૧૧૬૫૯૫૫૬૨૫ રૂ. એક રૂપિઆની ૪$\frac{૧}{૨}$ ટકા લેખે ૨॥ વરસની રાશ. માટે વ્યાજ=· ૧૧૬૫૯૫૫૬૨૫ રૂ. તેણે વ્યાજ રૂ. ૧૧૬૫·૯૫૫૬૨૫ને ભાગતાં ૧૦૦૦૦ રૂ. મુદલ જવાબ.

દા. ૨૫. ૧·૧ × ૧·૧ × ૧·૧ = ૧·૩૩૧ રૂ. રાશ એક રૂપિઆની ૧૦ ટકા લેખે ત્રણ વરસની. તેણે આપેલી રાશ રૂ. ૧૫૯૭૨ ને ભાગતાં ૧૨૦૦૦ રૂ. મુદલ જવાબ.

ब. મુદત કાઢવા વિષે:—મુદલ, દર, ને વ્યાજપરથી મુદત કાઢવી હોય તો પ્રથમ વ્યાજને મુદલે ભાગી ૧ રૂ. ઉમેરવો. એટલે ૧ રૂ. ની મુદત પ્રમાણે રાશ થશે. એ રાશ, આપેલી તેરીખપરથી ૧ રૂ. ની ૧ વરસની રાશ કા-

ઢી તેનો વર્ગ, ઘન, કે ચતુર્ઘાત કરવાથી જે આવે તેની બરાબર થાય તો બે, ત્રણ કે ચાર વરસ મુદતનાં આવશે. ગતલબ કે પ્રથમ આવેલી રાશ એક રૂ.ની ૧ વરસની રાશના કયા ઘાતની બરાબર છે તે કાઢવું. એટલે જેટલા ઘાત કર્યા હોય તેટલાં વરસ મુદતનાં જાણવાં. જો વર્ગની બરાબર થાય તો બે, ઘનની બરાબર થાય તો ત્રણ, ને ચતુર્ઘાતની બરાબર થાય તો ચાર વર્ષ. એજ પ્રમાણે આગળ પણ જાણવું.

વરસની સાથે મહિના કે દિવસ આવવાના હોય તો ઉપર પ્રમાણે વરસ કાઢયા પછી તેટલા વરસના આપેલા મુદતની રાશ કાઢી આપેલી રાશમાંથી બાદ કરવી. બાકી રહે તેટલું વ્યાજ થવાને છેલ્લી જે રાશ બાદ કરી હોય તેને મુદ્દલ ગણી કેટલા દિવસ લાગશે તે સાદા વ્યાજની રીતે કાઢવા. પરચૂરણ દા. ૭૫ મો જુઓ.

क. તેરીખ કાઢવા વિષે:—મુદ્દલ, મુદત, ને વ્યાજપરથી તેરીખ કાઢવી હોય તો વ્યાજને મુદ્દલે ભાગવા, એટલે ૧ રૂ. નું આપેલી મુદતનું વ્યાજ આવશે. તેમાં ૧ રૂ. ઉમેર્યાથી ૧ રૂ. ની આપેલી મુદતની રાશ થશે, માટે તેનું આપેલી મુદત જેટલું ઘાત મૂળ* કાઢવું. તેથી ૧ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ, મુદ્દલ થશે. તેમાંથી ૧ રૂ. બાદ કરેથી ૧ રૂ. નું ૧ વરસનું વ્યાજ રહેશે. તેને ૧૦૦ એ ગુણ્યાથી તેરીખ આવશે. જો વ્યાજને બદલે રાશ આપી હોય તો તેને મુદ્દલે ભાગ્યાથીજ ૧ રૂ. ની આપેલી મુદતની રાશ આવશે. તે ઉપરથી ઉપર પ્રમાણે તેરીખ કાઢવી. બીજા અગ્નરા પરચૂરણ દા. ૩૮ મો જુઓ.

મિશ્રરાશિ.

વ્યાખ્યા:—એકજ જાતની જૂદા જૂદા ભાવની ચીજો મિશ્ર કરી તેઓ કઇ કીમતે વેચવાથી, અથવા કોઇ મુકરર કીમતે વેચવાને કેટકેટલું વજન લેવાથી તે વેપારમાં નફો અથવા નુકશાન ન થતાં સરભર થાય તે ખોળી કાઢવાની રીતને મિશ્રરાશિ કહે છે.

૨. મિશ્રરાશિના દાખલાઓ ખરેખરા ત્રિરાશિનાજ છે. બહુરાશિ કે સાંકળ રીતિથી થતા નથી, પણ એકથી વધારે વાર પ્રમાણ માંડી કરવા પડે છે.જેથી વખત ને મહેનતના બચાવ માટે મિશ્રરાશિની રીત બહુ લાભકારી છે.

૩. **પ્રકાર ૧ લો:**—જૂદા જૂદા ભાવની વસ્તુઓનું વજન આપ્યું હોય, તેપરથી મિશ્રનો ભાવ કાઢવો હોય તો દરેક ભાવ અને તે ભાવની વસ્તુના વજનનો ગુણાકાર કરવો. એ બધા ગુણાકારના સરવાળાને બધા વજનના સરવાળાએ ભાગતાં ભાગાકાર આવે તે જવાબ. આ જાતના દાખલાઓમાં જો

---

*મૂળ પ્રકરણ જૂઓ. આવા દાખલા મૂળ પ્રકરણ ચાલ્યા પછી શીખવવા.

નફો લેવો હોય તો બધા માલનાં પડેલા પૈસામાં નફો મેળવી તેને પછી મિશ્રના વજને ભાગવા.

દા. ૧. એક માણસે ૧૪ રૂ.એ મણના ભાવનું ૪ મણ, ૧૫ રૂ.એ મણના ભાવનું ૩ મણ, ને ૧૫ાા રૂ.એ મણના ભાવનું ૪ મણ ઘી એકઠું કર્યું, તો એ મિશ્રણ શા ભાવે પડે?

૪×૧૪ =૫૬	
૩×૧૫ =૪૫	૧૧ મણ : ૧ મણ : : ૧૬૩ રૂ.: જવાબ રૂ.
૪×૧૫ાા=૬૨	૧૬૩ રૂ. ÷ ૧૧ = રૂ. ૧૪-૧૩-૧$\frac{૧}{૧૧}$ જવાબ.
૧૧ મણ. ૧૬૩ રૂ.	

આ રીતનું કારણ ઉઘાડુંજ છે. ઘણી જાતના સરાસરી કાઢવાના હિસાબ આ રીતે થાયછે. ઉદા૦—ઘણાં કરજ જૂદે જૂદે વખતે વાળવાનાં હોય, તો બધા સામટા રૂ. કયારે આપીએ કે વ્યાજખાધ ન લાગે? આવે પ્રસંગે બધા રૂ. નો જૂદો જૂદો સર કાઢી તેનો સરવાળો કરી તેને બધા દેવાં રૂ. ના સરવાળાએ ભાગવા, ભાગાકાર આવે તેટલા માસ જવાબ. જો આવા હિસાબમાં થોડું દેવું વાળેલું હોય, તો તેનો જૂદો સર કાઢી દેવી રકમોના સરના સરવાળામાંથી બાદ કરી બાદબાકીને જેટલા રૂ. દેવા બાકી રહ્યા હોય તેટલાએ ભાગવા, ભાગાકાર આવે તે જવાબ. (૨) જૂદાં જૂદાં ખેતરોમાં પાકનું પ્રમાણ જૂદું જૂદું હોય તો સરાસરી દર વીઘે કેટલો પાક થયો હશે, તે પણ આજ રીતે થાય. (૩) વર્ગની દરરોજની માસિક સરાસરી હાજરી, હરકોઇ ઠેકાણે દર વરસે સરાસરી કેટલો વર્ષાદ પડેછે, ઇ. ઘણી જાતના હિસાબ આ રીતે થાય.

૪. **પ્રકાર ૨ જો:**—જૂદા જૂદા ભાવની વસ્તુઓનું મિશ્ર આપેલે ભાવે પડે તો તે વસ્તુઓ શા પ્રમાણમાં લેવી તે કાઢવું હોય તો—કહેલા જૂદા જૂદા ભાવોને ઊભી ઓળમાં લખી મિશ્રનો ભાવ એ બધા ભાવની ડાબી બાજુએ લખવો. પછી મિશ્રના ભાવ કરતાં એક ઓછો ભાવ અને એક વત્તો ભાવ લઇ મોટા તથા મિશ્ર ભાવની બાદબાકી નાના ભાવ આગળ, અને મિશ્ર તથા નાના ભાવની બાદબાકી મોટા ભાવ આગળ લખવી. એજ પ્રમાણે બીજા બે નાના મોટા ભાવ લઇ કરવું. આમ દરેક ભાવ આગળ ઓછામાં ઓછી એક બાદબાકી આવે ત્યાંસૂધી અરસપરસ બાદબાકીઓ કરવી. જો મિશ્ર કરતાં એક ભાવ ઓછો ને બાકીના બધા ભાવ વત્તા હોય તો તે ઓછો ભાવ દરેક વત્તા ભાવ સાથે સરખાવવો, ને એક વત્તો ને બીજા બધા ઓછા ભાવ હોય તો તે વત્તો ભાવ દરેક ઓછા ભાવ સાથે સરખાવવો. મતલબ કે મિશ્રના ભાવ કરતાં એક વત્તો ને એક ઓછો ભાવ તો હોવોજ જોઇએ. બધા વત્તા કે બધા ઓછા ભાવ હોવાજ ન જોઇએ. પછી જે ભાવ આગળ એક

કરતાં વધારે બાદબાકીઓ આવે, તેઓનો સરવાળો લેવો. એટલે દરેક ભાવ આગળ જે રકમ થશે તે કહેલા જૂદા જૂદા ભાવોનું વજન થશે.

કારણઃ—એક વત્તો ને એક ઓછો ભાવ લેવાથી વત્તે ભાવે લીધેલો માલ મિશ્ર ભાવે વેચવાથી જેટલી ખોટ જાયછે, તેટલોજ નફો ઓછે ભાવે લીધેલો માલ મિશ્ર ભાવે વેચવાથી રહેછે. તેથી દરેક વખતે સરભર થઇ રહેછે.

દા. ૨. એક ફડીઓ ૨, ૨।, ને ૨॥। રૂ. મણના ભાવના ઘઉં એકઠા કરીને ૨॥ રૂ.એ મણ વેચવા ધારેછે, તો દરેક જાતના કેટલા મણ લે?

	૨	०।	=०। મણ ૨ રૂ.એ મણના ભાવના જવાબ.
૨॥	૨।	०।	=०। મણ ૨। રૂ.એ મણના ભાવના જવાબ.
	૨॥।	०॥ + ०।	=०॥। મણ ૨॥। રૂ. એ મણના ભાવના જ.

આપરથી સ્પષ્ટ છે કે ૨ રૂ. ના ભાવના ०। મણ ૨॥ રૂ.ને ભાવે વેચવાથી બે આના નફો રહેશે, તેટલીજ ખોટ ૨॥। રૂ. ના ભાવના ०॥ મણ ૨॥ રૂ.ને ભાવે વેચવાથી જશે. તેમજ ૨। રૂ. ના ભાવના ०। મણ ૨॥ રૂ.ને ભાવે વેચવાથી એક આનો નફો રહેશે તેટલીજ ખોટ ૨॥। રૂ. ના ભાવના ०। મણ ૨॥ રૂ.ને ભાવે વેચવાથી જશે.

ટીપ :—આવા દાખલાના જવાબ એક કરતાં વધારે આવશે, કેમકે એક જવાબ કાઢ્યા પછી તેને કોઇ પણ સંખ્યાએ ગુણવાથી અથવા ભાગવાથી નફો નુકશાન બરાબર થઇ રહેછે.

પહેલા ને બીજા પ્રકારનો મુકાબલોઃ—પહેલામાં જૂદા જૂદા ભાવની વસ્તુઓનું વજન આપ્યું હોયછે, તેપરથી મિશ્રનો ભાવ કાઢવાનો હોય છે; ને બીજામાં જૂદા જૂદા ને મિશ્ર ભાવપરથી શુદ્ધ વસ્તુઓનું વજન શોધી કાઢવાનું હોયછે.

૫. પ્રકાર ૩ જોઃ—જૂદા જૂદા ભાવ આપેલા હોય, ને તેમાંના એકનું વજન આપેલું હોય, તથા તે સઘળાનો મિશ્ર ભાવ કહેલો હોય તો તેનું મિશ્રણ કરવાને બાકીના શુદ્ધ પદાર્થોનું વજન કેટકેટલું લેવું તે કાઢવું હોય તો—પ્રથમ બીજા પ્રકાર પ્રમાણે દરેક જાતનું વજન શા પ્રમાણમાં લેવું તે શોધી કાઢવું, પછી નીચે મુજબ પ્રમાણ બાંધવું.

આપેલા વજનવાળા શુદ્ધ ભાવનું આવેલું વજન : તે શુદ્ધ ભાવના આપેલા વજનનેછે : : બીજા શુદ્ધ ભાવનું આવેલું વજન : તેના આવવાના વજનને થશે. આવી રીતે વજન ન આપેલું હોય એવા શુદ્ધ પદાર્થો સારૂ પ્રમાણ બાંધવાં, આથી જવાબ આવશે તે માગેલું વજન થશે.

દા. ૩. ૧૬ રૂ. એ મણના ભાવના ૫ મણ ઘીમાં ૧૭॥, ૧૮, ને ૧૯ રૂ.એ મણના ભાવનું કેટકેટલું ઘી મેળવવું કે મિશ્રનો ભાવ ૧૭ રૂ. પડે ?

૧૭	૧૬	૦॥ + ૧ + ૨ = ૩॥ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનું.
	૧૭॥	૧ = ૧ મણ ૧૭॥ રૂ. ના ભાવનું.
	૧૮	૧ = ૧ મણ ૧૮ રૂ. ના ભાવનું.
	૧૯	૧ = ૧ મણ ૧૯ રૂ. ના ભાવનું.

૩॥ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનું : ૫ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનેછે : : ૧ મણ ૧૭॥ રૂ. ના ભાવનું : જવાબ. $\frac{૫ \times ૧}{૩॥}$ = ૧$\frac{૩}{૭}$ મણ ૧૭॥ રૂ. ના ભાવનું મેળવવું જવાબ. એજ પ્રમાણે ૧૮, ૧૯ રૂ. ના ભાવનું પણ ૧$\frac{૩}{૭}$ મણ આવશે.

૬. **પ્રકાર ૪ થો:**—જૂદા જૂદા ભાવ આપેલા હોય, અને તેમનો મિશ્ર ભાવ આપેલો હોય, તથા તે સઘળા પદાર્થોથી થયેલા મિશ્રનું એકંદર વજન આપેલું હોય, તો તે પરથી દરેક જાતના શુદ્ધ પદાર્થોનું વજન કેટકેટલું લેવું તે કાઢવું હોય તો—પ્રથમ બીજા પ્રકાર પ્રમાણે દરેક જાતનું વનજ શા પ્રમાણે લેવું તે શોધી કાઢવું, પછી નીચે મુજબ પ્રમાણ બાંધવું.

શુદ્ધના જૂદા જૂદા ભાવોને સારૂ આવેલા વજનનો સરવાળો : કૂલ આપેલા વજનને છે : : દરેક શુદ્ધને સારૂ આવેલું વજન : તે શુદ્ધના કહેલા મિશ્ર સારૂ આવવાના વજનને થશે.

દા. ૪. ૧॥, ૨, ને ૨॥ રૂ.એ મણના ભાવનું ૨૦ મણ દૂધ એકઠું કરવું છે, એવી રીતે કે મિશ્રનો ભાવ ૨। રૂ.એ પડે, ત્યારે દરેક ભાવનું કેટકેટલા મણ લેવું ?

૨।	૧॥	૦। = ૦। મણ ૧॥ રૂ. ના ભાવનું.
	૨	૦। = ૦। મણ ૨ રૂ. ના ભાવનું.
	૨॥	૦॥। + ૦। = ૧ મણ ૨॥ રૂ. ના ભાવનું.

૧॥ મણ કૂલ થયું.

૧॥ મણ કૂલ આવેલું : ૨૦ મણ કૂલ આપેલાને છે : : ૦। મણ : ૩$\frac{૧}{૩}$ મણ ૧॥ રૂ. ના ભાવનું લેવું, તેમજ ૩$\frac{૧}{૩}$ મણ ૨ રૂ. ના ભાવનું લેવું જવાબ.

૧॥ મણ કૂલ આવેલું : ૨૦ મણ કૂલ આપેલાને છે : : ૧ મણ : ૧૩$\frac{૧}{૩}$ મણ ૨॥ રૂ. ના ભાવનું જવાબ.

વીમો કમીશન

૧. **માલનો વીમો:**—આપણે માલ એક ઠેકાણેથી બીજે ઠેકાણે

મોકલીએ, પણ રસ્તામાં અગ્નિ, જળ, ચોર વગેરે અનેક પ્રકારની આફતોની દહેશત રહેછે, તેથી આપણે કોઇ બીજા માણસ સાથે ઠરાવ કરીએ કે આપણે તેને સેંકડે અમુક દરે માલની કીમતપર પૈસા આપવા; તે બદલ તે આપણી સાથે કબુલ થાય કે જો માલને નુકશાન લાગે તો ઠરાવેલા રૂ. તે આપણને આપે. આ વ્યવહારને **વીમો** કહેછે. આથી કરી દુનિઆમાં મોટા વેપાર ચાલી શકેછે. વીમો ઉતારનાર શખ્સને આ ધંધો પાલવી શકે તેનું કારણ એ કે તેને કમાવાના પ્રસંગ કરતાં કીમત ભરી આપવાના પ્રસંગ બહુજ થોડા આવેછે. વીમા બદલ સેંકડે જે પૈસા આપવા ઠરાવ્યા હોય તેને **વીમાનો દર** કહેછે. માલની જાત તથા તેનાપર આવવાની દહેશતના પ્રમાણમાં વીમાનો દર વધતો કે ઓછો હોયછે. વીમા બદલ જે પૈસા આપવા પડે તેને **વીમાખર્ચ** કહેછે.

વીમાના હિસાબ ત્રિરાશિથીજ થાયછે.

પ્રકાર ૧ લો:—વીમાખર્ચ કાઢવાને નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. માલ: આપેલા માલની કીમત : : વીમાનો દર : જવાબ વીમાખર્ચ. લા. અં. મ. ૬૯માનો દા. ૧ લો જુઓ.

દા. ૧. ૧૦૦ રૂ. માલ : ૧૬૮૫ રૂ. માલ : : ૨॥ રૂ. વીમાનો દર : રૂ ૪૨–૨ જવાબ વીમાખર્ચ.

પ્રકાર ૨જો:—માલની કીમત ગમે તેટલી હોય, પણ તેથી વધારે કે ઓછી કીમતનો વીમો પણ ઉતરાવી શકાયછે. માટે આપણે એવી રીતે વીમો ઉતરાવવો હોય કે માલનો નાશ થવાથી આપણને માલની કીમત વીમાખર્ચ સાથે મળે તો—વીમાખર્ચ સેંકડે જેટલા રૂ. બેસતું હોય તે ૧૦૦ રૂ. માંથી બાદ કરી બાકી રહે તેટલા રૂ. ના માલનો ૧૦૦ રૂ. નો વીમો ઉતરાવવો. જેમકે વીમાખર્ચ સેંકડે ૫ ટકા હોય તો ૯૫ રૂ. ના માલનો ૧૦૦ રૂ. નો વીમો ઉતરાવવો. કેમકે માલનો નાશ થવાથી આપણને ૧૦૦ રૂ. મળશે, પણ આપણે ૫ રૂ. વીમાખર્ચના પ્રથમથી આપેલા છે તેથી ખરેખરા ૯૫ રૂ. આપણા ઘરમાં રહેશે તે માલની કીમત બરાબર છે. લા. અં. મ. ૬૯માનો દા. ૪–૫–૬–૭ જુઓ.

દા. ૪. ૯૫ રૂ. માલ : ૬૩૦ રૂ. માલ : : ૧૦૦ રૂ. વીમો : રૂ ૬૬૬ ૯૧૦–૮ જ. વીમો.

દા. ૫. ૯૭॥ રૂ. માલ: ૨૬૫૨ રૂ. માલ : : ૧૦૦ રૂ. વીમો : રૂ. ૨૭૨૦ જ. વીમો.

દા. ૬. ૧૦૦ રૂ. વીમો : ૮૦૦૦ રૂ. વીમો : : ૯૭॥ રૂ. માલ : રૂ. ૭૮૦૦ જવાબ. માલની કીમત.

દા. ૭. ૯૬$\frac{૭}{૮}$ રૂ. માલ : ૧૮૬૦ રૂ. માલ : : ૩$\frac{૧}{૮}$ રૂ. વીમાનો દર : ૬૦ રૂ. વીમાખર્ચ જ.

દા. ૯. ૧૦૦ રૂ. માલ : ૩૦૦૦ રૂ. માલ : ૮૫·૫ રૂ. વીમેા : : ૨૫૬૫ રૂ. નેા વીમેા ઉતરાવ્યેા. ૧૦૦ રૂ. માલ : ૨૫૬૫ રૂ. માલ : : ૩ા રૂ. વીમાનેા દર : રૂ ૮૯–૧૨–૪$\frac{૪}{૫}$ વીમાખર્ચ. માટે ૩૦૦૦–૨૫૬૫ = ૪૩૫ રૂ. ; રૂ. ૪૩૫ + રૂ. ૮૯–૧૨–૪$\frac{૪}{૫}$ = રૂ. ૫૨૪–૧૨–૪$\frac{૪}{૫}$ કુલ નુકશાન. અને ૩૦૦૦ રૂ. માલ : ૧૦૦ રૂ. માલ : : ૫૨૪–૧૨–૪$\frac{૪}{૫}$ નુકશાન : રૂ ૧૭—૭–૧૦$\frac{૧૪}{૭૫}$ સેંકડે નુકશાન.

૨. **અગ્નિવીમેા:**—માલની માફક કેાઇ મકાનને અગ્નિથી સાચવવાને તેનેા વીમેા ઉતરાવવામાં આવેછે. જેટલા રૂપિઆનેા મકાનનેા વીમેા ઉતરાવેલેા હેાય તેપર સેંકડે અમુક દરે દર વરસે રૂપિઆ ભરવા પડેછે. આને **અગ્નિવીમેા** કહેછે. મકાનનેા અગ્નિથી નાશ થાય તેા વીમેા ઉતારનાર શખ્સ તેની ઠરાવેલી કીમત ભરી આપેછે, પણ વીમેા ઉતરાવનાર શખ્સ ઠરાવ પ્રમાણે એકવાર પણ હપ્તેા ન ભરેતેા પહેલાં આપેલા રૂપિઆ નકામા જાયછે. લા. અં. મ. ૬૯ગાનેા દા. ૨જેા જુએા.

દર વરસે ૧ા ટકા ગુજબ ૨૭ વરસમાં ૧૦૦ રૂ. ના વીમાના ૪૦ા રૂ. ભરવા પડયા, માટે ૧૦૦ રૂ. વીમેા : ૫૦૦૦૦ રૂ. વીમેા : : ૪૦ા રૂ. વીમાખર્ચ : ૨૦૨૫૦ રૂ. વીમાખર્ચ જવાબ.

૩. **જીંદગાનીનેા વીમેા:**—આપણા દેશમાં જીંદગીનેા વીમેા હાલમાંજ દાખલ થયેાછે તેથી એ રીત નવીછે. જીંદગીનેા વીમેા ઉતરાવીએ ત્યારે જેટલાનેા વીમેા ઉતરાવ્યેા હેાય તેટલા રૂપિઆ વીમેા ઉતરાવનાર મરી ગયા પછી તેના વારસને વીમેા ઉતારનાર આપે એવા ઠરાવ હેાયછે. જીંદગીના વીમામાં માણસની વય તથા તેના શરીરની સ્થિતિ વગેરે બાબતેા લક્ષમાં રાખીને તેનેા દર ઠરાવવામાં આવેછે. એ દર પ્રમાણે જેટલા રૂપિઆનેા જીંદગીનેા વીમેા ઉતરાવેલેા હેાય તેના જેટલા રૂ. થાય તેટલી રકમ દર વરસે વીમેા ઉતરાવનાર જીવે ત્યાં સૂધી આપવી પડેછે. જેા એકવાર પણ ન આપે તેા પહેલાં આપેલા રૂ. નકામા જાયછે. તેમજ જીંદગીના વીમામાં દર વરસે જે રકમ આપવાની ઠરે તે રકમ વીમેા ઉતરાવ્યા પછી તરતજ આપવી પડેછે, ને તે પછી દર વરસે આપવી જોઇએ છીએ. લા. અં. મ. ૬૯ દા. ૩–૮ જુએા.

દા. ૩. દર વરસે દર સેંકડે ૩ ટકા મુજબ ૧૨ વર્ષના ૩૬ રૂ. ભર્યા, માટે ૧૦૦ રૂ. વીમેા : ૧૦૦૦૦ રૂ. વીમેા : : ૩૬ રૂ. વીમાખર્ચ : ૩૬૦૦ રૂ. વીમાખર્ચના ભર્યા. તેા ૧૦૦૦૦–૩૬૦૦ = ૬૪૦૦ રૂ. વારસને નફેા. જ.

દા. ૮. આ દાખલામાં અને ૯ હપ્તા ભરવા પડશે, કેમકે તે ૯મું વરસ બેઠું તે દિવસે મરણ પામ્યેાછે, ને જીંદગીના વીમામાં વીમાખર્ચ દર વરસનું અગાઉથી ભરવામાં આવેછે. તેથી અ એ ૫ ટકા લેખે ૮૦૦૦ રૂ. ના દર વ-

દરસે ૪૦૦ રૂ. લેખે ૯ વરસના ૩૬૦૦ રૂ. વીમાખર્ચના ભર્યા, માટે ૮૦૦૦–૩૬૦૦ = ૪૪૦૦ રૂ. નો અના વારસને ફાયદો. અને ત્ર ને એ દરે એજ રકમનું ૮ વરસનું સાદું વ્યાજ ૩૨૦૦ રૂ. મળ્યું. માટે તેટલો તેના વારસને ફાયદો. જો અ ૨૪ વર્ષ સૂધી જીવી ૨૫મું વર્ષ બેહું તે દિવસે મરણ પામ્યો હોત તો તેને ૪૦૦ × ૨૫= ૧૦૦૦૦ રૂ. ભરવા પડત માટે ૧૦૦૦૦–૮૦૦૦ = ૨૦૦૦ રૂ. ખોટ અ ને. અને ત્ર ને ૪૦૦ ×૨૪= ૯૬૦૦ રૂ. વ્યાજના મળત.

જીંદગીના વીમામાં વીમાવાળાને નફો થયો કે ખોટ એ કાઢવામાં વીમો ઉતરાવનાર શખ્સ જેમ જેમ હપ્તો ભરતો જાય તેમ તેમ તે હપ્તાનું વ્યાજ વીમાવાળાને ઉપજી શકે તે વિચાર ધ્યાનમાં લેવાનોછે માટે તેવા દાખલા અમે નીચે આપીએ છીએ.

દા. ૧. એક માણસે ૨૫ વરસની ઉમરે સેંકડે ૫ ટકા આપીને પોતાની જીંદગીનો રૂ. ૫૦૦નો વીમો ઉતરાવ્યો, અને ત્રણ વરસ પછી મરી ગયો. તો એણે આપેલા રૂ. નું સેંકડે ૪ ટકા મુજબ સાદું વ્યાજ ગણીએ તો વીમાવાળાને કેટલી ખોટ? **રીત**—સેંકડે ૫ ટકા લેખે ૫૦૦ રૂ. ના વીમાના ૨૫ રૂ. વીમો ઉતરાવનાર શખ્સ વીમો ઉતરાવશે તેજ દિવસે ભરશે, અને પછી વરસે વરસે ભરતો જશે. હવે આ વીમો ત્રણ વરસ ચાલ્યોછે માટે પહેલા હપ્તાનું ૩ વરસનું, બીજા હપ્તાનું ૨ વરસનું, ને છેલ્લા હપ્તાનું ૧ વરસનું સાદું વ્યાજ કાઢવું જોઇએ. માટે, $\frac{૨૫×૩×૪}{૧૦૦}$ = ૩, $\frac{૨૫×૨×૪}{૧૦૦}$ ૨, ને $\frac{૨૫×૧×૪}{૧૦૦}$ = ૧ રૂ. વ્યાજ વીમાવાળાને ઉપજશે. તેથી કૂલ ૨૫ + ૨૫ + ૨૫ + ૩ + ૨ + ૧ = ૮૧ રૂ. વીમાવાળાને વ્યાજ સાથે મળ્યા, માટે ૫૦૦–૮૧ = ૪૧૯ રૂ. ખોટ જવાબ.

દા. ૨. દર વરસે દર સેંકડે ૬ ટકા આપીને એક માણસે પોતાની જીંદગાનીનો રૂ. ૧૦૦૦નો વીમો ઉતરાવ્યો, પણ ૩ વરસ પછી તે મરી ગયો. તો તેના આપેલા રૂ. નું ૫ ટકા મુજબ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ ગણતાં વીમાવાળાને કેટલી ખોટ આવી હશે?

રીત—

૬૦ રૂ. પહેલા વરસનો હપ્તો.
×૫ તેરીખ.
૧૦૦) ૩૦૦
૩ રૂ. પહેલા વરસ આખરે વ્યાજ.
૬૦ રૂ. પહેલા વરસનો હપ્તો.
૬૦ રૂ. બીજા વરસનો હપ્તો.
૧૨૩ રૂ. બીજા વરસની શરૂઆતમાં હતા.

×૫ તેરીખ.

૧૦૦)૬૧૫

૬·૧૫ રૂ. બીજા વરસનું વ્યાજ.
૧૨૩ રૂ. બીજા વરસની શરૂઆતમાં હતા.
૬૦ રૂ. ત્રીજા વરસનો હપ્તો.

૧૮૯·૧૫ રૂ. ત્રીજા વરસની શરૂઆતમાં.
×૫ તેરીખ.

૧૦૦)૯૪૫·૭૫

૯·૪૫૭૫ રૂ. ત્રીજા વરસનું વ્યાજ.
૧૮૯·૧૫ રૂ. ત્રીજા વરસની શરૂઆતમાં હતા.

૧૯૮·૬૦૭૫ રૂ. ત્રીજા વરસ આખરે થયા.

માટે ૧૦૦૦—૧૯૮·૬૦૭૫=૮૦૧·૩૯૨૫ રૂ. ખોટ જવાબ.

૪. **કમીશનઃ**—આડતીયાના કબજામાં માલ સોંપી તેનું જોખમ તેને માથે નાંખી જેટલા રૂપિઆનું વેચાણ થાય, તેટલા ઉપર સેંકડે ઠરાવેલા દર પ્રમાણે આપવાની રકમને **કમીશન** અથવા **આડત** કહેછે.

૫. **દલાલી**:—માલ લઇ આપનાર અથવા વેચાવી આપનારને દર સેંકડે આપવાના ઠરાવને **દલાલી** કહેછે, એમાં દલાલને કાંઇ જોખમ વહોરવું પડતું નથી માટે દલાલીનો દર આડત કરતાં ઓછો હોયછે. કહેવત છે કે " દલાલે દેવાળું નહિ ને મશીદે ખાતર નહિ. "

૬. વટાવઃ—કેટલીક વખત માલનું વેચાણ ચોખ્ખે ભાવે થતું નથી, પણ જે કીમત ઠરાવવામાં આવે, તેમાંથી સેંકડે અમુક ટકા કાપતાં જે બાકી રહે તે ખરી કીમત આપવાની ગણાય છે, એવે પ્રસંગે કાપેલી રકમને વટાવ કાપી આપ્યો કહેછે.

કમીશન, દલાલી, અને વટાવ ગણવાના દાખલા સાદી ત્રિરાશિથી થાયછે. વેપારી લોકો મોંએ પાંતીથી ગણેછે. લા. અં. મ. ૬૯ દા. ૧૦ થી ૧૫ જુઓ.

દા. ૧૦. ૦॥ રૂ. દલાલી + ૬। રૂ. વટાવ = ૬॥। રૂ. સોના વેચાણમાંથી જતાં રોકડાં નાણાં ૧૦૦—૬॥। = ૯૩। રૂ. મળે માટે, ૧૦૦ : ૧૨૭॥ : : ૯૩। : રૂ. ૧૧૮—૧૪—૩$\frac{3}{5}$ જવાબ.

દા. ૧૧. ૧૦૦ રૂ. એ વેચાતા માલની મૂળ કીમત, ૧૦૦—(૦॥ ટકો દલાલી + ૧૦॥ ટકા વટાવ) = ૮૯ રૂ. હોવી જોઇએ. માટે ૮૯ રૂ. મૂળ કી. : ૧૪૨$\frac{2}{5}$ રૂ. મૂળ કી. : : ૧૦૦ રૂ. વેચાણનો ભાવ : ૧૬૦ રૂ. જવાબ.

દા. ૧૨. સેંકડે ૧૦॥ ટકા વટાવ કાપી આપેછે માટે ૧૦૦ ના માલની ૮૯॥ રૂ. ખરી કીમત તેથી, ૧૦૦ રૂ. માલ : ૫૭॥ રૂ. માલ : : ૮૯॥ રૂ.

ખરી કીમત : રૂ. ૫૧-૭-૪$\frac{૪}{૫}$ પહેલા ભાવે ખરી કીમત. તેમજ સેંકડે ૪ ટકા વટાવ કાપી આપે તો ૧૦૦ રૂ. ના માલની ૯૬ રૂ. ખરી કીમત તેથી, ૧૦૦ રૂ. માલ : ૫૫ા રૂ. માલ : : ૯૬ રૂ. ખરી કીમત : રૂ. ૫૩-૪-૫$\frac{૧૬}{૨૫}$ બીજા ભાવે ખરી કીમત. તેથી રૂ. ૫૩-૪-૫$\frac{૧૬}{૨૫}$- રૂ. ૫૧-૭-૪$\frac{૪}{૫}$=રૂ.૧-૧૩-$\frac{૨૪}{૨૫}$ પહેલા ભાવે ફાયદો જવાબ.

દા. ૧૩. ૨ા રૂ. કમીશન : રૂ. ૧૪૮૦ા કમીશન : : ૧૦૦ રૂ. વેચાણ : રૂ. ૫૯૩૧ા જવાબ.

દા. ૧૪. ૧૦૦ રૂ. માલ : ૪૨૫ રૂ. માલ : : ૯૦ રૂ. મળે : ૩૮૨ા રૂ. **બ** ને મળશે, ૧૦૦ રૂ. માલ : ૩૮૨ા રૂ. માલ : : ૯૦ રૂ. મળે : રૂ, ૩૪૪-૪-૦ **અ** ને મળશે જવાબ.

દા. ૧૫. ૧૦૦ રૂ. વેચે તો સેંકડે ૪ ટકા વટાવના કાપતાં ૯૬ રૂ. ખરી કીમત ; તે ઉપર સેંકડે ૫ ટકા લેખે ૪$\frac{૪}{૫}$ રૂ. કમીશન ; માટે જે માલ બ ૧૦૦ રૂ. એ વેચે તેના અ. ને ૯૬-૪$\frac{૪}{૫}$=૯૧$\frac{૧}{૫}$ રૂ. મળે. માટે ૯૧$\frac{૧}{૫}$ રૂ. અ નેમળે: ૪૫૬ રૂ. અ ને મળે :: ૧૦૦ રૂ. બ ને ત્યાં વટાવમાં કીમત : ૫૦૦ રૂ. જવાબ.

લોન અને શેર.

આપણા દેશમાં કોઇ દેશી રાજાને પૈસાની જરૂર પડેછે, ત્યારે શાહુકાર પાસેથી કરજે નાણું કાઢેછે. પણ તે લે'ણદારને જ્યારે પૈસાની જરૂર પડેછે ત્યારે તરત પૈસા પાછા મળતા નથી, તથા તે લે'ણું બજારમાં વેચી શકાતું નથી; માટે કરજ કાઢતી વખતે ભારે વ્યાજ આપતાં છતાં, રાજ્યને નાણું ધીરનારા ઓછા મળેછે. યૂરોપમાં રાજ્યને વાસ્તે કરજ કાઢવાની રીત જૂદીછે.

યૂરોપખંડમાં કોઇ રાજ્યને પૈસાની જરૂર પડેછે, ત્યારે તે વખતની રાજ્યની હાલત પ્રમાણે વ્યાજનો દર ઠરાવી કરજે કાઢવાની રકમનો આંકડો લોકોને જાહેર કરવામાં આવેછે. અને જૂદી જૂદી રકમોના કરજાઉ લેખ તૈયાર કરેછે. લોકો ખુશીથી તે લેખ લઇ રાજ્યને રૂપિઆ ધીરેછે. રાજ્યને ધીરેલી રકમને **લોન** કહેછે, અને રાજ્યે કરી આપેલા લેખને **પ્રામીસરી નોટ** કહેછે. પ્રામીસરી નોટમાં લખ્યા મુજબ સરકાર છ છ મહિને કે વરસ દહાડે તે લોનનું વ્યાજ આપેછે. મુદલ રકમ તો સરકારની મરજીમાં આવે ત્યારે પાછી આપેછે. પરંતુ બીજી ચીજોની પેઠે પ્રામીસરી નોટ બજારમાં વેચી શકાયછે, તેથી ગમે તે વખતે બજાર ભાવ પ્રમાણે તે લોનના રૂપિઆ મળી શકેછે. આ પ્રમાણે સરકારે કાઢેલા કરજને **રાજ્ય કરજ** અથવા **પ્રજા કરજ** કહેછે. રાજ્ય બદલાય તોપણ પ્રજા તે દેવું આપેછે. આ લાભ ખાનગી માણસોને નાણાં ધીરવામાં નથી, માટે ઘણા લોકો પોતાનાં નાણાં સરકારી લોનમાં રોકેછે, તેથી સરકારને ઓછે વ્યાજે જેટલા જોઇએ તેટલા રૂપિઆ મળી શકેછે. અંગ્રેજ સરકાર પણ આપણા દેશમાં આ પ્રમાણે કરજ કાઢેછે.

દેશમાં પાક સારો હોય, બજારમાં નાણાંની છૂટ હોય, અને રાજ્યમાં સલાહ શાન્તિ હોય તો ઘણા જણ રૂપિઆ ધીરેછે, તેથી થોડે વ્યાજે ઘણા રૂપિઆ મળે છે; માટે રૂ. ૧૦૦) ની લોનનો ભાવ રૂ. ૧૦૦) કરતાં વધારે બેસે છે. દેશમાં લડાઇ ચાલતી હોય, અથવા દેશ ઉપર દુકાળ વગેરે કોઇ પ્રકારની આફત આવી હોય, બજારમાં નાણાંની તંગી હોય, પ્રજા ખમી શકે નહિ એટલું રાજ્યને માથે કરજ થઇ ગયું હોય, તો તે વખતે થોડા જણ રૂપિઆ ધીરવા જાયછે, માટે સરકારને રૂપિઆ મેળવવાને ઘણું વ્યાજ આપવું પડેછે. એવી વખતે બજારમાં લોનનો ભાવ ઉતરી જાયછે. જેમ બલવા વખતે જે લોનનો ભાવ રૂ. ૫૫) હતો તેનો આજે રૂ. ૧૦૭) છે.

રૂ. ૧૦૦) ની લોન લેવાને રૂ. ૧૦૦) આપવા પડે, તો સરભર ભાવ કહેવાયછે, રૂ. ૧૦૦) કરતાં વધારે આપવા પડે તો જેટલા રૂપિઆ વધારે આપવા પડે તેટલું **પ્રીમીયમ** કહેવાય, અને રૂ. ૧૦૦) કરતાં ઓછા આપવા પડે તો જેટલા રૂપિઆ ઓછા આપવા પડે તેટલું **ડિસ્કાઉંટ** કહેવાય છે. ત્રણ ટકા પ્રીમીયમ હોય તો રૂ. ૧૦૦) ની લોનના રૂ. ૧૦૩) આપવા પડે, ને ત્રણ ટકા ડિસ્કાઉંટ હોય તો રૂ. ૧૦૦) ની લોનના રૂ. ૯૭) આપવા પડે.

લોનના હિસાબ ત્રિરાશિથી થાયછે. બજારભાવ પ્રમાણે લોનમાંનાં નાણાં, અને રોકડાં નાણાંમાં ફેરફાર હોયછે, તે હિસાબ ગણવામાં ધ્યાનમાં રાખવો જોઇએ.

☞ લોનની રીત આપણા દેશમાં નવી દાખલ થવાથી ગૂજરાતના ઘણા ભાગના લોકો એ રીતથી અજાણ્યા હોવાથી તેના હિસાબ સમજવા મુશ્કેલ લાગેછે. માટે અમે નીચે તેની કેટલીક રીતો આપી લા. અં. મ. ૭૦ મું આખું સમજુતી સાથે ગણી આપીએ છીએ.

રીત ૧ લી:—અમુક રોકડા રૂપિઆની કેટલા રૂપિઆની લોનો આવશે તે કાઢવું હોય તો નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. ની લોનનો ભાવ : અમુક રોકડા રૂ. ને છે : : ૧૦૦ રૂ. ની લોન : જવાબ લોન.

દા. ૧. ૯૩ રૂ. રોકડા : ૧૫૮૧ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૧૭૦૦ રૂ. ની લોન જ.

રીત ૨ જી:—લોનો અમુક ભાવે વેચવાથી કેટલા રોકડા રૂપિઆ મળે તે કાઢવું હોય તો નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. ની લોન : આપેલી લોન : : ૧૦૦ રૂ. ની લોનનો ભાવ ૮ જ.

દા. ૨. ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૧૬૦૦ રૂ. ની લોન : : ૮૮$\frac{૧}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૪૧૦ રૂ. રોકડા જ.

રીત ૩ જી:—લોનની વાર્ષિક પેદાશ બે રીતે નીકળે છે. (૧) ભાવપરથી, (૨) લોનપરથી. તેમાં ભાવ કરતાં લોનપરથી પેદાશ કાઢવી સુગમ પડેછે, માટે જ્યાં લોનપરથી નીકળી શકે તેમ હોય ત્યાં ભાવપરથી ન કાઢવી. આને માટે નીચે મુજબ પ્રમાણો મંડાય.

૧૦૦ રૂ. ની લોનનો ભાવ : રોકડા રૂપિઆ : : ૧૦૦ રૂ. ની લોનનું વ્યાજ : જવાબ

૧૦૦ રૂ. ની લોન : આપેલી લોનને છે : : ૧૦૦ રૂ. ની લોનનું વ્યાજ:જ.

દા. ૩. ૯૩$\frac{૧}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૦૦૦ રૂ. રોકડા : : ૩ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૩૨–૩–૫$\frac{૩૫}{૧૪૯}$ જવાબ.

દા. ૪. ૮૮$\frac{૧}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૫૦૦ રૂ. રોકડા : : ૧$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : રૂ. ૨૫–૮–૬$\frac{૬}{૪૭}$ જવાબ.

દા. ૯. ૮૪ રૂ. રોકડા : ૧૦૦૦ રૂ. રોકડા : : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૩૫$\frac{૫}{૭}$ રૂ. અ ની વાર્ષિક પેદાશ. ૧૧૦ રૂ. રોકડા : ૧૦૦૦ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૩૬$\frac{૪}{૧૧}$ રૂ. બ ની વાર્ષિક પેદાશ. માટે ૩૬$\frac{૪}{૧૧}$–૩૫$\frac{૫}{૭}$=રૂ. ૦–૧૦–૪$\frac{૫૨}{૭૭}$ જ.

દા. ૨૭. ૮૭॥ રૂ. રોકડા : ૧૬૮૦ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૭૬$\frac{૪}{૫}$ રૂ. વ્યાજ. ૯૮ રૂ. રોકડા : ૧૬૮૦ રૂ. રોકડા : : ૪$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : ૭૭$\frac{૧}{૭}$ રૂ. વ્યાજ. માટે ૭૭$\frac{૧}{૭}$–૭૬$\frac{૪}{૫}$= રૂ. $\frac{૧૨}{૩૫}$ બીજી રીતે રોકવામાં નફો.

રીત ૪ થી:—અમુક રૂપિઆ વાર્ષિક પેદાશ કરવાને કેટલા રૂપિઆ રોકડાની લોન લેવી એમ કહ્યું હોય તો નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

"૧૦૦ રૂ. ની લોનનું વ્યાજ : આપેલી વાર્ષિક પેદાશ : : ૧૦૦ રૂ. ની લોનનો ભાવ : જવાબ.

દા. ૫. ૩ રૂ. પેદાશ : ૧૨૦ રૂ. ની પેદાશ : : ૭૫ રૂ. : ૩૦૦૦ રૂ. જ.

દા. ૭. ૧$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : ૫૦ રૂ. વ્યાજ : : ૯૦$\frac{૩}{૪}$ રૂ. : ૩૦૨૫ રૂ. જ.

દા. ૮. ૩ રૂ. વ્યાજ : ૧૫૦ રૂ. વ્યાજ : : ૮૪ રૂ. : ૪૨૦૦ રૂ. જ.

રીત ૫ મી:—અમુક ભાવની લોનોથી સૈંકડે કેટલું વ્યાજ પડે તે કાઢવું હોય તો નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. ની લોનનો ભાવ : ૧૦૦ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. ની લોનનું વ્યા. : જ.

દા. ૬. ૯૦ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૩$\frac{૧}{૩}$ રૂ. જવાબ.

રીત ૬ ઠ્ઠી:—જૂદી જૂદી જાતની લોનો લેવામાં કઇ લોનથી ફાયદો થશે, એમ કાઢવું હોય તો એ બધી જાતની લોનોમાં ૧૦૦ રૂ. એ કેટલું વ્યાજ પડશે એ કાઢતાં જેનું વધારે વ્યાજ આવે તે લોન લેવાથી ફાયદો

એમ જાણવું.

૫. પહેલી જાતની લોનના ભાવવડે વ્યાજનો જે દર ઉત્પન્ન થતો હોય, તેજ દર પ્રમાણે બીજી જાતની લોનના ભાવ જેટલા રૂપિઆ રોકતાં શી પેદાશ થાય તે કાઢવું. એ પેદાશ બીજી જાતની લોનના દર સાથે સરખાવતાં શામાં ફાયદો છે તે જણાશે.

દા. ૧૧. ૯૦$\frac{૫}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૦૦ રૂ. રોકડા : : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૩$\frac{૯}{૨૯}$ રૂ. વ્યાજ. ને ૯૭$\frac{૭}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૦૦ રૂ. રોકડા : : ૩$\frac{૧}{૪}$ રૂ. વ્યાજ : ૩$\frac{૪૫૧}{૭૮૩}$ રૂ. વ્યા. હવે ૩$\frac{૯}{૨૯}$ કરતાં ૩$\frac{૪૫૧}{૭૮૩}$ વધારેછે માટે ૩$\frac{૧}{૪}$ ટકાની લોનથી ફાયદો. (૧લી રીતે).
૯૦$\frac{૫}{૮}$: ૯૭$\frac{૭}{૮}$: : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૩$\frac{૧૭૪}{૭૨૫}$ રૂ. વ્યાજ અને ૯૭$\frac{૭}{૮}$ રૂ. ના ભાવની લોનનું વ્યાજ તો ૩$\frac{૧}{૪}$ ટકા છે માટે ૩$\frac{૧}{૪}$ ટકાવાળી લોનથી ફાયદો.(૨જીરીતે).

રીત ૭ મી :—એક જાતની લોન વેચી તેના જે ઉપજે, તેની બીજી જાતની લોન લોન લેવી હોય તો પ્રથમની લોનનું જે ઉપજે, તેટલાની બીજી જાતની કેટલાની લોન આવશે તે કાઢવું. આમ કરવાથી નફો થાયછે કે ટોટો તે કાઢવું હોય તો પહેલી લોનનું શું વ્યાજ ઉપજતુ તે કાઢવું, અને આ બીજી જાતની લોનની કેટલી ઉપજ થશે તે કાઢવું. પછી બંને પેદાશ સરખાવ્યાથી નફોનુકશાન માલૂમ પડશે.

દા. ૧૭. ૧૦૦ રૂ. લોન : ૪૦૦૦ રૂ. લોન : : ૯૦ રૂ. રોકડા : ૩૬૦૦ રૂ. રોકડા. ને ૭૨ રૂ. રોકડા : ૩૬૦૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૫૦૦૦ રૂ. લોન જ. ૧૦૦ રૂ. લોન : ૪૦૦૦ રૂ. લોન : : ૪ રૂ. વ્યાજ. ૧૬૦ રૂ. વ્યાજ, તેમજ ૧૦૦ રૂ. લોન : ૫૦૦૦ રૂ. લોન : : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૧૫૦ રૂ. વ્યાજ. માટે ૧૬૦–૧૫૦ = ૧૦ રૂ. તફાવત જવાબ.

દા. ૧૯. ૮૮ રૂ. રોકડા : ૫૦૦૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૬૨૫૦ રૂ. ની લોન. તે સરભર ભાવે વેચી માટે ૬૨૫૦ રૂ. ઉપજ્યા. ૧૦૪$\frac{૧}{૬}$ રૂ. રોકડા : ૬૨૫૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૬૦૦૦ રૂ. લોન થઇ જ. ૧૦૦ રૂ. લોન : ૬૨૫૦ રૂ. લોન : : ૩ રૂ. વ્યાજ : ૧૮૭॥ રૂ. વ્યાજ પ્રથમના ભાવની વાર્ષિક પેદાશ, ૧૦૦ રૂ. લોન : ૬૦૦૦ રૂ. લોન : : ૩$\frac{૧}{૪}$ રૂ. વ્યાજ : ૧૯૫ રૂ. વ્યાજ બીજા ભાવની વાર્ષિક પેદાશ. માટે ૧૯૫—૧૮૭॥ = ૭॥ રૂ. ફાયદો જ.

રીત ૮ મી :—અમુક દરની લોન શા ભાવે લેવાથી સેંકડે અમુક વ્યાજ ઉપજે એમ કાઢવું હોય તો નીચે મુજબ પ્રમાણ માંડવું.

૧૦૦ રૂ. ની લોનનું વ્યાજ : ૧૦૦ રૂ. ના આપેલા વ્યાજને છે : : ૧૦૦ રૂ. : જવાબ. આ વ્યસ્ત ત્રિરાશિ થશે. કેમકે ૧૦૦ રૂ. ની લોનના વ્યાજ કરતાં સેંકડે પડવાનું વ્યાજ જેટલા ગણું વધારે હોય તેટલા ગણો ઓછો ભાવ ૧૦૦

રૂ. ની લોનનો હોવો જોઇએ, તોજ ૧૦૦ રૂ. રોકડાએ માગેલું વ્યાજ આવે, અથવા એથી ઉલટું ૧૦૦ રૂ. ની લોનના વ્યાજકરતાં સેંકડે પડવાનું વ્યાજ જેટલા ગણું ઓછું હોય તેટલા ગણો વધારે ભાવ ૧૦૦ રૂ. ની લોનનો હોવો જોઇએ, તોજ ૧૦૦ રૂ. રોકડાએ માગેલું વ્યાજ આવે. માટે ઉપલા પ્રમાણને નીચે મુજબ ગોઠવવું.

૧૦૦ રૂ. નું આપેલું વ્યાજ : ૧૦૦ રૂ. ની લોનના વ્યાજને છે : : ૧૦૦ રૂ. : જવાબ.

દા. ૧૮. ૪$\frac{૩}{૮}$ રૂ. વ્યાજ : ૬$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : : ૧૦૦ રૂ. : ૮૦ રૂ. લોનનો ભાવ જવાબ.

રીત ૯ મી :—પ્રામીસરી નોટો બજારમાં જે તારીખે લઇએ તે તારીખ સુધીનું ચઢેલું વ્યાજ લક્ષમાં રાખીને ભાવ વધતો ઘટતો નથી. ભાવ તો મૂળ કીમત તરીકે હોયછે, માટે તે તારીખ સુધીનું ચઢેલું વ્યાજ ખરીદ કરતી વખતે ખરીદ કરનારે ભાવ ઉપરાંત આપવું પડેછે, વળી લોનની ખરીદી અને વેચાણ ઘણુંકરીને દલાલની મારફતે થાયછે. દલાલી જેને ગરજ હોય તેની પાસેથી લેવામાં આવેછે. પરંતુ દસ્તુર તો ખરીદ કરનારની પાસેથી લેવાનો હોયછે. માટે ખરીદ કરનાર શખ્સને પ્રામીસરી નોટનાં નીચે મુજબ નાણાં બેસે.

લોનની ભાવ પ્રમાણે કીમત + ચઢેલું વ્યાજ + દલાલી.

જો વેચનાર શખ્સે દલાલી આપી હોય તો તેને નીચે મુજબ નાણાં મળે.

લોનની ભાવ પ્રમાણે કીમત + ચઢેલું વ્યાજ—દલાલી.

કોઇ દાખલાગાં દલાલી ન કહી હોય તો તે ગણવી નહિ.

સૂચના :—જે સાલમાં ફેબ્રુઆરી માસ ૨૯ દિવસનો હોય તે સાલમાં વ્યાજ ગણવામાં તે મહિનો ૨૯ દિવસનો ગણવો, પણ વરસના દિવસ તો તે સાલના પણ ૩૬૫ જ વ્યાજ કાઢવામાં ગણવા.

નીચેના દાખલાઓ ઉપર આપેલી નવ રીતોની મદદથી થઇ શકશે.

દા. ૧૦ ૯૦$\frac{૧}{૪}$–૮૮$\frac{૧}{૨}$=૧$\frac{૩}{૪}$ રૂ. નો વધારો. ૧૦૦ રૂ. ની લોન વેચતાં મળે, માટે ૧$\frac{૩}{૪}$ રૂ. નો વધારો : ૨૧ રૂ. વધારાને છે : : ૧૦૦ રૂ ની લોન : ૧૨૦૦ રૂ. ની લોન જવાબ.

દા. ૧૫. ૩ રૂ. : ૩$\frac{૧}{૨}$ રૂ. : : ૯૩$\frac{૩}{૮}$ રૂ. : રૂ. ૧૦૮–૧૫ જવાબ.

દા. ૧૨. ૯૬$\frac{૧}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૪૪૭૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૪૮૦૦ રૂ. લોન મળેજ. ને ૧૦૦ રૂ. લોન : ૪૮૦૦ રૂ. લોન : : ૪ રૂ. ઉપજ : ૧૯૨ રૂ. ઉપજ. અને ૧૦૦ રૂ. ઉપજ : ૧૯૨ રૂ. ઉપજ : : ૨$\frac{૧}{૨}$ રૂ. કર : ૪$\frac{૪}{૫}$ રૂ. ઉપજપર કર. માટે ૧૯૨–૪$\frac{૪}{૫}$ = ૧૮૭$\frac{૧}{૫}$ રૂ. વાર્ષિક ઉપજ જવાબ.

દા. ૧૩. ૯૫॥ રૂ. ભાવ + ०॥ રૂ. દલાલી = ૯૬ રૂ. સોની લોનના એ-ઠા. માટે ૯૬ રૂ. રોકડા : ૧૨૦૦ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૫૦ રૂ. વ્યાજ ૧ વરસનું આવે તેથી બે વરસનું વ્યાજ ૧૦૦ રૂ મળ્યું. ૯૬ રૂ. રોકડા : ૧૨૦૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૧૨૫૦ રૂ. ની લોન. હવે ૧૦૦ રૂ. ની લોનના ૯૪—०॥ દલાલી = ૯૩॥ રૂ. ઉપજ્યા. માટે ૧૦૦ રૂ. લોન : ૧૨૫૦ રૂ. લોન : : ૯૩॥ રૂ. રોકડા : ૧૧૬૮॥। રૂ. રોકડા ઉપજ્યા. માટે ૧૧૬૮॥। + ૧૦૦ વ્યાજના = ૧૨૬૮॥। રૂ. કુલ થયા. તેથી ૧૨૬૮॥।—૧૨૦૦ = ૬૮॥। રૂ. બે વરસમાં ૧૨૦૦ રૂ. ના મળ્યા. તો ૧ વરસમાં રૂ. ૩૪—૬—० થ-યા, તેથી ૧૨૦૦ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : રૂ. ૩૪—૬ : રૂ. ૨ $\frac{૮૩}{૯૬}$ દર જવાબ.

દા. ૧૪. ૧૦૦ રૂ. લોન : ૭૫૦ રૂ. લોન : : ૯૫ રૂ. રોકડા : ૭૧૨॥ રૂ. રોકડા પ્રથમની લોનમાં રોક્યા. ૧૦૦ રૂ. લોન : ૫૦૦ રૂ. લોન : : ૧૦૫ રૂ. રોકડા : ૫૨૫ રૂ. રોકડા બીજી લોનમાં રોક્યા. ૭૧૨॥ + ૫૨૫ = ૧૨૩૭॥ રૂ. કુલ રોક્યા. હવે પહેલી લોનોનું વ્યાજ દર સેંકડે ૪ ટકા લેખે ૭॥ × ૪ = ૩૦ રૂ. ને બીજી લોનોનું વ્યાજ ૫ × ૪ = ૨૦ રૂ. તો ૩૦ + ૨૦ = ૫૦ રૂ. કુલ વ્યાજ. તે પર સેંકડે ૨ ટકા લેખે ૧ રૂ. કરનો થયો. તે ૫૦ રૂ. માંથી જતાં ચોખ્ખું વ્યાજ ૪૯ રૂ. પડ્યું. માટે ૧૨૩૭॥ રૂ. રોકડા : ૧૦૦ રૂ. રોકડા : : ૪૯ રૂ. વ્યાજ : ૩ $\frac{૯૫}{૯૯}$ રૂ. દર જવાબ.

દા. ૧૬. ૧૦૦ રૂ. ની લોનના ૯૩ $\frac{૭}{૮}$ + $\frac{૧}{૧૬}$ = ૯૩$\frac{૧૫}{૧૬}$ રૂ. બેસે. માટે ૧૦૦ રૂ. લોન : ૫૪૦૦ રૂ. લોન : : ૯૩ $\frac{૧૫}{૧૬}$ રૂ. રોકડા : રૂ. ૫૦૭૨—૧૦ જ.

દા. ૨૧. ૧૦૦ રૂ. ની લોનના ૯૪ $\frac{૧}{૮}$ + ૧ $\frac{૧}{૨}$ અર્ધા વરસનું મળેલું વ્યાજ = ૯૫ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. કુલ ઉપજ્યા. અને ૯૩ $\frac{૫}{૮}$ ને ભાવે ખરીદ કરી છે માટે ૯૫ $\frac{૫}{૮}$—૯૩ $\frac{૫}{૮}$ = ૨ રૂ. નફો ૫ માસમાં ૯૩ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. પર થયો. તો દર વરસે દર સેંકડે કેટલો નફો તે કાઢવા માટે—

૯૩ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. : ૧૦૦ રૂ.
૫ માસ : ૧૨ માસ. } : : ૨ રૂ : ૫ $\frac{૯૫}{૭૪૯}$ રૂ. જવાબ.

દા. ૨૨. ૫॥ આનાની તેરીખે ૧૨ માસનું વ્યાજ ૪ $\frac{૧}{૮}$ ટકા ૧૦૦ રૂ. નું થયું. તેથી ૧૦૦ રૂ. : ૧૫૫૮૦ રૂ. : : ૪ $\frac{૧}{૮}$ રૂ. વ્યાજ : ૬૪૨ $\frac{૨૭}{૪૦}$ રૂ. વ્યાજની પેદાશ. ને ૯૭ $\frac{૩}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૫૫૮૦ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૬૪૦ રૂ. વ્યાજ લોનમાં મળે. માટે ૬૪૨ $\frac{૨૭}{૪૦}$—૬૪૦ = ૨ $\frac{૨૭}{૪૦}$ રૂ. વ્યાજે મૂકવામાં ફાયદો. જવાબ.

દા. ૨૩. દર વરસે દર સેંકડે ૪ ટકા વ્યાજ મેળવવાને ઓછા ભાવની લોન ખરીદ કરવી જોઇએ, માટે ૪ રૂ. : ૩ $\frac{૧}{૪}$ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. : ૮૧ $\frac{૧}{૪}$ રૂ. તેથી ૮૧ $\frac{૧}{૪}$—$\frac{૧}{૮}$ દલાલી = ૮૧ $\frac{૧}{૮}$ રૂ. ના ભાવની લોન જવાબ.

દા. ૨૪. ૧૦૦ રૂ. નું વરસે ૫ ટકા લેખે ૯ માસનું ૩॥। રૂ. વ્યાજ થાય માટે ૧૦૦ + ૩॥। = ૧૦૩॥। રૂ. રાશ ૧૦૦ રૂ. ની ૯ માસમાં થાય. ૧૦૩॥। રૂ. રાશ : ૯૧૩ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. તુર્ત કીમત : ૮૮૦ રૂ. તુર્ત કીમત. હવે ૮૮૦ રૂ. નું દેવું પતાવવાને ૮૮ રૂ. ના ભાવની કેટલાની લોન વેચવી જોઇએ તે માટે, ૮૮ રૂ. રોકડા : ૮૮૦ રૂ. રોકડા : : ૧૦૦ રૂ. લોન : ૧૦૦૦ રૂ. ની લોન જવાબ.

દા. ૨૫. ૧૦૦ રૂ. : ૩ રૂ. : : ૩॥। રૂ. કર : ·૧૧૨૫ રૂ. કરના થાય, માટે ૩—·૧૧૨૫=૨·૮૮૭૫ રૂ. ચોખ્ખું વ્યાજ આવે. પણ ચાર આનાની તેરીખે ચોખ્ખું વ્યાજ વરસે ૩ રૂ. પડે છે માટે લોનનો ભાવ ૧૦૦ થી ઓછો હોવો જોઈએ. તેથી ૩ રૂ. : ૨·૮૮૭૫ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. : ૯૬ $\frac{૧}{૪}$ રૂ. જવાબ.

દા. ૨૮. ૫ $\frac{૧}{૨}$ × ૭ = ૩૮ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. ની લોનનું ૭ વરસનું. તેથી ૩૮ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : ૧૨૩૨ રૂ. વ્યાજ : : ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૩૨૦૦ રૂ. ની લોન. તેને ૯૫ $\frac{૫}{૮}$ ને ભાવે વેચતાં ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૩૨૦૦ રૂ. ની લોન : : ૯૫ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૩૦૫૦ રૂ. ઉપજે જવાબ.

દા. ૨૯. અ એ ૯૬ $\frac{૩}{૪}$ + $\frac{૧}{૮}$ દલાલી=૯૬ $\frac{૭}{૮}$ રૂ. ને ભાવે અને બ એ ૧૦૩ $\frac{૫}{૨૪}$ + $\frac{૧}{૮}$ દલાલી = ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. ને ભાવે લોનો લીધી, માટે ૯૬ $\frac{૭}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : $\frac{૧૯૮૪}{૪૬૫}$ રૂ. વ્યાજ ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. નું ૪ ટકા લેખે. પણ ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. નું લોનમાં ૪ $\frac{૧}{૨}$ ટકા વ્યાજ મળે છે. માટે ૪ $\frac{૧}{૨}$ − $\frac{૧૯૮૪}{૪૬૫}$ = $\frac{૨૧૭}{૯૩૦}$ રૂ. તફાવત રૂ. ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રોકડા પર. માટે $\frac{૨૧૭}{૯૩૦}$ રૂ. તફાવત : ૧૦૫ રૂ. તફાવત : : ૧૦૩ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. રોકડા : ૪૬૫૦૦ રૂ. રોકેલા જવાબ.

દા. ૩૦. ૯૧ $\frac{૧}{૮}$−૨ $\frac{૧}{૨}$ = ૮૮ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. રોકડાએ ૧૦૦ રૂ. ની લોનો બીજી-વાર ખરીદી કરી. ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૮૦૦ રૂ. ની લોન : : ૮૮ $\frac{૫}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૭૦૯ રૂ. રોકડા પહેલી વારની લોનોને વેચતાં ઉપજેલા. ૯૧ $\frac{૧}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૭૦૯ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૩૧ $\frac{૮૯}{૭૨૯}$ રૂ. વ્યાજ પહેલાં ઉપજતું, ને ૧૦૦ રૂ લોન : ૮૦૦ રૂ. ની લોન : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૩૨ રૂ. વ્યાજ બીજી વારની લોનોમાં ઉપજશે. તેથી ૩૨—૩૧ $\frac{૮૯}{૭૨૯}$ = ૧૪ $\frac{૩૪}{૭૨૯}$ આનાનો તફાવત.

દા. ૩૧. ૯૩ $\frac{૧}{૨}$−૯૦ = ૩ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. વધારે ૧૦૦ રૂ.ની લોન વેચવાથી ઉપજે, માટે ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૧૦૦૦ રૂ. લોન : : ૩ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. નફો : ૩૫ રૂ. નફો ૧૦૦૦ રૂ. ની લોનો વેચવામાં થયો, પણ છેવટે માત્ર ૬। રૂ. નફો રહેલો છે તેથી ૩૫−૬।−૨૮॥। રૂ. ખોટ બીજી વારની લોનો વેચવામાં ગઈ. ૯૦ − ૮૪॥= ૫॥। રૂ. ખોટ બીજી વારની ૧૦૦ રૂ. ની લોન વેચવામાં જાય, તેથી ૫॥। રૂ. ખોટ : ૨૮॥। રૂ. ખોટ : : ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૫૦૦ રૂ. ની લોન ૮૪॥ રૂ. ના ભાવની. ૧૦૦૦ + ૫૦૦ = ૧૫૦૦ રૂ. ની લોનો ખરીદેલી, ૧૦૦ રૂ. ની લો-

ન : ૧૫૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૯૦ રૂ. રેાકડા : ૧૩૫૦ રૂ. રેાકેલા જવાબ. ૧૩૫૦ + ૬॥ નફાના મળી= ૧૩૫૬॥ રૂ. નફા સાથે ઉપજ્યા. તેનું વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. : ૧૩૫૬॥ રૂ. : : ૪ રૂ. : ૫૪$\frac{૧}{૪}$ રૂ. વ્યાજ, અને લેાનેાનું વ્યાજ૧૦૦ રૂ. લેા-ન : ૧૫૦૦ રૂ. નીલેાન : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૬૦ રૂ. વ્યાજ. માટે ૬૦—૫૪$\frac{૧}{૪}$ = ૫$\frac{૩}{૪}$ રૂ. ખેાટ જવાબ.

દા. ૩૩. ૧૦૨॥ રૂ. રેાકડા : ૪૨૦૧૦૬૫ રૂ. રેાકડા : : ૪$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ. : ૧૮૪૪૩૭ રૂ. મુંબઇમાં વ્યાજ. ૧૦૩॥ રૂ. રેાકડા મુંબઇમાં : ૪૨૦૧૦૬૫ રુ. રેાકડા મુંબઈમાં : : ૧૦૦ રૂ. કલકત્તે મળે : ૪૦૫૯૦૦૦ રૂ. કલકત્તે મળે.૯૯રૂ. રેાકડા : ૪૦૫૯૦૦૦ રૂ. રેાકડા : : ૪$\frac{૧}{૨}$ રૂ. વ્યાજ : ૧૮૪૫૦૦ રૂ. કલક-ત્તામાં વ્યાજ મળે. માટે ૧૮૪૫૦૦—૧૮૪૪૩૭=૬૩ રૂ. નેા કલકત્તે ખરીદ-વાથી ફાયદેા જવાબ.

દા. ૩૪. ૧૦૦ રૂ. ની લેાન : ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૯૪॥ રૂ. રેાકડા : ૩૭૮૦ રૂ. રેાકડા ભાવ પ્રમાણે આપવાના. ને તા. ૧૫ મી સપ્ટેં-બરથી તા. ૨૭ મી નવેંબર સુધીના ૭૩ દિવસ થયા. હવે ૧૦૦ રૂ. ની લેાન : ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૪$\frac{૧}{૨}$ ટકા વ્યાજ : ૧૮૦ રૂ. વ્યાજ વરસ દિવ-સનું, પણ ૩૬૫ દિવસ : ૭૩ દિવસ : : ૧૮૦ રૂ. વ્યાજ : ૩૬ રૂ. વ્યાજ ૭૩ દિવસનું ચડેલું છે. તેથી ૩૭૮૦+૩૬=૩૮૧૬ રૂ. આપેલા જવાબ.

દા. ૩૫. ૧૦૦ રૂ. ની લેાન : ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૯૭$\frac{૩}{૪}$ રૂ. રેા-કડા : ૩૯૧૦ રૂ. રેાકડા લેાનના ઉપજ્યા, અને તા. ૧૫ મીં સપ્ટેંબરથી તા. ૪ થી જાન્યુઆરી સુધીના દિવસ ૧૬+૩૧+૩૦+૩૧+૩=૧૧૧ નું વ્યાજ ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાનનું મળ્યું. તે ૩૬૫ દિવસ : ૧૧૧ દિવસ : : ૧૮૦ રૂ. વ્યાજ : ૫૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ રૂ. વ્યાજ ઉપજ્યું. તેથી ૩૯૧૦+૫૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ = ૩૯૬૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ રૂ. તા. ૪ થી જાન્યુઆરીને દિવસે ઉપજ્યા. હવે ૧૦૦ રૂ. ની લેાન : ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૯૬ રૂ. રેાકડા : ૩૮૪૦ રૂ. રેાકડા લેાનના આપવા પડ્યા, ને તા. ૧૫ મી સપ્ટેંબર ૧૮૭૯ થી તા. ૨ જી માર્ચ ૧૮૮૦ સુધીના દિવસ ૧૬ + ૩૧ + ૩૦ + ૩૧ + ૩૧ + ૨૯ + ૧ = ૧૬૯. થયા, તેના ૩૬૫ દિવસ : ૧૬૯ દિવસ : : ૧૮૦ રૂ. વ્યાજ : ૮૩$\frac{૨૫}{૭૩}$ રૂ. વ્યાજના થયા. તેથી ૩૮૪૦ + ૮૩$\frac{૨૫}{૭૩}$ ૩૯૨૩$\frac{૨૫}{૭૩}$ રૂ. કુલ આપવા પડ્યા. હવે ૧૦૦ રૂ. ની લેાન : ૪૦૦૦ રૂ. ની લેાન : : ૯૬$\frac{૧}{૨}$ રૂ. રેાકડા : ૩૮૬૦ રૂ. રેાકડા ઉપજ્યા, અને ૬ માસના વ્યાજના ૧૮૦ ÷ ૨ = ૯૦ રૂ. મળ્યા. તેથી ૩૮૬૦ + ૯૦ = ૩૯૫૦ રૂ. કુલ ઉપજ્યા. હવે ૩૮૧૬ + ૩૯૨૩$\frac{૨૫}{૭૩}$ = ૭૭૩૯$\frac{૨૫}{૭૩}$ બે વખતના મળી ખરીદતાં બેઠેલા રૂપિઆ, અને ૩૯૬૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ + ૩૯૫૦ = ૭૯૧૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ બંને વખતના મળી વેચતાં ઉપજેલા રૂ. તેથી ૭૯૧૪$\frac{૫૪}{૭૩}$ − ૭૭૩૯$\frac{૨૫}{૭૩}$ = ૧૭૫$\frac{૨૯}{૭૩}$ રૂ. વધારે જ.

શેરઃ—કોઇ મોટો વેપાર જ્યારે એક જણ માથે લેઇ કરી શકતો નથી, ત્યારે તે વેપારમાં જેટલી મુડી જોઇએ, તેના સોસોના, બસેંબસેના, કે તેથી વધારે રકમના ભાગ કરીને તે મુડી ઘણા જણ વચ્ચે એકઠી કરે છે. એ દરેક ભાગને **શેર** કહે છે, ને શેર ખરીદનારાને **ભાગીદાર કે શેરહોલ્ડર** કહે છે. દરેક શેર સોની અંદરનો, સોનો, કે તેથી વધારેનો હોય છે. તે શેરો તે વેપારની જરૂરીઆત અને ઉપજ ઉપર ગણતરી કરીને લોકો પોતાના ગજા પ્રમાણે ખરીદ કરે છે. એ શેરના રૂપિઆ મળતા નથી પણ તે વેપારમાં નફો થાય તે ભાગ અથવા શેર પ્રમાણે વહેંચી લેવામાં આવે છે તેથી આ વેપાર પણ લોનના જેવો થયો. લોનની માફક શેર પણ બજારમાં વેચી શકાય છે, ને તેના ભાવમાં પણ ડિસ્કાઉંટ કે પ્રીમીયમ હોય છે. ૧૦ ટકા પ્રીમીયમે ૨૫૦ રૂ. નો એક એવા શેર લઇએ તો દરેક શેરના સેંકડે ૧૧૦ લેખે ૨૫૦ રૂ. ના ૨૭૫ રૂ. આપવા પડે. જો વેપાર કરનારી કંપનીનો વેપાર સારો ચાલતો હોય, નફો થતો હોય, ને બજારમાં નાણાંની છૂટ હોય તો તે કંપનીના શેરના ભાવ વધે છે. વેપારમાં ખાધ ગઈ હોય, બરાબર કામ ચાલતું ન હોય, કોઈ મોટું નુકશાન થયું હોય, તો શેરનો ભાવ ઘટી જાય છે. શેરના હિસાબ ત્રિરાશિથીજ થાય છે. લો. અં. ગ. ૭૦ ગાના દા. ૨૦–૨૬–૩૨ જુઓ.

દા. ૨૦. ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૧૨૫૦ રૂ. ની લોન : : ૯૬ રૂ. રોકડા : ૧૨૦૦ રૂ. રોકડા, ને ૩૦૦ રૂ. રોકડા : ૧૨૦૦ રૂ. રોકડા : : ૨૫૦ રૂ. નો શેર : ૧૦૦૦ રૂ. ના શેરમાં રોકયા. હવે ૧૦૦ રૂ. ની લોન : ૧૨૫૦ રૂ. ની લોન : : ૪ $\frac{1}{2}$ રૂ. વ્યાજ : ૫૬ $\frac{1}{4}$ રૂ. વ્યાજ લોનોથી ઉપજતું, ને ૧૦૦ રૂ. ના શેર : ૧૦૦૦ રૂ. શેર : : ૫ રૂ. વ્યાજ : ૫૦ રૂ. વ્યાજ શેરથી ઉપજ્યું. માટે ૫૬ $\frac{1}{4}$ –૫૦ = ૬ $\frac{1}{4}$ રૂ. ઉપજ ઘટી જવાબ.

દા. ૨૬. ૧૦૦ રૂ. ના શેરમાં : ૫૦૦ રૂ. ના શેરમાં : : ૧૦૦ + ૨૦ રૂ. રોકવા : ૬૦૦ રૂ. શેરમાં રોકવા. શેરમાં સેંકડે ૬ ટકા લેખે ૫૦૦ રૂ. ના શેરમાં ૫ × ૬ = ૩૦ રૂ. નફો થાય. તે ૬૦૦ રૂપિઆ ઉપર થયો ગણાય. કેમકે ૫૦૦ રૂ. ના શેરની કીમત ૬૦૦ રૂ. છે. ને ૯૬ રૂ. રોકડા : ૬૦૦ રૂ. રોકડા : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૨૫ રૂ. વ્યાજ લોનમાં મળે તો ૩૦–૨૫ = ૫ રૂ. નો વધારો ૧ શેરે થાય. પણ તે રીતે શેરમાં ૧૧૦ રૂ. નો વધારો થાય છે માટે ૫ રૂ. નો વધારો : ૧૧૦ રૂ. ના વધારાને છે : : ૬૦૦ રૂ. રોકવાનાં નાણાં : ૧૩૨૦૦ રૂ. રોકવાનાં નાણાં જવાબ.

દા. ૩૨. ૧૦૦ રૂ. : ૧૦૦૦ રૂ. : : ૬ રૂ. વ્યાજ : ૬૦ રૂ. વ્યાજ રૂ. ૧૦૦૦ ના શેરનું, પણ તે શેરની કીમત ૧૧૫૦ રૂ. છે માટે તેટલા રુપિઆપર એટલું વ્યાજ મળ્યું ગણાય. તેથી ૧૧૫૦ રૂ. રોકડા : ૩૩૩૫૦ રૂ. રોકડા : :

૬૦૩. વ્યાજ: ૧૭૪૦ રૂ. વ્યાજ પહેલા વેપારમાં મળે. ને ૬૨૫ રૂ. ના શેરમાં ૪૫ રૂ. નફો વહેંચાયછે, પણ તે શેર ૭૨૫ રૂ. એ મળેછે માટે તેટલો નફો ૭૨૫ રૂ.એ થયો ગણાય. તેથી ૭૨૫ રૂ. રોકડા : ૩૩૩૫૦ રૂ. રોકડા : : ૪૫ રૂ. નફો : ૨૦૭૦ રૂ. નફો બીજી વખતના વેપારમાં મળે. માટે ૨૦૭૦−૧૭૪૦ =૩૩૦ રૂ. નફો. બીજા વેપારમાં જવાબ.

નફો તોટો.

૧. કોઈ વેપારમાં જેટલા પૈસા રોકયા હોય તેને મુડી કહેછે. તે વેપારમાં મુડી કરતાં જેટલા પૈસા વધારે ઉપજે તેટલા પૈસા મુડી ઉપર નફો થયો કહેવાય; અને મુડી કરતાં જેટલા પૈસા ઓછા ઉપજે, તેટલા પૈસા મુડી ઉપર ખોટ ગઈ કહેવાય. નફો તોટો મુડીના સેંકડાપર ગણાયછે.

૨. નફા તોટાના હિસાબ પાંચ જાતના હોયછે, ને તે ત્રિરાશિથીજ થાયછે.

૧ લો પ્રકાર :—મુડીપર કેટલોક નફો થાય અથવા ખોટ જાય તો તે પરથી સેંકડે નફો અથવા ખોટ કાઢવા વિષે—જેમ એક વેપારી ૦॥। રૂ. એ શેર લેખે ચાહ ખરીદ કરી ૧ રૂ. ને ભાવે વેચે તો તેને સેંકડે નફો કેટલો ? ૦॥। રૂ. નો માલ ૧ રૂ. એ વેચે તો તેને ૦॥। રૂ. ના માલપર ૧−૦॥। = ૦। રૂ. નફો રહે માટે ૦॥। રૂ. ની મુડી : ૧૦૦ રૂ. ની મુડી : : ૦। રૂ. નફો : ૩૩$\frac{૧}{૩}$ રૂ. નફો જવાબ. લા. અં. મ. ૭૧ માના દા. ૩, ૫, ૭, ૯, ૧૪, ૧૬, ૧૭, ૧૮, ૧૯ ને ૨૨ જુઓ.

દા. ૩. ૮૪−૭૨= ૧૨ રૂ. નફો ૭૨ રૂ. ની મુડીપર થયો. માટે ૭૨ રૂ. ની મુડી : ૧૦૦ રૂ. ની મુડી : : ૧૨ રૂ. નફો : ૧૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. નફો જવાબ.

દા. ૫. (૩૦ × ૧॥ + ૧૪૦ × ૨॥) − (૩૦ + ૧૪૦) ૨= ૩૯૫ − ૩૪૦ = ૫૫ રૂ. કુલ ખોટ ૩૯૫ રૂ. નીમુડીપર થઈ માટે, ૩૯૫ રૂ. ની મુડી : ૧૦૦ રૂ. નીમુડી : : ૫૫ રૂ. ખોટ. ૧૩$\frac{૭૩}{૭૯}$ રૂ. સેંકડે ખોટ જવાબ.

દા. ૭. ૨૮ − ૧૭॥ = ૧૦॥ રૂ. મને ૧૭॥ રૂ. ની મુડીપર નફો માટે, ૧૭॥ રૂ. નીમુડી : ૧૦૦ રૂ. ની મુડી : : ૧૦॥ રૂ. નફો : ૬૦ રૂ. મને નફોજ. ૨૮ − ૨૧ = ૭ રૂ. ખોટ અને ૨૮ રૂ. ની મુડીપર થઇ. માટે ૨૮ રૂ. ની મુડી : ૧૦૦ રૂ. નીમુડી : : ૭ રૂ. ખોટ : ૨૫ રૂ. ખોટ અને જવાબ.

દા. ૯. (૨× ૨॥ + ૧×૨) = ૭ રૂ. ૩ મણના બેઠા, ને ૩ × ૨૦= ૬॥। રૂ. ઉપજ્યા માટે ૭ − ૬॥। = ૦। રૂ. ખોટ ૭ રૂ. નીમુડીપર. તેથી ૭ : ૧૦૦ : : ૦। : ૩$\frac{૪}{૭}$ રૂ. ખોટ જ.

દા. ૧૪. દોકડાની તેરીખે ૧૦૦ રૂ. નું ૯ માસનું વ્યાજ ૯ રૂ. થાય ને રાશ ૧૦૯ રૂ. થાય, તેથી ૧૦૯ રૂ. રાશ : ૨૦૦ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. તુર્ત કીમત : ૧૮૩$\frac{૫૩}{૧૦૯}$ રૂ. રોકડા મુદત કાપીને લીધા. તો ૧૮૩$\frac{૫૩}{૧૦૯}$−૧૬૦ =

૨૩ $\frac{૫૩}{૧૦૯}$ રૂ. નફો ૧૬૦ રૂ. ની મુડીપર થયો. માટે ૧૬૦ : ૧૦૦ :: ૨૩ $\frac{૫૩}{૧૦૯}$: ૧૪ $\frac{૭૪}{૧૦૯}$ રૂ. નફો સેંકડે જવાબ.

દા. ૧૬. (૧૨ × ૮૪ + ૪૮ × ૬૦) = ૩૮૮૮ રૂ. ૬૦ બળદના બેઠા, ને ૬૦ × ૭૨ = ૪૩૨૦ રૂ. ઉપજ્યા. માટે ૪૩૨૦ − ૩૮૮૮ = ૪૩૨ રૂ. નફો ૩૮૮૮ રૂ.ની મુડીપર. તેથી ૩૮૮૮ : ૧૦૦ :: ૪૩૨ : ૧૧ $\frac{૧}{૯}$ રૂ. નફો જવાબ.

દા. ૧૭. ૧૯૮ ÷ ૨૫ = ૮૮ મણ ડાંગર ને ૧૯૮ ÷ ૨૫૫ = ૭૨ મણ ઘઊં લીધા. તેથી ૮૮ + ૭૨ = ૧૬૦ મણ અનાજ ૩૯૬ રૂ. માં આવ્યું, તેના ૧૬૦ × ૨૫ = ૪૦૦ રૂ. ઉપજ્યા. માટે ૪૦૦ − ૩૯૬ = ૪ રૂ. નફો ૩૯૬ રૂ. ની મુડીપર થયો. માટે ૩૯૬ : ૧૦૦ :: ૪ : ૧ $\frac{૧}{૯૯}$ રૂ. સેંકડે નફો જ.

દા. ૧૮. ધારો કે પ્રથમ ૧ પૈસાની ૩ કેરી લીધી, ને બીજી વખત તેટલીજ એટલે ૩ કેરી ૧ પૈસાની ૨ લેખે ૧૫ પૈસાની લીધી. તેથી ૬ કેરીના ૨૫ પૈસા બેઠા. હવે ૫ કેરી : ૬ કે :: ૨ પૈસા : ૨ $\frac{૨}{૫}$ પૈસા ઉપજ્યા. માટે ૨ $\frac{૧}{૨}$ − ૨ $\frac{૨}{૫}$ = $\frac{૧}{૧૦}$ પૈસો ૨૫ પૈસાની મુડીમાં ખોટ, તો ૨૫ રૂ. ની મુડીમાં $\frac{૧}{૧૦}$ રૂ. ખોટનો ગણાય. તેથી ૨૫ : ૧૦૦ :: $\frac{૧}{૧૦}$: ૪ રૂ. ખોટ જવાબ.

દા. ૧૯. ૩ શેર : ૨ શેર :: ૧ રૂ. : $\frac{૨}{૩}$ રૂ. ઉપજ્યા, ફરીથી ૨ શેર : ૩ શેર :: ૧ રૂ. : ૧ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. ઉપજ્યો. માટે ૨ રૂ. ની મુડીના $\frac{૨}{૩}$ + ૧ $\frac{૧}{૨}$ = ૨ $\frac{૧}{૬}$ રૂ. ઉપજ્યા. તેથી $\frac{૧}{૬}$ રૂ. નફો ૨ રૂ. ની મુડીપર થયો. માટે ૨ : ૧૦૦ :: $\frac{૧}{૬}$: ૮ $\frac{૧}{૩}$ રૂ. નફો સેંકડે જવાબ.

દા. ૨૨. ૫૦ − ૫ = ૪૫ રૂ. ની મુડી ને તે પર રૂ. ૫ નફો, માટે ૪૫ : ૧૦૦ :: ૫ : ૧૧ $\frac{૧}{૯}$ રૂ. નફો જ.

૨ જો પ્રકાર :—સેંકડે અમુક રૂપિઆ નફો કે ખોટ મેળવવા સારૂ લીધેલો માલ કેમ વેચવો તે કાઢવા વિષે—જેમ એક વેપારીએ ૬૦ રૂ. નો એક ઘોડો લીધો. તેમાં તેને સેંકડે ૨૫ ટકા નફો લેવો હોય તો કેટલે વેચે ? ૧૦૦ના માલના ૧૨૫ રૂ. લે તો સેંકડે ૨૫ ટકા નફો રહે માટે ૧૦૦ રૂ. ની મુડી : ૬૦ રૂ. ની મુડી :: ૧૨૫ રૂ. : ૭૫ રૂ. એ વેચે જ. લા. અં. મ. ૭૧ માના દા. ૧, ૨, ૬, ૮, ૧૦, ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૫, ૨૧, ૩૨, અને ૩૩ જુઓ.

દા. ૧. ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૧૫ રૂ. મુ. :: ૧૬૦ રૂ. : ૨૪ રૂ. એ વેચે જ.

દા. ૨. ૧૦૦ : ૪૦ :: ૧૪૦ : ૫૬ રૂ. એ વેચે જવાબ.

દા. ૬. રૂ. ૪–૮–૦ એક થાનની મૂળ કીમત + ૨ આ. ૬ પા. જકાત + ૧ આ. ૬ પા. ખરાજાત મળીને રૂ. ૪૫૫ એક થાનના બેઠા, ને ૧૦૦ : ૪૫૫ :: ૧૧૨૫ : $\frac{૧૭૧}{૩૨}$ રૂ. ૧ થાનના ઉપજે, ને ૧ થાનમાં ૩૮ વાર લૂગડું છે માટે $\frac{૧૭૧}{૩૨}$ ÷ ૩૮ = રૂ. ૦–૨–૩ જવાબ.

દા. ૮. ૭૫≂ + ૮૫≂ = ૧૬ રૂ. ૨ મણના તો ૧ મણ મિશ્રણના ૮

રૂ. પડ્યા, તેથી ૧૦૦ : ૮૧ : : ૧૧૫ : ૯$\frac{૩}{૪}$ રૂ. એ મણ વેચે જ.

દા. ૧૦.૨૮૦ × ૧।।।= = ૫૨૫ રૂ. બેઠેલા. ૧૦૦ રૂ. મુડી : ૫૨૫ રૂ. મુડી : : ૧૨૫ રૂ. : ૬૫૬। રૂ. ૨૮૦–૧૭।। = ૨૬૨।। મણ મીઠાના ઉપજાવવા જોઇએ. માટે ૨૬૨।। મણ : ૧ મણ : : ૬૫૬। : રૂ. ૨–૮–૦ જ૦

દા. ૧૧. ૧૭૫ + ૭।। = ૧૮૨।। રૂ. એ ખાંડી ૩ ખરાજાત સાથે પડ્યું તો ૧૮૨।। × ૩$\frac{૨}{૫}$ = ૬૨૦$\frac{૧}{૨}$ રૂ. ૩ ખાંડી ૮ મણ ના બેઠા. ૧૦૦ : ૬૨૦।। : : ૧૧૨।। : ૬૯૮$\frac{૧}{૧૬}$ રૂ. ૩ ખાંડી ૮ ગ. = ૬૮ મણના ઉપજાવવા જોઇએ. તેથી ૬૮ મ. : ૧ મ. : : ૬૯૮ $\frac{૧}{૧૬}$ રૂ. ૧૦–૪–૩ જવાબ.

દા. ૧૨. ૧૦૦ : ૮૦૦ : : ૧૧૦ : ૮૮૦ રૂ. ઉપજવા જોઇએ, તેમાં ૧૫૦ ગજના ૧૫૦ × ૧।। = ૨૨૫ રૂ. ઉપજ્યા, માટે ૪૦૦–૧૫૦ = ૨૫૦ ગજના ૮૮૦–૨૨૫ = ૬૫૫ રૂ. ઉપજવા જોઇએ. તેથી ૨૫૦ ગજ : ૧ ગજ : : ૬૫૫ રૂ. : રૂ.૨–૯–૧૧$\frac{૧}{૨૫}$ જવાબ.

દા. ૧૩. ૧૫૦ + ૬ = ૧૫૬ રૂ. કૂલ ઉપજાવવા છે, તેમાં ૧૫૦ ÷ ૩ = ૫૦ રૂ. નો માલ સેંકડે ૪ ટકા ખોટ ખાઇને વેચ્યો. માટે તેના ૧૦૦ : ૫૦ : : ૯૬ : ૪૮ રૂ. ઉપજ્યા. તેથી બાકીના માલના ૧૫૬ – ૪૮ = ૧૦૮ રૂ. ઉપજાવવા જવાબ.

દા. ૧૫. ૫૨।।। × ૨ + ૩।। × ૭ = ૧૩૦ રૂ. ૩૯ મણના બેઠા, ને ૧૦૦ : ૧૩૦ : : ૧૦૫ : ૧૩૬$\frac{૧}{૨}$ રૂ. ઉપજાવવા જોઇએ. માટે ૩૯ મણ : ૧ મણ : : ૧૩૬।। : રૂ. ૩।। જવાબ.

દા. ૨૧. ૧૦૦ : ૫ : : ૧૦૫ : ૫। પૈસા ૯ કેળાંના ઉપજાવવા જોઈએ, તેથી ૯ કેળાં : ૧૦૦ કેળાં : : ૫। પૈસા : ૫૮$\frac{૧}{૩}$ પૈસા = રૂ. ૦–૧૪–૭ જ.

દા. ૩૨. ૧૦૦ : ૪૦૦ : : ૧૧૫ : ૪૬૦ રૂ. નફા સાથે પહેલા ૪ માસમાં થયા, તેના બીજા ૪ માસમાં ૧૦૦ : ૪૬૦ : : ૧૧૫ : ૫૨૯ રૂ. થયા, તેના ત્રીજા ૪ માસમાં ૧૦૦ : ૫૨૯ : : ૧૧૫ : રૂ ૬૦૮–૫–૭$\frac{૧}{૫}$ अ પાસે વરસે થયા જવાબ. ને ૧૦૦ : ૪૦૦ : : ૧૨૦ : ૪૮૦ રૂ. નફા સાથે પહેલા ૬ માસમાં થયા, તેના બીજા ૬ માસમાં એટલે વરસે ૧૦૦ : ૪૮૦ : : ૧૨૦ : ૫૭૬ રૂ. ब પાસે જવાબ.

દા. ૩૩. વેપારની મુડીમાં નફો સામેલ કરતા નથી ને દર મહિને વેપારમાં ૫૦૦ રૂ. ફેરેછે, માટે ૫૦૦ રૂ. × ૧૨ = ૬૦૦૦ રૂ. ની ઊથલપાથલ એકવરસમાં થઇ, ને૧૦૦ : ૬૦૦૦ : : ૫ રૂ. નફો : ૩૦૦ રૂ. નફો થયો. બીજી રીતમાં ૫૦૦ × ૬ = ૩૦૦૦ રૂ. ની ઉથલપાથલ થઇ, ને ૧૦૦ : ૩૦૦૦ : : ૮ રૂ. નફો : ૨૪૦ રૂ. નફો થયો. તેથી ૩૦૦–૨૪૦ = ૬૦ રૂ.નો વધારે ફાયદો ૫ ટકા નફો લેવામાં થશે.

૩ જો પ્રકાર :—અમુક રૂપિએ કોઇ માલ વેચતાં સેંકડે અમુક રૂપિઆ નફો થાય, તો તેની મૂળ કીમત શી તે કાઢવા વિષે—જેમ એક ઘોડો ૭૫ રૂ. એ વેચતાં સેંકડે ૨૫ ટકા નફો મળ્યો, તો તે ઘોડાની મૂળ કીમત શી ? ૧૦૦ નો માલ ૧૨૫ એ વેચે તો સેંકડે ૨૫ રૂ. નફો રહે માટે નફા સુદ્ધાંત કીમત ૧૨૫ : ૭૫ : : ૧૦૦ : ૬૦ રૂ. મૂળ કીમત જવાબ. લા. અં. ગ. ૭૧ માના દા. ૨૭–૨૮ જુઓ.

દા. ૨૭. ૧૧૦ આના: ૪ આના : : ૧૦૦ આના : $૩\frac{૭}{૧૧}$ આના મૂળ કીમત. $૩\frac{૭}{૧૧} - ૩\frac{૧}{૨} = \frac{૩}{૨૨}$ આના ખોટ $૩\frac{૭}{૧૧}$ આનાની મુડીપર. તો $\frac{૩}{૨૨}$ રૂ. ખોટ $\frac{૪૦}{૧૧}$ રૂ. ની મુડીપર થાય, તેથી $\frac{૪૦}{૧૧}$: ૧૦૦ : : $\frac{૩}{૨૨}$: $૩\frac{૩}{૪}$ રૂ. ખોટ જ.

ટૂંકી રીતે:—૪ આના : $૩\frac{૧}{૨}$ આના : : ૧૧૦ રૂ. સોના માલના ઉપજે : $૯૬\frac{૧}{૪}$ રૂ. સોના માલના ઉપજે, માટે ૧૦૦–$૯૬\frac{૧}{૪}$ = $૩\frac{૩}{૪}$ રૂ. ખોટ સેંકડે જ.

દા. ૨૮. મૂળ કીમત + મૂળ કીમત × $\frac{૨}{૫}$ = મૂળ કીમતના $\frac{૭}{૫}$ નફા સાથે ઉપજે તે $૩\frac{૧}{૨}$ રૂ. ની બરાબર છે, માટે $૩\frac{૧}{૨} \div \frac{૭}{૫} = \frac{૫}{૨}$ રૂ. ૧૦૦ પુળાની મૂળ કીમત થઇ. તેથી $૪\frac{૧}{૪}$ રૂ. એ વેચવાથી $૪\frac{૧}{૪}-૨\frac{૧}{૨}=૧\frac{૩}{૪}$ રૂ. નફો $૨\frac{૧}{૨}$ રૂ. ની મુડીપર થાય. માટે $૨\frac{૧}{૨}$: ૧૦૦ : : $૧\frac{૩}{૪}$: ૭૦ રૂ. નફો જવાબ.

૪થો પ્રકાર:—અમુક રૂપિએ કોઇ માલ વેચતાં સેંકડે અમુક ટકા ખોટ જાય, તો તે માલની મૂળ કીમત શી તે કાઢવા વિષે—જેમ એક ઘોડો ૬૦ રૂ. એ વેચતાં સેંકડે ૨૦ ટકા ખોટ જાય તો મૂળ કીમત શી ? ૧૦૦ના માલના ૧૦૦–૨૦ = ૮૦ રૂ. ઉપજે તો સેંકડે ૨૦ ટકા ખોટ ગઈ કહેવાય. માટે ખોટ ગયેલી કીમત ૮૦ : ૬૦ : : ૧૦૦ : ૭૫ રૂ. મૂળ કીમત જવાબ. લા. અં. ગ. ૭૧ માના દા. ૨૫–૨૬ જુઓ.

દા. ૨૫. ૯૫ : ૮૫॥ : : ૧૦૦ : ૯૦ રૂ. મૂળ કીમત. ૧૦૦ એ વેચે તો ૧૦૦–૯૦ = ૧૦ રૂ. નફો ૯૦ રૂ. ની મુડીપર થાય માટે ૯૦ : ૧૦૦ : : ૧૦ : $૧૧\frac{૧}{૯}$ રૂ. સેંકડે નફો જ.

ટૂંકી રીતે:—૮૫॥ : ૧૦૦ : : ૯૫ રૂ. સોના ખોટ જતાં ઉપજે : $૧૧૧\frac{૧}{૯}$ રૂ. સોના માલના ઉપજે. તેથી $૧૧૧\frac{૧}{૯}$ – ૧૦૦ = $૧૧\frac{૧}{૯}$ રૂ. નફો જ.

દા. ૨૬. ૮૮ : ૩૩ : : ૧૦૦ : ૩૭॥ રૂ. મૂળ કીમત. ને ૩૬ રૂ. એ વેચતાં ૩૭॥–૩૬ = ૧॥ રૂ. ખોટ ૩૭॥ રૂ. ની મુડીપર થાય. માટે ૩૭॥ : ૧૦૦ : : ૧॥ : ૪ રૂ. ખોટ સેંકડે જવાબ. ૧૦૦ : ૩૭॥ : : ૧૧૨. ૪૨ રૂ. એ વેચવો જવાબ.

૫મો પ્રકાર:—કેટલાક દાખલા ત્રીજા ને ચોથા પ્રકારના મિશ્ર હોય છે. જેમ એક ઘોડો ૫૦ રૂ. એ વેચતાં સેંકડે ૨૦ ટકા ખોટ જાય છે. પણ સેંકડે ૨૦ રૂ. નફો મેળવવો હોય તો તે કેમ વેચવો ? હવે ૨૦ ટકા ખોટ એટલે ૧૦૦

ના ૮૦ આવે તેા ૫૦ એ વેચ્યે, ત્યારે ૧૦૦ ના ૧૨૦ મેળવવાને કેટલે વેચે આવું દાખલાનું રૂપ થયું. માટે ૮૦ : ૧૨૦ : : ૫૦ : ૭૫ રૂ. એ વેચે જવાબ. લા. અં. ગ. ૭૧ માના દા. ૨૩, ૨૪ જુઓ.

દા. ૨૩. ૯૬ : ૧૧૬ : : ૬૦ રૂ. ૭૨ $\frac{૧૨}{૧૯}$ રૂ. એ વેચવી. અને ૯૬ રૂ. એ વેચે : ૬૦ રૂ. એ વેચે : : ૧૦૦ રૂ. નેા માલ : ૬૨॥ રૂ. નેા માલ જવાબ.

દા. ૨૪. ૧૦૮ : ૧૨૪ : : ૯૪॥ : રૂ. ૧૦૮–૮–૦ એ વેચે જવાબ.

૩. **નફાનું પ્રમાણ ને નફેા આપેલેા હેાય તે પરથી કેટલાનેા વેપાર કરેલેા તે (મુડી) કાઢવા વિષે:**—લા. અં. મ. ૭૧ દા. ૪, ૨૦ જુઓ.

દા. ૪. ૧ ગજ : ૧૦ ગજ : : ૧૦ પૈસા : ૭૦ પૈસા ઉપજે, પણ તેની મૂળ કીમત ૧ રૂ. છે માટે ૭૦––૬૪ = ૬ પૈસા ૧ રૂ. ની મુડીપર નફેા. માટે ૬ પૈસા નફેા : ૬૪ × ૧૦ પૈસા નફાને છે : : ૧ રૂ. ની મુડી : ૧૦૬ $\frac{૨}{૩}$ રૂ. નેા વેપાર કરવેા જ.

દા. ૨૦. ૧૧ દાડમ : ૭ દાડમ : : ૫ પૈસા : ૩ $\frac{૨}{૧૧}$ પૈસા ૭ દાડમના ઉપજ્યા, પણ તેના ૩ પૈસા બેઠેલા છે માટે ૩ $\frac{૨}{૧૧}$ – ૩ = $\frac{૨}{૧૧}$ પૈસા ૩ પૈસાના વેપારમાં નફેા માટે $\frac{૨}{૧૧}$ પૈસા નફેા : ૬૪ × ૫ પૈસા નફા ને છે : : ૩ પૈસાનેા વેપાર : ૮૨ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. નેા વેપાર કરેલેા જવાબ.

૪. **પહેલા પ્રકારના અધરા દાખલા:**—કેટલીક વખત નફાનું પ્રમાણ પૈસામાં ન આપતાં અમુક વસ્તુમાં બતાવવામાં આવે છે. જેમકે ૪ મણ ઘઉં વેચવાથી ૧ મણ ઘઉં નફાના રહે, તેા તે પ્રસંગે સમજીજ લેવું કે ૪ રૂપિઆના વેપારમાં ૧ રૂ. નફેા રહે. કેમકે ૪ મણની કીમત ૪ થી જેટલા ગણી છે, તેટલાજ ગણી ૧ મણની કીમત ૧ થી રહેજ. ૫ દાડમ વેચવાથી ૨ દાડમ નફાનાં રહે તેા તેમાં ૫ રૂ. ના વેપારમાં ૨ રૂ. નફેા રહેજ. લા. અં. મ. ૭૧માના દા. ૨૯, ૩૦, ૩૧ જુઓ.

દા. ૨૯ આમાં ૭૨ વાર ગજીઆણી વેચતાં નફાની ૧૧·૫૨ વાર ગજીઆણી પડતર રહે છે. આવું દાખલાનું સ્વરૂપ છે માટે ૭૨ રૂ. એ ૧૧·૫૨ રૂ. નફેા રહે. તેથી ૭૨ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : ૧૧·૫૨ રૂ. નફેા : ૧૬ રૂ. નફેા જ.

દા. ૩૦. આમાં ૯ મણમાં ૯ શેર, ને ૧૧ મણમાં ૧૫ શેર ઘઉં નફાના રહ્યા. એટલે ૨૦ મણ ઘઉંમાં ૨૪ શેર ઘઉં નફાના રહ્યા. તેથી ૨૦ રૂ. એ $\frac{૨૪}{૪૦}$ = $\frac{૩}{૫}$ રૂ. નફાના રહ્યા. તેથી ૨૦ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : $\frac{૩}{૫}$ રૂ. નફેા : ૩ રૂ. જ.

દા. ૩૧. આમાં ૫ કેળાં વેચતાં ૭– ૫= ૨ કેળાં નફામાં રહેછે. માટે ૫ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : ૨ રૂ. નફેા : ૪૦ રૂ. નફેા જ. અને ૪૦ રૂ. નફેા : ૧૫ રૂ. નફાનેછે : : ૧૦૦ રૂ. નેા વેપાર : ૩૭॥ રૂ. નેા વેપાર ૧૫ રૂ. નફેા મેળવવાને કરવેા જવાબ.

૫. **બીજા પ્રકારના અઘરા દાખલાઃ**—લા. અં. મ. ૭૧ માનો દા. ૩૬ મો જુઓ. સેંકડે ૨૦ ટકા નફો મેળવવોછે માટે ૧૦૦ શેર ચાહની કીમત, નફા સાથે ૧૨૦ શેર ચાહની મૂળ કીમત જેટલી લેવીછે તો ૫ શેર ચાહની કીમત, નફા સાથે કેટલા શેર ચાહની મૂળ કીમત જેટલી થાય તે કાઢવાનું છે. માટે ૧૦૦ શેર : ૫ શેર : : ૧૨૦ શેર : ૬ શેર ચાહ જવાબ.

૬. **ત્રીજા પ્રકારના અઘરા દાખલાઃ**—લા. અં. મ. ૭૧ માના દા. ૩૪, ૩૫, ૩૭, ૩૮, ને ૪૦ જુઓ.

દા. ૩૪. આમાં નફા સાથેની કીમતમાંથી મૂળ કીમત કાઢી મિશ્રરાશિનો ઉપયોગ કરવાનોછે. માટે ૧૨૦ રૂ. નફા સાથે : ૩ રૂ. નફા સાથેનેછે : : ૧૦૦ રૂ. મૂળ કીમત : ૨॥ રૂ. મૂળ કીમત એટલે મિશ્રણનો સરાસરી પડતર ભાવ થયો. હવે ૨ અને ૨॥। રૂ. એ મણના ભાવના ઘઉં શા પ્રમાણમાં મિશ્ર કરવા કે સરાસરી ભાવ ૨॥ રૂ. એ પડે તે કાઢવા માટે—

૨॥	૨	
	૨॥।	

એટલે ૨ રૂ. ના ભાવના ૦। મણ તો ૨॥। રૂ.
૦। ના ભાવના ૦॥ મણ એ પ્રમાણમાં લેવા. માટે
૦॥ ૦। : ૧ : : ૦॥ : ૨ માટે ૧ : ૨ જવાબ.

દા. ૩૫. દા. ૩૪ માના જેવોજછે. ૧૨૦ : ૨॥≈ : : ૧૦૦ : રૂ.(૨)≈ મિશ્રણનો સરાસરી પડતર ભાવ થયો. હવે ૩ અને ૨ રૂ. એ શેરના ભાવની ચાહ શા પ્રમાણમાં મિશ્ર કરવી કે સરાસરી ભાવ રૂ. ૨)≈ પડે તે કાઢવા માટે.

૨)≈	૩	૩
	૨	૧૩

માટે ૩ : ૧૩ જવાબ.

દા. ૩૭. આમાં સેંકડે ૭ ટકા નફો મળે, એટલે ૧૦૦ મણ બાજરી વેચવાથી ૭ મણ બાજરીની કીમત જેટલો નફો રહે. માટે ૧૦૦ : ૪૯ : : ૭ : ૩·૪૩ મણ બાજરીની કીમત જેટલો નફો તેને ૪૯ મણ બાજરી વેચવાથી થયો. તેમજ ૧૦૦ : ૮૪ : : ૧૧ : ૯. ૨૪ મણ બાજરીની કીમત જેટલો નફો ૮૪ મણ બાજરી વેચવાથી થયો. માટે, ૩·૪૩+૯·૨૪=૧૨·૬૭ મણની કીમત જેટલો નફો જૂદે જૂદે ભાવે વેચવાથી થયો. હવે તમામ સેંકડે ૯ ટકા નફો લઈને વેચે તો, ૧૦૦ : ૪૯ + ૮૪ : : ૯ : ૧૧·૯૭ મણની કીમત જેટલો નફો તમામ એક ભાવે વેચવાથી થયો. માટે ૧૨·૬૭–૧૧·૯૭ =·૭ મણની કીમત તમામ એક ભાવે વેચવાથી ઓછી આવે તે ૧૪ આના છે માટે ·૭ : ૧ : : ૧૪ આના : રૂ. ૧–૪–૦ એક મણની કીમત જવાબ.

દા. ૩૮. ૧૦૦ : ૧૨૬૦ ÷ ૫ : : ૫ : ૧૨·૬૦ નફો.
૧૦૦ : ૧૨૬૦ ÷ ૩ : : ૮ : ૩૩·૬૦ નફો.
૧૦૦ : ૫૮૮ : : ૧૦ : ૭૦·૫૬ નફો.
૧૧૬·૭૬ નફો.

૧૦૦ : ૧૨૬૦ :: ૧૦ : ૧૨૬ નફો.

૧૨૬–૧૧૬ ૭૬=૯·૨૪ મણની કીમત જેટલું વધારે ઉપજત તે રૂ. ૨૮–૧૪ છે માટે ૯·૨૪ : ૧ : : રૂ. ૨૮–૧૪ : રૂ. ૩–૨ જવાબ.

દા. ૪૦. આમાં ૪૦ મણ બાજરીની કીમત + ૫૦ મણ ઘઉંની કીમત=૧૯૦ રૂ. બેઠાછે. એ બધો માલ સેંકડે ૧૬ ટકા નફો ખાઇને વેચે તો ૧૦૦ : ૧૯૦ : : ૧૧૬ : ૨૨૦$\frac{2}{5}$ રૂ. ઉપજત. પણ બાજરી સેંકડે ૨૦ ટકા ને ઘઉં સેંકડે ૧૬ ટકા નફો ખાઇને વેચી તો ૨૨૩ રૂ. ઉપજ્યા. એટલે બાજરીમાં સેંકડે ૪ ટકા વધારે લેવાથી ૨૨૩–૨૨૦$\frac{2}{5}$=૨$\frac{3}{5}$ રૂ. વધારે મળ્યા. એટલે ૨$\frac{3}{5}$ રૂપિઆ, એ સેંકડે ૪ ટકા પ્રમાણે બાજરી ઉપરનો નફો થયો. માટે, ૪ રૂ. નફો વધારે રહે : ૨$\frac{3}{5}$ રૂ. નફો વધારે રહે તેનેછે : : ૧૦૦ રૂ. બાજરીની મૂળ કીમત : ૬૫ રૂ. ૪૦ મણ બાજરીની કીમત. માટે ૧ મણ બાજરીની કીમત=૬૫ ÷ ૪૦ = રૂ. ૧–૧૦ જવાબ. ને ૫૦ મણ ઘઉંની કીમત= ૧૯૦ – ૬૫=૧૨૫ રૂ. તો ૧ મણ ઘઉંની કીમત=૧૨૫ ÷ ૫૦ = રૂ. ૨–૮ જવાબ.

૭. **પાંચમા પ્રકારના અઘરા દાખલા:**—લા. અં. મ. ૭૧ માનો દા. ૩૯ જુઓ. આમાં સેંકડે ૧૦ ટકા ખોટ જવાથી ૧૦૦ મૂળ કીમતના ૯૦ રૂ. ઉપજે, અને સેંકડે ૧૦ ટકા નફો થવાથી ૧૦૦ રૂ. મૂળ કીમતના ૧૧૦ રૂ. ઉપજે. માટે ૧૧૦–૯૦ = ૨૦ રૂ. વધારે ઉપજે તો ૧૦૦ રૂ. નો માલ, તો ૨૩ાા રૂ. વધારે ઉપજે તો કેટલાનો માલ આવું દાખલાનું સ્વરૂપ થયું માટે, ૨૦ : ૨૩ાા : : ૧૦૦ : રૂ. ૧૧૭–૮ ની કીમતનો માલ જવાબ.

પ્રમાણ ભાગ.

૧. **વ્યાખ્યા:**—એક આપેલી સંખ્યાના બીજી આપેલી સંખ્યાઓની સાથે પ્રમાણમાં થાય એવા ભાગ કરવા તેને પ્રમાણ ભાગ કહેછે.

૨. **રીતિ:**—પ્રમાણ ભાગના હિસાબ ત્રિરાશિથીજ થઇ શકેછે. જેમકે ૬૦ રૂપિઆના ત્રણ ભાગ એવી રીતે કરો કે ૩, ૪, ૫ ની સાથે પ્રમાણમાં થાય ? આમાં ૩, ૪, ને ૫ મળીને ૧૨ થાયછે, માટે ૧૨ રૂપિઆ હોય તો પહેલો ભાગ ૩, બીજો ભાગ ૪, ને ત્રીજો ભાગ ૫ રૂપિઆનો થાય. પણ ૬૦ રૂપિઆછે તો દરેક ભાગ કેવડો થશે આવું દાખલાનું સ્વરૂપ થયું માટે—

૧૨ : ૬૦ : : ૩ : ૧૫ રૂ. પહેલો ભાગ. કારણ ૬૦ × $\frac{3}{12}$ = ૧૫.

૧૨ : ૬૦ : : ૪ : ૨૦ રૂ. બીજો ભાગ. કારણ ૬૦ × $\frac{4}{12}$ = ૨૦.

૧૨ : ૬૦ : : ૫ : ૨૫ રૂ. ત્રીજો ભાગ. કારણ ૬૦ × $\frac{5}{12}$ = ૨૫.

૩. **ટૂંકીરીતિ:**—ઉપરની રીતપર છોકરાંનું લક્ષ ખેંચી ટૂંકી રીત નીચે મુજબ કઢાવવી.—જે પ્રમાણમાં ભાગ કરવા હોય તે ભાગોને અંશમાં

ગણી તે ભાગોનો સરવાળો તે અંશોના છેદમાં લખવો. પછી એ દરેક અપૂર્ણાંકે આપેલી સંખ્યાને ગુણતાં આવે તે જવાબ.

૪. **તાળો** :—બધા ભાગોના જવાબનો સરવાળો આપેલી સંખ્યાની બરાબર થાય તોજ જવાબ ખરો જાણવો.

લા. અં. મ. ૭૨ માના દા. ૧, ૫, ૬, ૭, ૮, ૧૪, ૧૫, ૧૬, ૨૫. ૨૭, ૩૫, ૩૬, ૩૭, ૩૮, ૩૯, ને ૪૦ જુઓ.

દા. ૧. ૪૫ × $\frac{૭}{૧૫}$ = ૨૧, ૪૫ × $\frac{૫}{૧૫}$ = ૧૫, ૪૫, × $\frac{૩}{૧૫}$ = ૯જવાબ.

દા. ૫. बने ૨ા રૂ. મળે તો कने ૪ રૂ. મળે પણ बने ૯ આના મળે તો कने કેટલા આના મળે તે કાઢવા માટે, ૩૬ આના : ૯ આના : : ૪ રૂ. : ૧ રૂ. कने મળે. માટે अने ૪ આના, बने ૯ આના, कने ૧૬ આના મળે તો કૂલ ૪ + ૯ + ૧૬ = ૨૯ આના થયા. માટે ૧૦૯૪ાાા × $\frac{૪}{૨૯}$ = ૧૫૧ રૂ. अने મળે, ૧૦૯૪ાાા × $\frac{૯}{૨૯}$ = ૩૩૯$\frac{૩}{૪}$ રૂ. बने મળે, ને ૧૦૯૪ાાા × $\frac{૧૬}{૨૯}$ = ૬૦૪ રૂ. कने મળે જવાબ.

દા. ૬. $\frac{૧}{૩}+\frac{૧}{૪}+\frac{૧}{૫}+\frac{૨૦+૧૫+૧૨}{૬૦}=\frac{૪૭}{૬૦}$. માટે $\frac{૪૭}{૬૦}$: ૨૬૭૯ : : $\frac{૨૦}{૬૦}$: ૧૧૪૦, $\frac{૪૭}{૬૦}$: ૨૬૭૯ : : $\frac{૧૫}{૬૦}$: ૮૫૫, $\frac{૪૭}{૬૦}$: ૨૬૭૯ : : $\frac{૧૨}{૬૦}$: ૬૮૪ જ.

દા. ૭. $\frac{૨}{૯}+\frac{૩૪}{૯૯}=\frac{૨૨+૩૪}{૯૯}=\frac{૫૬}{૯૯}$. માટે $\frac{૫૬}{૯૯}$: ૨૦૪૮ : : $\frac{૨૨}{૯૯}$: ૮૦૪$\frac{૪}{૭}$, $\frac{૫૬}{૯૯}$: ૨૦૪૮ : : $\frac{૩૪}{૯૯}$: ૧૨૪૩$\frac{૩}{૭}$ જવાબ.

દા. ૮. $\frac{૮}{૧૦૦}+\frac{૮૦}{૯૯}+\frac{૮}{૧૦}=\frac{૭૯૨+૮૦૦૦+૭૯૨૦}{૯૯૦૦}=\frac{૧૬૭૧૨}{૯૯૦૦}$. માટે $\frac{૧૬૭૧૨}{૯૯૦૦}$: ૨૦૮૯ : : $\frac{૭૯૨}{૯૯૦૦}$: ૯૯, $\frac{૧૬૭૧૨}{૯૯૦૦}$: ૨૦૮૯ : : $\frac{૮૦૦૦}{૯૯૦૦}$: ૧૦૦૦, $\frac{૧૬૭૧૨}{૯૯૦૦}$: ૨૦૮૯ : : $\frac{૭૯૨૦}{૯૯૦૦}$: ૯૯૦ જવાબ.

દા. ૧૪. ૧ પ્યાદળ + $\frac{૧}{૨}$ સ્વાર + $\frac{૧}{૪}$ તોપખાનાવાળા = ૧$\frac{૩}{૪}$ કૂલ. ૧$\frac{૩}{૪}$: ૫૨૫૦૦૦ : : ૧ : ૩૦૦૦૦૦ પ્યાદળ, ૧$\frac{૩}{૪}$: ૫૨૫૦૦૦ : : $\frac{૧}{૨}$: ૧૫૦૦૦૦, ૧$\frac{૩}{૪}$: ૫૨૫૦૦૦ : : $\frac{૧}{૪}$: ૭૫૦૦૦ તોપખાનાવાળા. જ.

દા. ૧૫. बने ૧, अने ૧ × ૧$\frac{૧}{૨}$ = ૧$\frac{૧}{૨}$, कने (૧ + ૧$\frac{૧}{૨}$) $\frac{૪}{૫}$ = ૨, : डने (૧ + ૧$\frac{૧}{૨}$ + ૨) $\frac{૨}{૩}$ = ૩. કૂલ ૭$\frac{૧}{૨}$ થયા. માટે ૭$\frac{૧}{૨}$: ૧૫૧૭ : : ૧$\frac{૧}{૨}$: ૩૦૩$\frac{૯}{૨૯}$ अ, ૭$\frac{૧}{૨}$: ૧૫૧૭ : : ૧ : ૨૦૨$\frac{૩}{૧૦}$ ब, ૭$\frac{૧}{૨}$: ૧૫૧૭ : : ૨ : ૪૦૪$\frac{૩}{૫}$ क, ૭$\frac{૧}{૨}$: ૧૫૧૭ : : ૩ : ૬૦૬$\frac{૯}{૧૦}$ डने જવાબ.

દા. ૧૬. જો ગુણાકાર ૧ લઇએ તો પહેલા ભાગ = ૧ ÷ ૩ = $\frac{૧}{૩}$, બી. = ૧ ÷ ૫ = $\frac{૧}{૫}$, ત્રી = ૧ ÷ $\frac{૯}{૨}$ = $\frac{૨}{૯}$ એ પ્રમાણમાં ભાગ થયા, માટે $\frac{૧}{૩}+\frac{૧}{૫}+\frac{૨}{૯}=\frac{૧૫+૯+૧૦}{૪૫}=\frac{૩૪}{૪૫}$, માટે $\frac{૩૪}{૪૫}$: ૯૮૬ : : $\frac{૧૫}{૪૫}$: ૪૩૫ પહેલો ભાગ, $\frac{૩૪}{૪૫}$: ૯૮૬ : : $\frac{૯}{૪૫}$: ૨૬૧ બીજો ભાગ, $\frac{૩૪}{૪૫}$: ૯૮૬ : $\frac{૧૦}{૪૫}$: ૨૯૦ ત્રીજો ભાગ. જ.

દા. ૨૫. બંને દેશના કૂલ ૨૦૦ ભાગમાં ૭૬ + ૭૭ = ૧૫૩ ભાગ સુરોખાર, ૧૦ + ૯ = ૧૯ ભાગ ગંધક, ૧૪ + ૧૪ = ૨૮ ભાગ કોલસા છે. તો બંને દેશના મળી ૨૦ મણમાં દરેક કેટલું છે તે કાઢવાનું છે માટે ૨૦ × ૧૫૩/૨૦૦ = ૧૫.૩ મણ સુરોખાર, ૨૦ × ૧૯/૨૦૦ = ૧.૯ મણ ગંધક, ૨૦ × ૨૮/૨૦૦ = ૨.૮ મણ કોલસા જવાબ.

દા. ૨૭. આમાં પહેલું પ્રમાણ अने ૩ તો बने ૨ મળે એ આપેલું છે, ને બીજું પ્રમાણ बने ૩ તો कने ૪ એ આપેલું છે. માટે बने ૩ : बने ૨ : : कने ૪ : कने ૨ ૨/૩ માટે अने ૩ + बने ૨ + कने ૨ ૨/૩ = ૭ ૨/૩ કૂલ થયા. માટે ૭ ૨/૩ : ૫૩૮૨ : : ૩ : ૨૧૦૬ રૂ. अने, ૭ ૨/૩ : ૫૩૮૨ : : ૨ : ૧૪૦૪ રૂ. बने, ૭ ૨/૩ : ૫૩૮૨ : : ૨ ૨/૩ : ૧૮૭૨ રૂ. कने જવાબ.

દા. ૩૫. डने ૧ ભાગ તો कने ૪ ભાગ + ૪, बने ૧૨ ભાગ + ૧૨ + ૧૬, તથા अने ૨૪ ભાગ + ૫૬ + ૧૦; એ પ્રમાણે આપવાના છે. માટે કૂલ ભાગ ૪૧ + ૯૮ રૂ. વધારાના = ૧૧૬૪ રૂ. કૂલ ખર્ચ છે. તેથી બધાનો વધારો કૂલ ખર્ચમાંથી બાદ કર્યો તો ૪૧ ભાગ = ૧૧૬૪−૯૮ = ૧૦૬૬ રૂ. થયા. માટે डनो ભાગ ૨૬ રૂ., कनो ભાગ ૨૬ × ૪ + ૪ = ૧૦૮ રૂ., बनो ભાગ ૨૬ × ૧૨ + ૧૨ + ૧૬ = ૩૪૦ રૂ., અને अनो ભાગ ૨૬ × ૨૪ + ૫૬ + ૧૦ = ૬૯૦ રૂ. જવાબ.

દા. ૩૬. ૯ + ૬ + ૧૦ = ૨૫ મણ મિશ્ર થયું. એ ૨૫ મણ મિશ્રમાંથી એક કુલ્લામાં ૯, બીજામાં ૬, ને ત્રીજામાં ૧૦ મણ ભર્યું. તો તેથી દરેક કુલ્લામાં જૂદા જૂદા ભાવનું કેટલા મણ ઘી આવ્યું તે કાઢવા માટે, ૯ × ૯/૨૫ = ૩ ૬/૨૫ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનું, ૯ × ૬/૨૫ = ૨ ૪/૨૫ મણ ૧૩ રૂ. ના ભાવનું, ૯ × ૧૦/૨૫ = ૩ ૩/૫ મણ ૧૧ રૂ. ના ભાવનું ૯ મણના કુલ્લામાં. અને ૬ × ૯/૨૫ = ૨ ૪/૨૫ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનું, ૬ × ૬/૨૫ = ૧ ૧૧/૨૫ મણ ૧૩ રૂ. ની ભાવનું, ૬ × ૧૦/૨૫ = ૨ ૨/૫ મણ ૧૧ રૂ. ના ભાવનું ૬ મણના કુલ્લામાં. તથા ૧૦ × ૯/૨૫ = ૩ ૩/૫ મણ ૧૬ રૂ. ના ભાવનું, ૧૦ × ૬/૨૫ = ૨ ૨/૫ મણ ૧૩ રૂ. ના ભાવનું, ૧૦ × ૧૦/૨૫ = ૪ મણ ૧૧ રૂ. ના ભાવનું ૧૦ મણના કુલ્લામાં જવાબ.

દા. ૩૭. મિશ્રરાશિના ૪ થા પ્રકારનો દાખલો છે.

૯૫	૯૨	૪ + ૧ = ૫	૧૧ : ૪૯॥ : : ૫ : ૨૨ ૧/૨ તો.	જવાબ.
	૯૬	૩ = ૩	૧૧ : ૪૯॥ : : ૩ : ૧૩ ૧/૨ તો.	
	૯૯	૩ = ૩	૧૧ : ૪૯॥ : : ૩ : ૧૩ ૧/૨ તો.	
		૧૧		

દા. ૩૮. ૧૦૦ : ૪૦ : : ૯૦ : ૩૬ તોલા શુદ્ધ માટે. ૪૦ − ૩૬ = ૪ તોલા ભેગ. ૧૦૦ : ૪૦ : : ૯૫ : ૩૮ તોલા શુદ્ધ માટે ૪૦−૩૮=૨ તોલા ભેગ. ૩૮ તોલા શુદ્ધમાં : ૩૬ તોલા શુદ્ધમાં : ; ૨ તોલા ભેગ જોઇએ : ૧ ૧૭/૧૯

તોલા ભેગ થવો જોઇએ, ને ૪ તોલા ભેગ છે માટે ૪-૧$\frac{૧૭}{૧૯}$ = ૨$\frac{૨}{૧૯}$ તોલા ભેગ બાળી નાંખવો જોઇએ. **બીજી રીતે:**—સેંકડે ૯૦ ભાગ શુદ્ધનું સોનું ૪૦ તોલા હોય, તો તેના જેટલી કીમતમાં ૯૫ ભાગ શુદ્ધનું સોનું ઓછા તોલા આવે માંટે વ્યસ્ત ત્રિરાશિની રીતે ૯૫ : ૯૦ : : ૪૦ તોલા : ૩૭$\frac{૧૭}{૧૯}$ તોલા. માટે ૪૦ – ૩૭$\frac{૧૭}{૧૯}$=૨$\frac{૨}{૧૯}$ તોલા ભેગ બાળવો. જ.

દા. ૩૯. ૭ તોલાની રણીમાં ૭ × $\frac{૩}{૪}$= ૫$\frac{૧}{૪}$ તોલા સોનું ને ૭ ×$\frac{૧}{૪}$ = ૧$\frac{૩}{૪}$ તોલા ત્રાંબું હતું. એ રણીમાંથી વીંટીને માટે જેટલું મિશ્રણ લીધું તેટલું ફક્ત ત્રાંબું રણીમાં ઉમેરવાથી રણીમાં સોનું ને ત્રાંબું સરખે સરખું થઇ જાય-છે ને તે ૭ તોલાછે માટે ૩ાા તોલા સોનું ને ૩ાા તોલા ત્રાંબું થાય. માટે વીંટી-ને માટે રણીમાંથી જે મિશ્રણ લીધું તેમાં પા–૩ાા= ૧ાા તોલા ચોખ્ખું સોનું ગયું માટે એટલું ચોખ્ખું સોનું અસલ રણીના કેટલા તોલામાં હોય તે કાઢવા માટે પા તોલા : ૧ાા તોલા : : ૭ તોલા મિશ્રણ : ૨$\frac{૧}{૩}$ તોલા મિશ્ર-ણની વીંટી જવાબ.

દા. ૪૦. ૩૫ ભાગ જસતમાં : ૪૦ ભાગ જસતમાં : : ૬૫ ભાગ ત્રાંબું : ૭૪$\frac{૨}{૭}$ ભાગ ત્રાંબું જોઇએ. પણ પ્રમથ ૬૦ ભાગ ત્રાંબાના છે તે બાદ કર્યા તો ૭૪$\frac{૨}{૭}$–૬૦=૧૪$\frac{૨}{૭}$ ભાગ વધારે ત્રાંબું ૧૦૦ તોલા મિશ્રણમાં ઉમેરે તો સેંકડે ૩૫ ભાગ જસત થાય. પણ ૧૦ તોલા ત્રાંબું ઉમેરવાથી ૩૫ ભાગ જસત થાયછે. માટે પ્રથમ મિશ્રણ ૧૦૦ તોલા કરતાં ઓછું હોવું જોઇએ. માટે ૧૪$\frac{૨}{૭}$: ૧૦ : ૧૦૦ : ૭૦ તોલા પ્રથમનું મિશ્રણ જવાબ.

પંત્યાળું.

૧. બે કે તેથી વધારે ભાગીદારોએ કરેલા સહીઆરા વેપારમાં થયેલો નફો અથવા તોટો વહેંચી લેવાની રીતને **પંત્યાળું** કહેછે.

૨. **પંત્યાળું** બે પ્રકારનું છે. ૧ **એકવડું**, ૨ **બેવડું**.

૩. જ્યારે બધા ભાગીદારોના વત્તા ઓછા પૈસા કોઇ વેપારમાં એક સ-રખી મુદત સુધી રહે, અથવા સરખા પૈસા જૂદી જૂદી મુદત સુધી રહે, ત્યારે તે વેપારમાં થયેલો નફો અથવા તોટો વહેંચી લેવાની રીતને **એકવડું પં-ત્યાળું** કહેછે. બધા ભાગીદારોથી એકઠી થયેલી મૂડીને **ભંડોળ** કહેછે.

૪. એકવડા પંત્યાળાના હિસાબ ત્રિરાશિથી થઇ શકેછે. કેમકે તેમાં રૂપિઆના પ્રમાણમાં નફો વહેંચી લેવાનો હોયછે, અથવા સરખા રૂપિઆ દરેકે આપ્યા હોય ને મુદત જૂદી જૂદી હોય તો મુદતના પ્રમાણમાં નફો કે તોટો વહેંચી લેવાનો હોયછે. જેમ દા. ૧. અએ ૫૦૦ ને બએ ૭૦૦ રૂ. કાઢી વેપાર કર્યો, તેમાં ૧૨૦ રૂ. નફો થયો તો દરેકને ભાગ કેટલો નફો આવશે? **આમાં ૧૨૦** રૂ. નફો ૫૦૦+૭૦૦=૧૨૦૦ રૂ. ઉપર થયો. તેમાં અના **૫૦૦ છે**

માટે ૧૨૦૦ : ૫૦૦ : : ૧૨૦ : ૫૦ રૂ. અને, અને બના ૭૦૦ રૂ. છે માટે ૧૨૦૦ : ૭૦૦ : : ૧૨૦ : ૭૦ રૂ. બને જવાબ.

દા. ૨. અએ ને બએ ૧૫૦૦ રૂપિઆ સરખે ભાગે કાઢી વેપાર કર્યો, તેમાં અના રૂપિઆ ૬ માસ, ને બના ૧૪ માસ રહ્યા તેમાં ૧૫૦ રૂ. નફો થયો તો દરેકને ભાગ કેટલો નફો આવશે? આમાં ૧૫૦૦ રૂપિઆ ૬+૧૪=૨૦ માસ રહેવાથી ૧૫૦ રૂ. નફો થયો ગણાય. માટે ૬ માસવાળાને ૨૦ : ૬ : : ૧૫૦ : ૪૫ રૂ. નફો અને, અને ૧૪ માસવાળાને ૨૦ : ૧૪ : : ૧૫૦ : ૧૦૫ રૂ. નફો બને.

લા. અં. મ. ૭૨ માના દા. ૨, ૩, ૪, ૯, ૧૦, ૧૧, ૧૨, ૧૩, ૧૭, ૧૮, ૧૯, ૨૦, ૨૧ અને ૨૪ જુઓ

દા. ૨. ૧૪૨॥ $\times \frac{૨}{૫}$ = ૫૭ મ. માલેકને, ૧૪૨॥ $\times \frac{૩}{૫}$ = ૮૫॥ મ. ખેડુતને.

દા. ૩. ૪૫૫૦ $\times \frac{૩૦}{૧૦૦}$ = ૧૩૬૫ અને, ૪૫૫૦ $\times \frac{૫૦}{૧૦૦}$ = ૨૨૭૫ બને, ૪૫૫૦ $\times \frac{૨૦}{૧૦૦}$ = ૯૧૦ રૂ. કને જવાબ.

દા. ૪. ૫૨૪ + ૫૪૬ + ૪૯૨ + ૫૬૮ = ૨૩૩૦ કુલ દેવું. ૮૭૩॥। $\times \frac{૫૨૪}{૨૩૩૦}$ = ૨૩૪ રૂ. અને, ૮૭૩॥। $\times \frac{૫૪૬}{૨૩૩૦}$ = ૨૦૪$\frac{૩}{૪}$ રૂ. બને, ૮૭૩॥। $\times \frac{૪૯૨}{૨૩૩૦}$ = ૧૮૪$\frac{૧}{૨}$ રૂ. કને, ૮૭૩॥। $\times \frac{૫૬૮}{૨૩૩૦}$ = ૨૫૦$\frac{૧}{૨}$ રૂ. ડને. જવાબ. (આવા દાખલા એકડા. પંત્યાળાની રીતે થાયછે).

દા. ૯. ૨૩૫ + ૪૩૦ + ૫૨૦ = ૧૧૮૫ રૂ. મુડી, માટે ૧૭૨૦−૧૧૮૫ = ૫૪૭ રૂ. નફો. તેથી ૫૪૭ $\times \frac{૨૩૫}{૧૧૮૫}$ = રૂ. ૧૦૮$\frac{૧૧૩}{૨૩૭}$ અને, ૫૪૭ $\times \frac{૪૩૦}{૧૧૮૫}$ = રૂ. ૧૯૮$\frac{૧૧૬}{૨૩૭}$ બને, અને ૫૪૭ $\times \frac{૫૨૦}{૧૧૮૫}$ = રૂ. ૨૪૦$\frac{૮}{૨૩૭}$ કને.

દા. ૧૦. ૨૭૫ + ૩૬૦ = ૬૩૫ રૂ. અને બના થયા માટે ૧૦૦૦−૬૩૫ = ૩૬૫ રૂ. કના. ને ૧૦૦૦−૮૦૦ = ૨૦૦ રૂ. ખોટ. માટે ૨૦૦ $\times \frac{૨૭૫}{૧૦૦૦}$ = ૫૫ રૂ. અને, ૨૦૦ $\times \frac{૩૬૦}{૧૦૦૦}$ = ૭૨ રૂ. બને, અને ૨૦૦ $\times \frac{૩૬૫}{૧૦૦૦}$ = ૭૩ રૂ. કને ખોટ.

દા. ૧૧. કને ૧ તો બને ૧॥, ને બને ૧॥ તો અને ૩ મળે; તેથી ૧ + ૧॥ + ૩ = ૫॥ રૂ. કુલ નફો થયો. માટે ૫॥ : ૧૨૭૦॥ : : ૩ : ૬૯૩ રૂ. અને, ૫॥ : ૧૨૭૦॥ : : ૧॥ : ૩૪૬॥ રૂ. બને, ૫॥ : ૧૨૭૦॥ : : ૧ : ૨૩૧ રૂ. કને જવાબ.

દા. ૧૨. બને ૫ : બને ૪ : : કને ૭ : ૫$\frac{૩}{૫}$ કને. માટે અના ૨$\frac{૧}{૨}$, બના ૪, ને કના ૫$\frac{૩}{૫}$ એ પ્રમાણમાં રૂપિઆ થયા. તેથી ૨$\frac{૧}{૨}$ + ૪ + ૫$\frac{૩}{૫}$ = ૧૨$\frac{૧}{૧૦}$ રૂ. કુલ થયા. ૧૨$\frac{૧}{૧૦}$: ૯૩૬ : : ૨$\frac{૧}{૨}$: ૧૯૩$\frac{૪૭}{૧૨૧}$ અને, ૧૨$\frac{૧}{૧૦}$: ૯૩૬ : : ૪ : ૩૦૯$\frac{૫૧}{૧૨૧}$ બને, ૧૨$\frac{૧}{૧૦}$: ૯૩૬ : : ૫$\frac{૩}{૫}$: ૪૩૩$\frac{૨૩}{૧૨૧}$ કને જવાબ.

દા. ૧૩. ૫ + ૩ + ૮ = ૧૬ કુલ ભાગ. હવે ૫ + ૩ = ૮ ભાગનો નફો

૩૮૦ રૂ. છે, તેા ૧૬ ભાગનેા નફેા ૭૬૦ રૂ. થયેા. તેથી ૭૬૦ × $\frac{૫}{૧૬}$ = ૨૩૭ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. અને, ૭૬૦ × $\frac{૩}{૧૬}$ = ૧૪૨ $\frac{૧}{૨}$ રૂ. બને, અને કના ૮ ભાગના ૩૮૦ રૂ. જ.

દા. ૧૭. ૩૮૦ — ૧૩૩ = ૨૪૭ રૂ. બને નફેા. ૧૩૩ : ૨૪૭ : : ૬૪૦ાા : ૧૧૮૯ાા રૂ. બની મુડી જવાબ.

દા. ૧૮. ૧૭૫૦ × $\frac{૧}{૭}$ = ૨૫૦ રૂ. અને કામ કર્યા બદલના, તેથી ૧૭૫૦ − ૨૫૦ = ૧૫૦૦ રૂ. નફેા વરાડ પ્રમાણે વહેંચવાનેા. ૫૦૦ + ૮૦૦ + ૧૨૦૦ = ૨૫૦૦ રૂ. કૂલ થયા. માટે ૧૫૦૦ × $\frac{૫૦૦}{૨૫૦૦}$ = ૩૦૦ રૂ. અને + ૨૫૦ રૂ. મંહેનતના મળી કૂલ ૫૫૦ રૂ. અને, ૧૫૦૦ × $\frac{૮૦૦}{૨૫૦૦}$ = ૪૮૦ રૂ. બને, અને ૧૫૦૦ × $\frac{૧૨૦૦}{૨૫૦૦}$ = ૭૨૦ રૂ. કને જવાબ.

દા. ૧૯. આ દાખલામાં પ્રથમ મુખ્ય ભાગદારેાનું કાઢી પછી પેટા ભાગદારેાનું કાઢવું. મુખ્ય ભાગ ૨૫ + ૩૫ + ૪૦ = ૧૦૦ દેાકડા થયા. તેથી ૨૭૦૦ × $\frac{૨૫}{૧૦૦}$ = ૬૭૫ રૂ. પચીસ દેાકડાના ભાગદારને, ૨૭૦૦ × $\frac{૩૫}{૧૦૦}$ = ૯૪૫ રૂ. પાંત્રીસ દેાકડાના ભાગદારને, ૨૭૦૦ × $\frac{૪૦}{૧૦૦}$ = ૧૦૮૦ રૂ. ચાળીસ દેાકડાના ભાગદારને. પચીસના પેટા ભાગ ૫ + ૩ = ૮ છે માટે ૬૭૫ × $\frac{૫}{૮}$ = ૪૨૧$\frac{૭}{૮}$ ને ૬૭૫ × $\frac{૩}{૮}$ = ૨૫૩$\frac{૧}{૮}$; પાંત્રીશના પેટા ભાગ ૮ + ૧૧ + ૧૬ = ૩૫ છે માટે ૯૪૫ × $\frac{૮}{૩૫}$ = ૨૧૬, ૯૪૫ × $\frac{૧૧}{૩૫}$ = ૨૯૭ તથા ૯૪૫ × $\frac{૧૬}{૩૫}$ = ૪૩૨ ; ચાળીસના પેટા ભાગ ૫ + ૭ = ૧૨ છે માટે ૧૦૮૦ × $\frac{૫}{૧૨}$ = ૪૫૦ ને ૧૦૮૦ × $\frac{૭}{૧૨}$ = ૬૩૦.

દા. ૨૦. ૨૫૦ × ૧ાા = ૩૭૫ રૂ. અની મુડી, ૬૮ × ૧ા = ૮૫ રૂ. બની મુડી, ૧૦૭ × ૨ાા = ૨૬૭ાા રૂ. કની મુડી, માટે ૩૭૫ + ૮૫ + ૨૬૭ાા = ૭૨૭ાા રૂ. કૂલ ભંડેાળ. માટે ૭૨૭ાા : ૩૭૫ : : ૩૨૦ : ૧૬૪ $\frac{૨૭૬}{૨૯૧}$ રૂ. અને, ૭૨૭ાા : ૮૫ : : ૩૨૦ : ૩૭$\frac{૧૧૩}{૨૯૧}$ રૂ. બને, ૭૨૭ાા : ૨૬૭ાા : : ૩૨૦ : ૧૧૭ $\frac{૧૯૩}{૨૯૧}$ રૂ. કને.

દા. ૨૧. ૬૦ રૂ. નફેા : ૩૬૦ રૂ. નફેા : : ૩૦૦ મુડી : ૧૮૦૦ રૂ. બની મુડી. એટલી મુડીનેા ૬૦૦ ગજ કીનખાબ છે માટે ૧૮૦૦ ÷ ૬૦૦ = ૩ રૂ. એ ગજ કીનખાબ. અને ૬૦ રૂ. નફેા : ૪૮૦ રૂ. નફેા : : ૩૦૦ મુડી : ૨૪૦૦ મુડી કની ને એટલી મુડીમાં ૧૨૦૦ ગજ મશરૂ આપેલેા છે માટે ૨૪૦૦ ÷ ૧૨૦૦ = ૨ રૂ. એ ગજ મશરૂ.

દા. ૨૪. ૫૦૦ − ૧૭૫ = ૩૨૫ રૂ. બએ આપ્યા. ૧૫૦ × $\frac{૩}{૫}$ = ૯૦ મણ ખેડુતને આપતાં ૧૫૦ − ૯૦ = ૬૦ મણ બાકી રહ્યા. હવે ૬૦ × $\frac{૧}{૬}$ = ૧૦ મણ મહેસુલના ભરતાં ૬૦ − ૧૦ = ૫૦ મણ અ તથા બના ભાગના રહ્યા. માટે ૫૦ × $\frac{૧૭૫}{૫૦૦}$ = ૧૭.૫ મ. અને, ને ૫૦ × $\frac{૩૨૫}{૫૦૦}$ = ૩૨.૫ મ. બને.

૫. જ્યારે કેાઈપણ વેપારમાં ભાગીદારેાના પૈસા જુદા જુદા પ્રમાણમાં

જૂદા જૂદા વખત સુધી રહેછે. ત્યારે તેનો નફો અથવા તોટો વહેંચવાની રીતને **બેવડું પંત્યાળું** કહેછે.

૬. બેવડા પંત્યાળાના હિસાબ ત્રિરાશિથી થઇ શકેછે. પણ તેમાં રૂપિઆ અને મહિના જૂદા જૂદા હોવાથી રૂપિઆ ને મહિનાના પ્રમાણમાં નફો વહેંચવાનો હોયછે. જેમકે અના ૫૦૦ રૂ. ૬ માસ, ને બના ૩૦૦ રૂ. ૮ માસ રહ્યા તેમાં ૫૪૦ રૂ. નફો થયો તો દરેકને ભાગ કેટલો આવશે ? આમાં અના ૫૦૦ × ૬ = ૩૦૦૦ રૂ. એક માસ, ને બના ૩૦૦ × ૮ = ૨૪૦૦ રૂ. એક માસ રહ્યા હોય તેવું થયું. માટે ૩૦૦૦ + ૨૪૦૦ = ૫૪૦૦ રૂ. કૂલ એક માસ રહ્યા ને તેમાં ૫૪૦ રૂ. નફો થયોછે તેથી ૫૪૦ × $\frac{૩૦૦૦}{૫૪૦૦}$ = ૩૦૦ રૂ. અને, અને ૫૪૦ × $\frac{૨૪૦૦}{૫૪૦૦}$ = ૨૪૦ રૂ. બને.

૭. **એકવડા ને બેવડા પંત્યાળાનો મુકાબલોઃ**—એકવડા પંત્યાળામાં મૂડી અથવા કાળ એ બેમાંનું એકસરખું હોય છે, પણ બેવડા પંત્યાળામાં મુડી અને કાળ બંને જૂદાં જૂદાં હોય છે.

૮. **પ્રમાણ ભાગ ને પંત્યાળાનો મુકાબલોઃ**—પ્રમાણ ભાગમાં ગમે તે આપેલી સંખ્યાના આપેલા પ્રમાણમાં ભાગ કરવાના હોયછે, પણ પંત્યાળામાં તો રોકેલી મુડી અને કાળના પ્રમાણમાં થયેલા નફા અથવા તોટાના ભાગ કરવાના હોયછે.

લા. અં. મ. ૭૨માના બેવડા પંત્યાળા માટે દા. ૨૮થી ૩૪ જુઓ.

દા. ૨૮. ૩૬૦ × ૧૨ = ૪૩૨૦, ૫૪૦ × ૭ = ૩૭૮૦, ૮૦૦ × ૨ = ૧૬૦૦ માટે ૪૩૨૦, ૩૭૮૦, ૧૬૦૦ એ પ્રમાણમાં નફો નુકશાન વહેંચાશે. પણ તેમનું અતિસંક્ષેપરૂપ નીકળી શકેછે, તે કાઢવા માટે એ ત્રણે રકમોના દૃઢભાજક ૨૦ એ ભાગતાં જવાબ ૨૧૬, ૧૮૯, ૮૦.

દા. ૨૯. ૧૨૦૦ × ૩ = ૩૬૦૦ અનો સર.	૧૦૦૦ × ૭ = ૭૦૦૦ બનો સર.
(૧૨૦૦-૨૦૦) ૯ = ૯૦૦૦ ”	(૧૦૦૦-૪૦૦)૨ = ૧૨૦૦ ”
૧૨૬૦૦ કૂલ સર.	૮૨૦૦ કૂલ સર.

૧૨૬૦૦ + ૮૨૦૦ = ૨૦૮૦૦ કૂલ અ તથા બનો સર. માટે ૬૦૦ × $\frac{૧૨૬૦૦}{૨૦૮૦૦}$ = રૂ. ૩૬૩-૭-૪ $\frac{૮}{૧૩}$ અ, ૬૦૦ × $\frac{૮૨૦૦}{૨૦૮૦૦}$ = રૂ ૨૩૬-૮-૭ $\frac{૫}{૧૩}$ બ.

દા. ૩૦. ૩ × ૭ = ૨૧ અનો સર	૫ × ૭ = ૩૫ બનો સર.
(૩ - ૩નો $\frac{૧}{૩}$) ૫ = ૧૦ ”	(૫-૫નો $\frac{૧}{૫}$)૫ = ૨૦ ”
૩૧ કૂલ સર.	૫૫ કૂલ સર.

૩૧ + ૫૫ = ૮૬ અ તથા બનો કૂલ સર. માટે ૪૨૦ × $\frac{૩૧}{૮૬}$ = રૂ. ૧૫૧-૬-૩ $\frac{૩૯}{૪૩}$ અને, ૪૨૦ × $\frac{૫૫}{૮૬}$ = રૂ. ૨૬૮-૯-૮ $\frac{૪}{૪૩}$ બને જવાબ.

દા. ૩૧. $\frac{૧}{૨}$ × ૫ = $\frac{૫}{૨}$ | $\frac{૧}{૩}$ × ૫ = $\frac{૫}{૩}$ | $\frac{૧}{૪}$ × ૫ = $\frac{૫}{૪}$
($\frac{૧}{૨}$ − $\frac{૧}{૨}$ ના $\frac{૧}{૨}$)૭ = $\frac{૭}{૪}$ | ($\frac{૧}{૩}$ − $\frac{૧}{૩}$ ના $\frac{૧}{૩}$)૭ = $\frac{૧૪}{૯}$ | ($\frac{૧}{૪}$ − $\frac{૧}{૪}$ ના $\frac{૧}{૪}$) ૭ = $\frac{૨૧}{૧૬}$
$\frac{૫}{૨}$ + $\frac{૭}{૪}$ = $\frac{૧૭}{૪}$ अનો સર. | $\frac{૫}{૩}$ + $\frac{૧૪}{૯}$ = $\frac{૨૯}{૯}$ बનો સર. | $\frac{૫}{૪}$ + $\frac{૨૧}{૧૬}$ = $\frac{૪૧}{૧૬}$ कનો સર.

$\frac{૧૭}{૪}$ + $\frac{૨૯}{૯}$ + $\frac{૪૧}{૧૬}$ + $\frac{૬૧૨ + ૪૬૪ + ૩૬૯}{૧૪૪}$ = $\frac{૧૪૪૫}{૧૪૪}$ કુલ સર. $\frac{૧૪૪૫}{૧૪૪}$: $\frac{૬૧૨}{૧૪૪}$: : રૂ. ૧૮૦ $\frac{૫}{૮}$: રૂ. ૭૬ $\frac{૧}{૨}$ अને, $\frac{૧૪૪૫}{૧૪૪}$: $\frac{૪૬૪}{૧૪૪}$: : રૂ. ૧૮૦ $\frac{૫}{૮}$: રૂ. ૫૮ बને, $\frac{૧૪૪૫}{૧૪૪}$: $\frac{૩૬૯}{૧૪૪}$: : રૂ. ૧૮૦ $\frac{૫}{૮}$: રૂ. ૪૬ $\frac{૧}{૮}$ कને.

દા. ૩૨. अએ કુલ ૧૬ દિવસ કામ કર્યું માટે $\frac{૧}{૩૫}$ × ૧૬ = $\frac{૧૬}{૩૫}$ કામ अનું, $\frac{૧}{૩૦}$ × ૬ = $\frac{૧}{૫}$ કામ बનું, અને ૧ − ($\frac{૧૬}{૩૫}$ + $\frac{૧}{૫}$) = $\frac{૧૨}{૩૫}$ કામ कનું. માટે $\frac{૧૬}{૩૫}$, $\frac{૭}{૩૫}$, ને $\frac{૧૨}{૩૫}$ ના પ્રમાણમાં એટલે ૧૬, ૭, ને ૧૨ પ્રમાણમાં अ, ब ને क-ને મજુરી મળવી જોઇએ. માટે ૨૬। × $\frac{૧૬}{૩૫}$ = ૧૨ રૂ. अને ૧૬ દિવસની મજુરીના અને રોજના ૧૨ ÷ ૧૬ = ૧૨ આના; ૨૬। × $\frac{૭}{૩૫}$ = ૫। રૂ. बને ૬ દિવસની મજુરીના અને રોજના ૫। ÷ ૬ = ૧૪ આના; ૨૬। × $\frac{૧૨}{૩૫}$ = ૯ રૂ. कને ૧૦ દિવસની મજુરીના ને રોજના ૯ ÷ ૧૦ = ૧૪·૪ આના.

દા. ૩૩. अની મુડી ૧॥, बની ૧, ને कની (૧ + ૧॥) ૧॥ = ૩॥ હતી. હવે મુદતના પ્રમાણમાં સર $\frac{૩}{૨}$ × $\frac{૧}{૩}$ = $\frac{૧}{૨}$ अનો, ૧ × ૧ = ૧ बનો, $\frac{૧૫}{૪}$ × $\frac{૧}{૩}$ ના $\frac{૩}{૪}$ = $\frac{૧૫}{૧૬}$ कનો, માટે $\frac{૧}{૨}$, ૧, $\frac{૧૫}{૧૬}$ નો લઘુતમ સમછેદ કરતાં $\frac{૮}{૧૬}$, $\frac{૧૬}{૧૬}$ ને $\frac{૧૫}{૧૬}$ થયા માટે ૮, ૧૬, ૧૫ એ પ્રમાણમાં અનુક્રમે अ, ब, क એ નફો વહેંચવો જ.

દા. ૩૪. ૫ × ૪ = ૨૦	૮ × ૪ = ૩૨	૧૨ × ૪ = ૪૮	૭૨
+ ૧॥	+ ૨॥	−૪	૧૧૬
૬॥ × ૮ = ૫૨	૧૦॥ × ૮ = ૮૪	૮ × ૮ = ૬૪	૧૧૨
अનો સર. ૭૨	बનો સર. ૧૧૬	कનો સર. ૧૧૨	૩૦૦ કુલસર.

માટે ૭૨ : ૩૦૦ : : ૩૬૦ રૂ. : ૧૫૦૦ રૂ. કુલ નફો. અને ૧૫૦૦ × $\frac{૧૧૨}{૩૦૦}$ = ૫૬૦ રૂ. कને.

૯. નીચેના લા. અં. મ. ૭૨ માના દા. ૨૨, ૨૩ ને ૨૬ બેવડા પંચાળાની રીતે થાય છે.

દા. ૨૨. પુરૂષ. ૧૦ સ્ત્રી. ૩૨ છોકરાં. ૪૮
× ૬ × ૩ × ૧
૬૦ + ૯૬ + ૪૮ = ૨૦૪.

તેથી ૧૨૨૪ × $\frac{૬૦}{૨૦૪}$ = ૩૬૦ રૂ. પુરૂષોને, ૧૨૨૪ × $\frac{૯૬}{૨૦૪}$ = ૫૭૬ રૂ. સ્ત્રીઓને, અને ૧૨૨૪ × $\frac{૪૮}{૨૦૪}$ = ૨૮૮ રૂ. છોકરાંને જવાબ.

દા. ૨૩. ૧૨ × ૫ = ૬૦ પુરૂષોના ભાગ, ૨૦ × ૩ = ૬૦ સ્ત્રીઓના ભાગ, ને ૩૩ × ૨ = ૬૬ છોકરાંના ભાગ. માટે ૬૦ + ૬૦ + ૬૬ = ૧૮૬ કુલ ભાગ. હવે ૩૧૦ × $\frac{૬૦}{૧૮૬}$ = ૧૦૦ રૂ. પુરૂષોને, ૧૦૦ રૂ. સ્ત્રીઓને, અને ૩૧૦ × $\frac{૬૬}{૧૮૬}$ = ૧૧૦ રૂ. છોકરાંને.

દા. ૨૬. ૧૫ × ૧૦ = ૧૫૦ બળદ અના, ને ૨૧ × ૭ = ૧૪૭ બળદ બના થયા. માટે ૧૫૦ + ૧૪૭ = ૨૯૭ બળદ ૧ અઠવાડીયું ચર્યા આનું રૂ ૫ થયું. માટે ૨૭૦ × $\frac{૧૫૦}{૨૯૭}$ = રૂ. ૧૩૬–૫–૯$\frac{૬}{૧૧}$ અને, ૨૭૦ × $\frac{૧૪૭}{૨૯૭}$ = રૂ. ૧૩૩–૧૦–૨$\frac{૨}{૧૧}$ બને. જવાબ.

ધાતપ્રકરણ.

૧. કોઇ સંખ્યા બે વાર માંડીને તેનો ગુણાકાર કરીએ, તે ગુણાકારને તે સંખ્યાનો બે ઘાત કે **વર્ગ** કહે છે. જેમ, ૨ × ૨ = ૪ એ બેનો વર્ગ કહેવાય. કોઇ સંખ્યાને ત્રણવાર માંડીને, એ ત્રણનો ગુણાકાર કરીએ તો તે ગુણાકારને તે સંખ્યાનો ત્રણ ઘાત કે **ઘન** કહે છે. જેમ, ૪ × ૪ × ૪ = ૬૪ એ ચારનો ઘન કહેવાય. એજ પ્રમાણે ચતુર્ઘાત, પંચઘાત, ષડ્ઘાત, સપ્તઘાત, ઇ૦ ને માટે સમજવું.

૨. કોઈ પણ સંખ્યાનો જેટલો ઘાત કરવો હોય, તેટલી વખત તે સંખ્યા ગુણ્યાના ચિન્હથી જોડીને ન લખતાં, તે સંખ્યા એકજ વખત લખી તેને માથે જમણી તરફ જેટલો ઘાત કરવો હોય તે અંક લખવામાં આવે છે, તેને **ઘાતપ્રકાશક ચિન્હ** કહે છે. આથી બે લાભ થાય છે. ૧ કોઇ પણ ઘાત તરત સમજાય છે, ૨. ટૂંકામાં થોડા વખતમાં લખાય છે. જેમ ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ = $૩^{૫}$ = ૨૪૩.

૩. કોઇ સંખ્યાને માથે ઘાતપ્રકાશક અંક ન હોય તો તે સંખ્યાને માથે ૧ ઘાતપ્રકાશક છે એમ સમજવું. પણ તે લખવામાં આવતો નથી. હરેક સંખ્યા પોતાનો એક ઘાત છે.

૪. એકનો કોઇ પણ ઘાત એકજ આવે છે. કેમકે એકને ગમે તેટલી વાર એકે ગુણીએ તો ગુણાકાર એકજ રહે છે. ૧ સિવાયની પૂર્ણાંક સંખ્યાનો ઘાત કરવાથી તેની કીમત વધે છે પણ સમ અપૂર્ણાંક સંખ્યાનો ઘાત કરવાથી તેની કીમત ઘટે છે. કેમકે કોઇ અપૂર્ણાંકને તેજ અપૂર્ણાંકે ગુણવાથી, તેનો ગુણાકાર તેટલા ગણો ઓછો આવે છે. જેમ $(\cdot ૫)^{૨}$ = ·૫ × ·૫ = ·૨૫, $(\frac{૨}{૫})^{૨}$ = $\frac{૨}{૫} \times \frac{૨}{૫} = \frac{૪}{૨૫}$. અપૂર્ણાંકનો કોઇ ઘાત કરવો હોય તો અંશ અને છેદ બંનેનો તેટલો ઘાત કરવો.

૫. $૨^{૨} \times ૨^{૩}$ = ૨ × ૨ × ૨ × ૨ × ૨ = $૨^{૫}$ = $૨^{૨+૩}$, $૩^{૪} \times ૩^{૫}$ = ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ × ૩ = $૩^{૯}$ = $૩^{૪+૫}$ ઇ૦. આ પરથી એવો નિયમ નીકળેછે કે જૂદા જૂદા ઘાતવાળી એકજ સંખ્યા હોય તેમનો ગુણાકાર તેજ સંખ્યાના ઘાતપ્રકાશકોના સરવાળા જેટલા ઘાતની બરાબરછે. પંચઘાત કરવો હોય તો ઘનને વર્ગે ગુણવા; ષડ્ઘાત કરવો હોય તો ચતુર્ઘાતને

વર્ગે, અથવા ધનને ધને ગુણવા; અષ્ટઘાત કરવો હોય તો ચતુર્ઘાતને ચતુર્ઘાતે ગુણવા, અથવા પંચઘાતને ધને અથવા ષટ્ઘાતને વર્ગે ગુણવા. આ નિયમ છોકરાંને બરાબર સમજાવવો. કેમકે છોકરાં ઘણી વખત ઘાત કરવામાં ઘાત પ્રકાશકોનો ગુણાકાર કરી જાયછે.

૬. અ. $૩^{૫} \div ૩^{૨} = \frac{૩ \times ૩ \times ૩ \times ૩ \times ૩}{૩ \times ૩} = ૩ \times ૩ \times ૩ = ૩^{૩} = ૩^{૫-૨}$, $૨^{૬} \div ૨^{૪} = \frac{૨\times૨\times૨\times૨\times૨\times૨}{૨\times૨\times૨\times૨} = ૨ \times ૨ = ૨^{૨} = ૨^{૬-૪}$, ઇ૦. આ પરથી એવો નિયમ નિકળેછે કે કોઇ પણ સંખ્યાના ઘાતોનો ભાગાકાર તેજ સંખ્યાના ભાજ્યના ઘાતપ્રકાશકમાંથી ભાજકના ઘાતપ્રકાશક બાદ કરીએ તેટલા ઘાતની બરાબર છે.

બ. $૪^{૩} \div ૪^{૫} = \frac{૪\times૪\times૪}{૪\times૪\times૪\times૪\times૪} = \frac{૧}{૪\times૪} = \frac{૧}{૪^{૨}}$ અથવા $૪^{૩-૫} = ૪^{-૨}$, $૫^{૪} \div ૫^{૭} = \frac{૫\times૫\times૫\times૫}{૫\times૫\times૫\times૫\times૫\times૫\times૫} = \frac{૧}{૫\times૫\times૫} = \frac{૧}{૫^{૩}}$ અથવા $૫^{૪-૭} = ૫^{-૩}$, ઇ૦. આ પરથી એવો નિયમ નીકળેછે કે ભાજ્યના ઘાતપ્રકાશક કરતાં ભાજકનો ઘાતપ્રકાશક મોટો હોય તો ભાગાકારનો ઘાતપ્રકાશક ઓછાના ચિન્હથી લખાયછે, અથવા અપૂર્ણાંકના રૂપમાં લખીએ તો તે ઘાત વત્તાના ચિન્હથી એકના છેદમાં લખાય.

ક. $૬^{૩} \div ૬^{૩} = \frac{૬\times૬\times૬}{૬\times૬\times૬} = ૧$ અથવા $૬^{૩-૩} = ૬^{૦}$; $૩^{૨} \div ૩^{૨} = \frac{૩\times૩}{૩\times૩} = ૧$ અથવા $૩^{૩-૩} = ૩^{૦}$, ઇ૦. આ પરથી એવો નિયમ નીકળેછે કે કોઇ પણ સંખ્યાના ૦ ઘાત = ૧ આવે.

૭. **કોઇ સંખ્યાનો વર્ગ કરવો હોય તો પાંચ રીતે થાય છે.**

(૧) તે સંખ્યાને તેજ સંખ્યાએ ગુણવાથી. જેમ $૫^{૨} = ૫ \times ૫ = ૨૫$.

(૨) તે સંખ્યાના બે કે વધારે ભાગ કરી તે દરેક ભાગે આખી સંખ્યાને ગુણી તે ગુણાકારેનો સરવાળો લેવાથી. $૧૨^{૨}$ કરવો હોય તો તેના ૪, ૬ ને ૨ એવા ત્રણ ભાગ કર્યા તો $૧૨^{૨} = ૧૨ \times ૪ + ૧૨ \times ૬ + ૧૨ \times ૨ = ૧૪૪$.

(૩) તે સંખ્યાના બે ભાગ કરી તે દરેક ભાગના વર્ગોના સરવાળામાં તે બે ભાગોના ગુણાકારની બમણાઇ ઉમેરવાથી. જેમ $૨૩^{૨} = ૨૦^{૨} + ૩^{૨} + ૨૦ \times ૩ \times ૨ = ૫૨૯$ કારણ:-૨૦ + ૩

૨૦ + ૩

$૨૦^{૨} + ૨૦ \times ૩$ આ ૨૦ + ૩ને ૨૦ નો ગુ૦.

$૨૦ \times ૩ + ૩^{૨}$ આ ૨૦ + ૩ને ૩નો ગુ૦.

$૨૦^{૨} + ૨ \times ૨૦ \times ૩ + ૩^{૨}$ આ ૨૦ + ૩ને ૨૦ + ૩નો ગુ૦.

આ પરથી એવો નિયમ નીકળે છે કે કોઇ બે સંખ્યાના સરવાળાનો વર્ગ, તેમના વર્ગોના સરવાળામાં તેમના ગુણાકારની બમણાઇ મેળવીએ તેની બરાબર છે. આ નિયમ બરાબર સમજાવવો, કેમકે તેથી વર્ગમૂળની રીતનું કારણ ઝટ સમજાય છે.

(૪) કોઇ પણ સંખ્યાનો વર્ગ તેના અર્ધના વર્ગથી ચારગણો, ત્રીજા ભાગના વર્ગથી નવ ગણો, ચોથા ભાગના વર્ગથી ૧૬ ગણો, પાંચમા ભાગના વર્ગથી ૨૫ ગણો, ઇ. આવે. જેમ $૧૨^{૨} = ૪ \times (\frac{૧૨}{૨})^{૨} = ૪ \times ૬^{૨} = ૯ \times (\frac{૧૨}{૩})^{૨} = ૯ \times ૪^{૨} = ૧૬ (\frac{૧૨}{૪})^{૨} = ૧૬ \times ૩^{૨}$, ઇ૦. કારણ—૧૨ ના બે અવયવ ૨×૬ પાડી વર્ગ કરીએ તો $૨ \times ૬ \times ૨ \times ૬ = ૪ \times ૬ \times ૬ = ૪ \times ૬^{૨}$ થાય. એજ રીતે બીજાં કારણ પણ સમજવાં.

(૫) કોઇ મોટી સંખ્યાનો વર્ગ કરવો હોય, તો તે સંખ્યા લખ્યા પછી એક લીટી દોરી તેની નીચે આડી હારમાં દરેક આંકડાનો વર્ગ લખી જવો. જે આંકડાનો વર્ગ એક આંકડો થાય, તે વર્ગના આંકડાની ડાબી બાજુએ એક મીડું મૂકી બે આંકડા કરવા, મતલબ કે દરેક આંકડાનો વર્ગ બે આંકડા થવો જોઇએ. જો વચમાં એક મીડું હોય તો બે, બે મીડાં હોય તો ચાર મીડાં વર્ગમાં આવે, મતલબ કે જેટલા આંકડાનો વર્ગ કરવો હોય તેથી બમણા આંકડા વર્ગમાં આવે. એ પ્રમાણે દરેક આંકડાનો વર્ગ કર્યા પછી આપેલી સંખ્યાનો જમણી તરફનો છેલ્લો એક આંકડો કાપી બીજો આંકડો લઇ તેને બમણા કરી તેણે એ કાપેલા આંકડા સાથે ગુણી તે ગુણાકાર વર્ગ કરેલા આંકડા નીચે જમણી તરફનો એક આંકડો કાપીને લખવો, પછી ત્રીજો આંકડો લઇ તેને બમણા કરી તેણે કાપેલા બે આંકડા સાથે ગુણી તે ગુણાકાર વર્ગ કરેલા આંકડા નીચે જમણી તરફના બે આંકડા કાપીને લખવો, પછી ચોથો આંકડો લઇ તેને બમણા કરી તેણે કાપેલા ત્રણ આંકડા સાથે ગુણી એ ગુણાકાર વર્ગ કરેલા આંકડા નીચે જમણી તરફના ત્રણ આંકડા કાપીને લખવો, એ પ્રમાણે છેલ્લો આંકડો આવે ત્યાં સુધી કરવું. પછી સરવાળો કરવો, આવે તે જવાબ. દશાંશ અપૂર્ણાંકનો વર્ગ કરેલો હોય તો ઉપર પ્રમાણે વર્ગ કરી રહ્યા પછી જવાબમાં દશાંશના આંકડાની બમણાઇ જેટલા આંકડા કાપીને દશાંશ ચિન્હ મૂકવું. જેમકે ૧·૦૨૩૪૫ નો વર્ગ કરવો હોય તો—

૧·૦૨૩૪૫	તેમજ ૧૨૫ નો વર્ગ કરવો હોય તો	૧૨૫
૧૦૦૦૪૦૯૧૬૨૫		૧૦૪૨૫
૪૦		૨૦
૨૭૦		૫૦
૧૩૮૦		૧૫૬૨૫ જ૦.
૪૬૯૦		
૧·૦૪૭૪૪૯૯૦૨૫		

કારણ:—કોઇ સંખ્યાનો વર્ગ તે, તેના દરેક ભાગના વર્ગના સરવાળામાં તેમાંના દરેક બબ્બે ભાગોના ગુણાકારની બમણાઇ ઉમેરીએ તેની બરાબર છે. ૧૨૫ નો વર્ગ કરવો હોય તો તેના ૧૦૦ + ૨૦ + ૫ એ ત્રણ ભાગ છે, તે દરેક ભાગનો વર્ગ કરી સરવાળો લઇશું તો ૧૦૦૦૦ + ૪૦૦ + ૨૫ = ૧૦૪૨૫ આવશે. એટલે જે આંકડાનો વર્ગ એક અંક આવે છે તેની પાછળ મીંડુ આવે છે. આ દાખલામાં બેનો વર્ગ ચાર એક અંક આવ્યો તો તેની પાછળ મીંડું આવ્યું. આ પરથીજ ઉપરનો નિયમ કાઢ્યો કે જેનો વર્ગ એક અંક આવે તેની પાછળ મીંડું મૂકવું.

હવે તેમાંના દરેક બબ્બે ભાગોના ગુણાકારની બમણાઇ ઉમેરવી જોઇએ, તેથી વીશની બમણાઇનો ને પાંચનો ગુણાકાર બસેં આવ્યો પણ વીશમાં મીંડું લખાતું નથી. તેથી બે દશકની બમણાઇ ચારનો ને પાંચનો ગુણાકાર વીશ એક અંક કાપીને લખ્યો; તેમજ સોની બમણાઇ બસેંએ પાંચ ને વીશ સાથે ગુણ્યા એટલે પાંચ હજાર આવ્યા, પણ સંખ્યા લખવામાં સોમાં બે મીંડાં લખાતાં નથી. માટે બે અંક કાપીને ગુણાકાર લખ્યો એટલે એકસોની બમણાઇ બેને પચીસનો ગુણાકાર પચાસ બે અંક કાપીને લખ્યો છે. એમાં બધા અંકોનો અરસપરસ ગુણાકાર આવી ગયો માટે પાંચની બમણાઇએ કોઇ અંક સાથે ગુણ્યા નથી. એ ઉપરથી ઉપરનો નિયમ નીકળ્યો છે.

☞ આ છેલ્લા નિયમનો ઉપયોગ ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજમાં વર્ગ કરવામાં કરવાથી કેટલીક સુગમતા થશે.

૮. **કોઈ સંખ્યાનો ઘન કરવાનો નિયમ:**—(૧) કોઇ સંખ્યાનો ઘન તે તેના કરેલા બે ભાગમાંના પહેલા ભાગના ઘનમાં ૩ × પહેલા ભાગનો વર્ગ × બીજો ભાગ + ૩ × પહેલો ભાગ × બીજા ભાગનો વર્ગ + બીજા ભાગનો ઘન તેની બરાબર છે.

કારણ:—$૩૫^{૩} = ૩૦ + ૫$

$૩૦ + ૫$

$૩૦^{૨} + ૩૦ \times ૫$ આ ૩૦ + ૫ ને ૩૦ નો ગુ૦.

$૩૦ \times ૫ + ૫^{૨}$ આ ૩૦ + ૫ ને ૫ નો ગુ૦.

$૩૦^{૨} + ૨(૩૦ \times ૫) + ૫^{૨}$ આ (૩૦ + ૫) નો વર્ગ.

$૩૦ + ૫$

$૩૦^{૩} + ૨(૩૦^{૨} \times ૫) + ૩૦ \times ૫^{૨}$ આ વર્ગ ને ૩૦નો ગુ૦.

$૩૦^{૨} \times ૫ + ૨(૩૦ \times ૫^{૨}) + ૫^{૩}$ આ વર્ગ ને ૫નો ગુ૦.

$૩૦^{૩} + ૩(૩૦^{૨} \times ૫) + ૩(૩૦ \times ૫^{૨}) + ૫^{૩}$ આ (૩૦ + ૫) નો ઘન.

આ નિયમવડે હરકોઈ બે સંખ્યાના સરવાળાનો ઘન થઈ શકશે. જો આ નિયમ બરાબર સમજાશે તો ઘનમૂળની રીતનું કારણ ઝટ સમજાશે.

(૨) કોઈ સંખ્યાનો ઘન તેના અર્ધના ઘનથી ૮ ગણો, ત્રીજા ભાગના ઘનથી ૨૭ ગણો. ચોથા ભાગના ઘનથી ૬૪ ગણો, ઇ૦ આવે છે. જેમ $૧૨^૩ = ૮ × (\frac{૧૨}{૨})^૩ = ૮ × ૬^૩ = ૨૭ × (\frac{૧૨}{૩})^૩ = ૨૭ × ૪^૩$ ઇ૦. કારણ:— ૧૨ ના બે અવયવ ૨ × ૬ પાડી ઘન કરીએ તો ૨ × ૬ × ૨ × ૬ × ૨ × ૬ $= ૨^૩ × ૬^૩ = ૮ × ૬^૩$ થાય. એજ રીતે બીજાં કારણ પણ સમજવાં.

૪. કોઈ પણ સંખ્યાનો કોઈ પણ ઘાત તે, તેજ સંખ્યાના કરેલા અવયવોનો તેટલોજ ઘાત કરી તેમનો ગુણાકાર કરીએ તેની બરાબર છે. જેમ $૧૨^૫ = ૨^૫ × ૬^૫ = ૩^૫ × ૪^૫$ ઇ૦.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૩.

દા. ૧૧. $૨૫૦૮^૯ + ૨૫૦૮^૭ = ૨૫૦૮^{૯-૭} = ૨૫૦૮^૨ = ૨૫૦૮ × ૨૫૦૮ = ૬૨૯૦૦૬૪$; $\frac{૨૫.૦૮^{૧૨}}{૨.૫૦૮^૯} = \frac{૧૦^{૧૨} × ૨.૫૦૮^{૧૨}}{૨.૫૦૮^૯} = ૧૦^{૧૨} × ૨.૫૦૮^{૧૨-૯} = ૧૦^{૧૨} × ૨.૫૦૮^૩ = ૧૫૭૭૫૪૮૦૫૧૨૦૦૦$.

દા. ૧૨. $\frac{૨૪.૧૫^૭}{૧૦^૪ × ૨૪.૧૫^૪} × ૧ = \frac{૨૪.૧૫^૩}{૧૦^૪} = ૧.૪૦૮૪૮૨૩૩૭૫$.

દા. ૧૩. ૧ × ૧ + ૧ + ૧ + ૧ × .૦૦૮ = ૨.૦૦૮ જવાબ.

દા. ૧૪. $\frac{.૦૦૨^૬}{૧૦^૯ × .૦૦૨^૯} × ૧ = \frac{.૦૦૨^{-૩}}{૧૦^૯} = \frac{૧}{.૦૦૨^૩} × \frac{૧}{૧૦^૯} = \frac{૧}{૮}$ = .૧૨૫. હવે .૧૨૯૬ + .૦૦૦૦૦૦૭૭૭૬ + .૧૨૫ = .૨૫૪૬૦૦૭૭૭૬.

દા. ૧૫. $\frac{૫×૫×૫}{૭×૭×૭} × \frac{૫×૫×૫}{૭} × \frac{૫}{૭×૭×૭} × \frac{૭×૭}{૧૪×૧૪} = \frac{૩૧૨૫}{૬૭૬૨૮}$ જવાબ.

દા. ૧૬. $(\frac{૨૯}{૬૦})^૨ + \frac{૧૩}{૮૦} + \frac{૩૬}{૮૧} = \frac{૯૮૯}{૮૧} = ૧\frac{૭૬}{૮૧}$ જવાબ.

દા. ૧૭. $\frac{૫×૫×૫×૫}{૪×૪×૪} × \frac{૩}{૧} × \frac{૨×૨×૨×૨×૨}{૫×૫} × \frac{૩×૩}{૧} × \frac{૩×૩×૩}{૫×૫×૫×૫} × \frac{૨×૨×૨×૨}{૩×૩×૩×૩×૩} = \frac{૩×૨×૨×૨}{૫} = \frac{૨૪}{૫} = ૪.૮$ જ.

દા. ૧૮. $\{(\frac{૧}{૮} + \frac{૫}{૯} - ૧) × .૦૦૮ × \frac{૨}{૫} × .૮\}^૪ = (\frac{૩^૩}{૮} ×$

$\frac{૮}{૧૦૦૦} \times \frac{૨}{૫} \times \frac{૬}{૭})^૪ = .૦૧૦૫૬^૪ = .૦૦૦૦૦૦૦૧૨૪૩૫૨૮૨૯૮૪૫૬.$

દા. ૧૯. કોઇ સંખ્યાનો વર્ગ તેના અર્ધના વર્ગથી ૪ ગણો, ને ત્રીજા ભાગના વર્ગથી નવ ગણોછે. તેથી ૩૨ ÷ ૨ = ૧૬ છે માટે ૨ × ૨ = ૪ જવાબ, ૪૮ ÷ ૩ = ૧૬ છે માટે ૩ × ૩ = ૯ જવાબ.

દા. ૨૦. કોઇ સંખ્યાનો ઘન તેના અર્ધના ઘનથી ૮ ગણો, ને ત્રીજા ભાગના ઘનથી ૨૭ ગણોછે માટે ૧૨ ÷ ૨ = ૬ છે તેથી ૨ × ૨ × ૨=૮ જ., ૬ ÷ ૩ = ૨ છે માટે ૩ × ૩ × ૩ = ૨૭ જવાબ.

દા. ૨૧. $(\frac{૧}{૪})^૪ = \frac{૧}{૨૫૬}$, $(\frac{૧}{૮})^૫ = \frac{૧}{૩૨૭૬૮}$, $(\frac{૧}{૨})^{૧૦} = \frac{૧}{૧૦૨૪}$ જ૦.

દા. ૨૪. $(૪૬ + ૫૮)^૨ = ૪૬^૨ + ૫૮^૨ + ૨ (૪૬ \times ૫૮)$ તેથી $(૪૬ + ૫૮)^૨$ એ ૨ × ૪૬ × ૫૮ = ૫૩૩૬ જેટલી મોટી.

દા. ૨૫. $(૬૭+૨૫)^૩ = ૬૭^૩ + ૩ \times ૬૭^૨ \times ૨૫ + ૩ \times ૬૭ \times ૨૫^૨ + ૨૫^૩$ માટે $(૬૭+ ૨૫)^૩$ એ $(૩ \times ૬૭^૨ \times ૨૫ + ૩ \times ૬૭ \times ૨૫^૨)$= ૨૦૧૦૦ જેટલી મોટી.

મૂળ પ્રકરણ.

૧. કોઇ સંખ્યા કઇ સંખ્યાનો કોઇ ઘાત થયેલોછે, તે મૂળ સંખ્યાને તે ઘાત સંખ્યાનું મૂળ કહેછે. જેમકે ૧૬ એ ૪નો વર્ગ છે માટે ૪ એ ૧૬ નું બે ઘાતમૂળ કહેવાય. બે ઘાતમૂળને વર્ગમૂળ પણ કહેછે. તેમજ ૧૨૫ એ ૫નો ઘન છે, માટે ૫ એ ૧૨૫નું ત્રણ ઘાતમૂળ કે ઘનમૂળ કહેવાય. એજ પ્રમાણે ચતુર્ઘાતમૂળ, પંચઘાતમૂળ, ઇ૦ ને માટે સમજવું.

૨. કોઇ પણ ઘાતનું મૂળ બતાવવાને બે રીતો છે. (૧) તે સંખ્યાની પહેલાં √ આવું ચિન્હ કાઢીને તેમાં મૂળપ્રકાશક અંક લખાયછે. જેમકે ૬૪ નું ત્રણઘાતમૂળ બતાવવું હોય તો $\sqrt[૩]{૬૪}$ આ પ્રમાણે, ને ચતુર્ઘાતમૂળ બતાવવું હોય તો $\sqrt[૪]{૬૪}$ લખાય. પણ વર્ગમૂળ બતાવવાને વખતનો બચાવ ને સહેલું કરવાને √ આ ચિન્હમાં બે મુકતા નથી (૨) બીજી રીત એ છે કે તે સંખ્યાની ઉપર જમણી બાજુએ અપૂર્ણાંકના રૂપમાં ઘાતપ્રકાશક અંશ, ને મૂળપ્રકાશક છેદ એમ લખાયછે. જેમકે ૬૪નું ત્રણ ઘાતમૂળ $૬૪^{\frac{૧}{૩}}$ અને ૬૪નું ચતુર્ઘાતમૂળ $૬૪^{\frac{૧}{૪}}$, ૩૬નું વર્ગમૂળ $૩૬^{\frac{૧}{૨}}$, ૮ના વર્ગનું ત્રણઘાતમૂળ બતાવવું હોય તો $૮^{\frac{૨}{૩}}$, ૮ના ઘનનું વર્ગમૂળ બતાવવું હોય તો $૮^{\frac{૩}{૨}}$ આ પ્રમાણે લખાયછે.

૩. જે સંખ્યાનું કોઇ પણ મૂળ પૂર્ણાંક સંખ્યા આવે, તેને ઘાત સંખ્યા

કહેછે. જેમ ૪નું વર્ગમૂળ ૨, ૮નું ઘનમૂળ ૨, ૯નું વર્ગમૂળ ૩, ઇ૦; અને જે સંખ્યાનું કોઇ પણ મૂળ બરાબર નીકળતુ નથી તેને કરણીરૂપ સંખ્યાઓ કહેછે. જેમ ૨, ૩, ૫, ૬, ૭, ૧૦, ઇ૦. કરણીરૂપ સંખ્યાનું કોઇ પણ મૂળ કાઢવું હોય ત્યારે જેટલા પૂર્ણાંક નીકળી શકે તેટલા કાઢી પછી દશાંશમાં જેટલા અંક ખરા લાવવા હોય તેટલા કાઢવા.

૪. કોઇ પૂર્ણાંક સંખ્યાનુ મૂળ તે સંખ્યા કરતાં ઓછું આવે, પણ ૧નું કોઇ પણ મૂળ ૧જ આવે, ને સમ અપૂર્ણાંકનું મૂળ તેની કીમત કરતાં વધારે આવેછે. જેમ $\frac{1}{4}$ નું વર્ગમૂળ $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{27}$ નું ઘનમૂળ $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{9}$નું વર્ગમૂળ $\frac{2}{3}$, ઇ૦.

વર્ગમૂળ.

૧. **વર્ગમૂળમાં ચિન્હ મૂકવા વિષે:**—એક અંકના વર્ગમાં ઓછામાં ઓછા એક ને વધારેમાં વધારે બે, બે અંકના વર્ગમાં ઓછામાં ઓછા ત્રણ ને વધારેમાં વધારે ચાર, ત્રણ અંકના વર્ગમાં ઓછામાં ઓછા પાંચ ને વધારેમાં વધારે છ અંક આવશે, અને આગળ પણ એમજ થયા કરશે. જેમકે ઓછામાં ઓછી એક અંકની સંખ્યા ૧ અને વધતામાં વધતી ૯ છે, તેમનો વર્ગ ૧ અને ૮૧ આવશે; બે અંકની ઓછામાં ઓછી ૧૦ ને વધતામાં વધતી ૯૯ સંખ્યા છે, તેમનો વર્ગ ૧૦૦ અને ૯૮૦૧ આવશે. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ સમજાયછે કે કોઇ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તો તે સંખ્યામાં ૧ કે ૨ અંક હશે, તો તેનું વર્ગમૂળ ૧ અંક, ૩ કે ૪ અંક હશે તો તેનું વર્ગમૂળ ૨ અંક, ૫ કે ૬ અંક હશે તો તેનું વર્ગમૂળ ૩ અંક આવશે. જેમકે ૧૩૨૨૫ નું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તો તેમાં ત્રણ અંક આવશે. કેમકે ચાર અંક સુધીમાં તો બે અંક આવે, પણ પાંચ અંક છે, તેથી ત્રણ અંક આવશે. એટલે ૨૫ નું ૧ અંક, ૩૨૨૫ નું ૨ અંક, ને ૧૩૨૨૫ નું ૩ અંક આવશે. આ પરથી ૧૩૨૨૫ ના ત્રણ ભાગ ૧, ૩૨, ૨૫ પાડી તેમનાપર નિશાની કરી તો તરત માલૂમ પડશે. જેમકે ૧૩૨૨૫ ના વર્ગમૂળમાં પહેલો સોનો, બીજો દશકનો, ને ત્રીજો એકમનો અંક આવશે. એટલે દશ હજારના સ્થાનના અંક ૧ માંથી સોનો અંક નીકળશે, ને બાકીના બેમાંથી દશક ને એકમ નીકળશે. આ પરથી એવો નિયમ નીકળેછે કે, **જે સંખ્યાનું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તે સંખ્યાના એકમ અથવા પહેલા અંક ઉપર, ત્રીજા અંક ઉપર, પાંચમા અંક ઉપર એમ ડાબી તરફ એક એક અંક મૂકી ચિન્હ મૂકવાં.** આમ જેટલી નિશાનીઓ થશે તેટલા અંક વર્ગમૂળના પૂર્ણાંકના આવશે, અને ભાગાકારમાં શેષપર એક અંક ચઢાવીએ છીએ તેમ વર્ગમૂળ કાઢતાં શેષપર બબ્બે અંક ચઢાવવાના થશે.

૨. **પૂર્ણાંક સંખ્યાનું વર્ગમૂળ કાઢવા વિષે:**—ઉપર બતાવ્યા પ્ર-

માગે પૂર્ણાંકના અંકો પર નિશાનીઓ કરવી. પછી ડાબી તરફના પહેલી નિશાની સુધીના ભાગમાંથી જે મોટામાં મોટી સંખ્યાનો વર્ગ બાદ જતો હોય તે સંખ્યા વર્ગમૂળ (ભાગાકાર) માં લખવી. અને તેનો વર્ગ તે પહેલા ભાગમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર બીજી નિશાની સુધીના બે અંક ચઢાવવા, એટલે એ વર્ગમૂળના બીજા અંક માટે ભાજ્ય થશે. પછી ભાગાકારમાં જે અંક આવ્યોછે તેની બમણાઇ કરીને તે આપેલી સંખ્યાથી ડાબી તરફ ભાજકમાં લખવી, ને તેનાપર બીજો એક અંક છે એમ ધારીને નવા ભાજ્યપરથી ભાગાકાર કાઢવો. જે આવે તે વર્ગમૂળમાં બીજે સ્થાને મૂકવો, અને તેને ભાજક ઉપર ચઢાવવો. એથી જે રકમ થાય તેને એ નવા આવેલા અંકે ગુણી ગુણાકાર નવા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર ત્રીજા ભાગના બે અંક ચઢાવવા એટલે એ વર્ગમૂળના ત્રીજા અંક સારૂ ભાજ્ય થશે. પછી જે ભાજક ને વર્ગમૂળના બીજા અંકનો ગુણાકાર બાદ કર્યોછે તે ભાજકમાં વર્ગમૂળનો બીજો અંક ઉમેરવો અને તેનાપર એક અંક ચઢાવવાનોછે એમ ગણી ત્રીજા ભાજ્યપરથી ભાગાકાર તરીકે ત્રીજો અંક શોધી કાઢવો. અને તે અંક ભાજક ઉપર ચઢાવવાથી જે આવે તેને એ ત્રીજા અંકે ગુણી ગુણાકાર ત્રીજા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. એમ છેવટ સુધી કરવું. આવી રીતે જે ભાગાકાર આવશે તે વર્ગમૂળ જાણવું.

દા. ૧. ૫૭૭૬ નું વર્ગમૂળ કાઢો.

૭	૫૭૭૬ (૭૬
૭	૪૯
૧૪૬	૦૮૭૬
	૮૭૬
	૦૦૦

આમાં ૫૭માંથી ૭નો વર્ગ ૪૯ જતાં ૮ વધ્યા તેપર ૭૬ ચઢાવવાથી ૮૭૬ ભાજ્ય થયા. તેના ભાજકમાં ૭ની બમણાઇ ૧૪ લખી તેપર એક અંકછે એમ ગણી ભાગાકારનો નવો અંક કાઢ્યો તે ૬ આવ્યો. તે ૧૪ ઉપર ચઢાવી ૧૪૬ × ૬ = ૮૭૬ એ ભાજ્યમાંથી બાદ કરતાં ૦ શેષ રહ્યા માટે વર્ગમૂળ ૭૬ જવાબ.

કારણ:—૭૬નો વર્ગ ૫૭૭૬ છે તો ૫૭૭૬ નું વર્ગમૂળ ૭૬ આવવું જોઇએ. હવે ૭૬ ના બે ભાગ ૭૦+૬ પાડી તેનો વર્ગ કરીએ તો

$$૭૬^{૨} = ૫૭૭૬ = ૪૯૦૦ + ૮૪૦ + ૩૬$$

$$= ૭૦^{૨} + ૨ \times ૭૦ \times ૬ + ૬^{૨}$$

આ છેલ્લા રૂપ ઉપરથી માલમ પડેછે કે ૫૭૭૬માંથી પહેલું પદ $૭૦^{૨}$ અથવા ૪૯૦૦ બાદ કર્યા તો બાકી ૮૭૬ રહેશે, એ ૭૦ ને ૬ ના ગુણાકારની બમણાઇમાં ૬ નો વર્ગ મેળવીએ તેની બરાબર છે. હવે $૨ \times ૭૦ \times ૬ + ૬^{૨}$

=(૨ × ૭૦ + ૬)૬ છે. માટે ૮૭૬ માંથી બીજો અંક ૬ શોધી કાઢવો હોય તો, ૨ × ૭૦ + ૬ ભાજક રાખી તેને ૬ એ ગુણી ગુણાકાર ૮૭૬ માંથી બાદ કરવો જોઇએ. પણ આપણને તો ૨ ને ૭૦ એ બે અંક માલૂમ છે માટે ૭૦ ને બમણા કરી તેમાં એક મેળવવાનો છે એમ ધારી નવો અંક કાઢીએ છીએ. પછી એ નવો અંક ભાજકમાં ઉમેરીને તે બધાને નવા અંકે ગુણી એ ગુણાકાર ભાજ્યમાંથી બાદ કરીએ છીએ.

ઉપલી રીત પ્રમાણે પાછળના અંકોની બમણાઇમાં નવો અંક મેળવવો જોઇએ, પણ કૃતિમાં તો પાછળના અંકની બમણાઇ ઉપર નવો અંક ચઢાવીએ છીએ તેનું કારણ એ કે નવા અંકના સ્થાન કરતાં પાછળના અંકનું સ્થાન દશગણું ચઢતું છે, માટે પાછળના અંકની બમણાઇને દશે ગુણતાં ઉપર ૦ આવશે ને તેમાં નવો અંક ઉમેરીશું એટલે એ ૦ ની જગાએ નવો અંક આવશે, માટે આપણે એકદમ બમણાઇ ઉપર નવો અંક ચઢાવીએ છીએ.

નવા નવા ભાજક સારૂ વર્ગમૂળમાં આવેલા અંકની બમણાઇ કરવાની સહેલી રીત એ છે કે વર્ગમૂળમાં આવેલો છેલ્લો અંક પહેલાંના ભાજકમાં મેળવવો. માટે રીતમાં આપણે તેમ કરીએ છીએ.

૩. દશાંશનું વર્ગમૂળ કાઢવા વિષે:—·૧ નો વર્ગ ·૦૧, ·૦૧ નો વર્ગ ·૦૦૦૧, ·૦૦૧ નો વર્ગ ·૦૦૦૦૦૧, ઈ૦. એટલે દશાંશ ગુણાકારની રીતે દશાંશ સંખ્યામાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ હોય, તેથી બમણાં તેના વર્ગમાં આવે, અથવા બે દશાંશસ્થળે વર્ગમૂળમાં એક અંક વધતો જાય. આ પરથી સાફ સમજાયછે કે દશાંશ સંખ્યાનું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તો તેમાં સમ સ્થળ જોઇએ. જો વિષમ સ્થળ હોય તો છેવટે એક મીડું ચડાવી સમ કરવાં. પછી દશાંશ ચિન્હથી જમણી તરફ એક એક અંક મૂકી ચિન્હ કરતાં જવું. જેટલી નિશાનીઓ મૂકાશે તેટલાં દશાંશ સ્થળ વર્ગમૂળમાં આવશે. વર્ગમૂળમાં દશાંશ સ્થળ વધારે લાવવાં હોય તો દશાંશ સંખ્યા ઉપર બબે મીડાં વધારતાં જવું, અને તે મીડાં શેષપર ચડાવતાં જવું.

☞ પૂર્ણાંક સંખ્યાનું વર્ગમૂળ કાઢતાં છેવટ ન આવે ને કોઇ સંખ્યા વધે તો વર્ગમૂળમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ લાવવાં હોય તેથી બમણાં તે સંખ્યા ઉપર દશાંશ સ્થળમાં મીડાં ચઢાવવાં.

૪. પૂર્ણાંક અને દશાંશ બંને હોય તેનું વર્ગમૂળ કાઢવા વિષે: બબે અંકના ભાગ પાડવામાં એક પૂર્ણાંક સંખ્યાનો અને એક દશાંશ સંખ્યાનો ભાગ ન આવે તે સારીપેઠે યાદ રાખવું. આને માટે પૂર્ણાંક સંખ્યામાં એકમથી ડાબી તરફ ભાગ પાડવા, અને દશાંશમાં દશાંશ ચિન્હથી જમણી તરફ ભાગ પાડવા.

૫. **પુંનરાવર્ત્ત દશાંશનું વર્ગમૂળ કાઢવા વિષે:**—વર્ગમૂળમાં વધારે અંક કાઢવા હોય તો શેષપર મીડાં ચઢાવ્યાને બદલે આગળ જે અંક આવતા હોય તે ચઢાવવા.

૬. **અપૂર્ણાંકનું વર્ગમૂળ કાઢવા વિષે:**—અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષેપરૂપ આપી અંશનું વર્ગમૂળ અંશમાં ને છેદનું વર્ગમૂળ છેદમાં લખવું. જો અંશ તથા છેદનું પૂરેપૂરૂં વર્ગમૂળ ન જતું હોય તો અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપી તેનું વર્ગમૂળ કાઢવાથી સુગમ થાયછે.

બ. જેના અંશ અને છેદનું વર્ગમૂળ જતું ન હોય. તેના અંશ અને છેદને અંશે અથવા છેદે ગુણીશું તો પાછળ કહી ગયા પ્રમાણે તેની કીમતમાં ફેર પડશે નહિ. હવે જો અંશે ગુણીશું તો અંશનું અને છેદે ગુણીશું તો છેદનું વર્ગમૂળ જશે, એટલે અંશ તથા છેદમાંથી એકજ પદ માત્ર વર્ગમૂળમાં રહેશે. તેનું વર્ગમૂળ ઉપર પ્રમાણે કાઢયાથી નીકળશે. જેમકે $\frac{૪}{૫}$ નું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તો $\frac{૪}{૫} \times \frac{૪}{૪} = \frac{૧૬}{૨૦}$ તેનું વર્ગમૂળ $\frac{૪}{\sqrt{૨૦}}$ જ. અથવાં $\frac{૪}{૫} \times \frac{૫}{૫} = \frac{૨૦}{૨૫}$ તેનું વર્ગમૂળ $\frac{\sqrt{૨૦}}{૫}$ આવશે. પછી ૨૦ નું વર્ગમૂળ કાઢયાથી જવાબ નીકળશે.

☞ કેટલીક વખત આ બ રીતનો ઉપયોગ કર્યાથી દાખલો સુગમતાથી થાય છે. લા. અં. મ. ૭૪ માના દા. ૨૩–૨૪ નીચે ગણી આપેલા જુઓ.

૭. **કરણીના નિયમો:**—(૧) કોઈ પણ સંખ્યાને કરણીનું રૂપ આપવું હોય તો કહેલી સંખ્યાને કરણીના પ્રકાશક અંક હોય તેટલા ધાત સુધી વધારવી. પછી આ નવી આવેલી સંખ્યાને કહેલી કરણીનું મૂળ ચિન્હ જોડવું. જેમ, ૪ એને વર્ગમૂળનું રૂપ આપો ? રીત $૪^૨ = ૪ \times ૪ = ૧૬$ માટે $\sqrt{૧૬}$ અથવા $૧૬^{\frac{૧}{૨}}$ જવાબ.

(૨) કોઇ પણ સંખ્યાને કરણીનું સીધું રૂપ આપવું હોય તો કહેલી સંખ્યાના બે અવયવ એવા કરવા કે જેમાંના એક અવયવનું કહેલું મૂળ નીકળી શકે. પછી તે અવયવનું કહેલું મૂળ કાઢીને તે સંખ્યા રહેલા બીજા અવયવની ડાબી કોરે લખવી, ને વચમાં કહેલા મૂળનું ચિન્હ કરવું. જેમ $\sqrt{૪૮} = \sqrt{૧૬ \times ૩} = ૪\sqrt{૩}$; $૫\sqrt[૩]{૨૪} = ૫\sqrt[૩]{૮ \times ૩} = ૫ \times ૨\sqrt[૩]{૩} = ૧૦\sqrt[૩]{૩}$.

(૩) સજાતિય મૂળમાં કોઇ પણ સંખ્યા હોય, દો તેમનો ગુણાકાર અથવા ભાગાકાર થઇ શકેછે, માટે તે કરી સાધારણ મૂળમાં મૂકવો. જેમ, $\sqrt{૫} \times \sqrt{૨} = \sqrt{૧૦}$; $૩\sqrt{૮} \times ૨\sqrt{૬} = ૬\sqrt{૪૮} = ૬\sqrt{૧૬ \times ૩} = ૬ \times ૪\sqrt{૩} = ૨૪\sqrt{૩}$; $\sqrt{૧૦૮} + \sqrt{૬} = \sqrt{૧૮} = \sqrt{૯ \times ૨} = ૩\sqrt{૨}$; $૬\sqrt[૩]{૧૦૦} \div ૩\sqrt[૩]{૫} = ૨\sqrt[૩]{૨૦}$.

(૪) વિજાતિય મૂળની અંદર કોઇ પણ સંખ્યા હોય, તો તેમનો ગુણાકાર અથવા ભાગાકાર થઇ શકે નહિ. પણ તેમને સજાતિય મૂળનું રૂપ આપીને અથવા તેમની કીમત કાઢ્યા પછી થાય. જેમકે $\sqrt[3]{૨૭}\times\sqrt{૨૫}=૩\times૫=૧૫$; $\sqrt[3]{૮}\div\sqrt{૪}=૨\div૨=૧$.

(૫) સજાતિય મૂળમાં કોઇ પણ સંખ્યા હોય, તો તેમનો સરવાળો અગર બાદબાકી એકાએક થઇ શકે નહિ. પણ તેમની કીમત કાઢ્યા પછી થાય, અથવા તેમને કરણીનું સીધું રૂપ આપતાં મૂળની અંદર એકજ સંખ્યાં આવેતો થાય. જેમ, $\sqrt{૨૫}+\sqrt{૧૬}=૫+૪=૯$; $\sqrt{૨૭}+\sqrt{૪૮}=\sqrt{૯\times૩}+\sqrt{૧૬\times૩}=૩\sqrt{૩}+૪\sqrt{૩}=૭\sqrt{૩}$; $\sqrt[3]{૨૭}-\sqrt[3]{૮}=૩-૨=૧$; $\sqrt[3]{૧૨૮}-\sqrt[3]{૫૪}=\sqrt[3]{૬૪\times૨}-\sqrt[3]{૨૭\times૨}=૪\sqrt[3]{૨}-૩\sqrt[3]{૨}=\sqrt[3]{૨}$.

(૬) મૂળની અંદર કોઈ પણ સંખ્યા હોય, તો તેનો ગુણક વગર ચિન્હે તેની ડાબી બાજુએ લખાયછે. જેમ, $૩\times\sqrt{૧૯}=૩\sqrt{૧૯}$. હવે આની કીમત કાઢવી હોય તો મૂળ સંખ્યાની કીમત કાઢીને તે કીમતને ગુણક સંખ્યાએ ગુણવા. પણ આ રીતે કરવાથી જો મૂળ સંખ્યાની કીમત પૂર્ણાંક સંખ્યા નહિ આવતી હોય તો એ રીતે ગુણાકાર કરવામાં કસર આવશે. માટે મૂળના ગુણકનો મૂળ જેટલો ધાત કરી (ગુણકને સજાતિય મૂળમાં લાવી) પછી તે સજાતિય મૂળની સંખ્યાનો ગુણાકાર કરી તેનું મૂળ કાઢવું. જેમકે, $૩\sqrt{૨}=\sqrt{૯}\times\sqrt{૨}=\sqrt{૧૮}$ પછી આનું વર્ગમૂળ કાઢવું.

૮. વર્ગમૂળમાં જેટલા અંક લાવવા હોય, તેના અર્ધથી એક વધારે એટલા અંક કાઢ્યા પછી છેવટના ભાજકનો એક અંક કાપી તે વડે છેવટના શેષને સંક્ષેપ રીતે ભાગવાથી બાકીના અંક ટૂંકામાં નીકળેછે. લા. અં. મ. ૭૪માનો દા. ૧૭મો આ રીતે નીચે ગણી બતાવ્યોછે.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૪.

દા. ૧૩.

૨	૫.૦૦૦૦૦૦૦૦ (૨.૨૩૬૦ જ.	૭	.૫૦૦૦૦૦૦૦(.૭૦૭૧
૨	૪	૭	૪૯
૪૨	૧૦૦	૧૪૦૭	૦૧૦૦૦૦
૨	૮૪	૭	૯૮૪૯
૪૪૩	૦૧૬૦૦	૧૪૧૪૧	૦૦૧૫૧૦૦
૩	૧૩૨૯		૧૪૧૪૧
૪૪૬૬	૦૨૭૧૦૦		૦૦૯૫૯
૬	૨૬૭૯૬		
૪૪૭૨૦	૦૦૩૦૪૦૦		જવાબ .૭૦૭૧

૫ અને ·૦૫ના વર્ગમૂળમાં અંક તો એકના એકજ આવશે, ફેર માત્ર એટલોજ છે કે ૫ પૂર્ણાંકના વર્ગમૂળમાં એક પૂર્ણાંકનો અંક આવી પછી દશાંશ અંક શરૂ થશે, ને ·૦૫ના વર્ગમૂળમાં બધા અંક દશાંશ અંકથી શરૂ થશે. માટે ૫નું વર્ગમૂળ જે આવે તેમાં દશાંશ ચિન્હ ડાબી તરફ એક અંક ખસેડવાથી ·૦૫નું વર્ગમૂળ આવી રહેશે. માટે √૫=૨·૨૩૬૦ તો √·૦૫= ·૨૨૩૬; તેમજ √·૫=·૭૦૭૧ તો √·૦૦૫=·૦૭૦૭.

દા. ૧૪. √૧૨=૩·૪૬૪૧ આવશે, માટે દા. ૧૩માની સમજુતી પ્રમાણે √·૧૨=·૩૪૬૪૧ આવશે. √૧·૨નું વર્ગમૂળ તો જૂદું કાઢવું પડશે.

દા. ૧૫. √૧૦=૩·૧૬૨૨૭૭ તો √·૧૦=·૩૧૬૨૨૭૭ આવશે.

દા. ૧૬. આ દાખલામાં અંશ અને છેદનું જૂદું જૂદું વર્ગમૂળ કાઢવું, કેમકે તેમાં અંશ અને છેદનું પૂરેપૂરૂં વર્ગમૂળ નીકળી શકેછે.

દા. ૧૭. વર્ગમૂળની રીતની ૮મી કલમ પ્રમાણે આ દાખલો નીચે કર્યોછે.

૫	·૩૪̇૩૪̇૩૪̇૩૪̇૩૪̇૩૪̇(૫૮૬૦૩ ૧૧૭૨૦̇)	૩૧૮૨૫ (૨૭	
૫	૨૫	૨૩૪૪૦	
૧૦૮	૦૯૩૪	૦૮૩૮૫	
૮	૮૬૪	૮૨૦૪	
૧૧૬૬	૦૭૦૩૪	૦૧૮૧	
૬	૬૯૯૬		
૧૧૭૨૦૩	૦૦૩૮૩૪૩૪		માટે જવાબ ·૫૮૬૦૩૨૭.
	૩૫૧૬૦૯		
	૦૩૧૮૨૫		

૩	·૧૨̇૩૧̇૨૩̇૧૨̇૩૧̇ (૩૫૦૮૮ ૭૦૧̇૬̇)	૬૩૪૮૭ (૯૦	
૩	૯	૬૩૧૪૪	
૬૫	૦૩૩૧	૦૦૩૪૩	
૫	૩૨૫		
૭૦૦૮	૦૦૬૨૩૧૨		માટે જવાબ ·૩૫૦૮૮૯૦.
૮	૫૬૦૬૪		
૭૦૧૬૮	૦૬૨૪૮૩૧		
	૫૬૧૩૪૪		
	૦૬૩૪૮૭		

√·૯̇ = √૧ = ૧ અથવા,

૯	·૯૯૯૯૯૯૯૯(·૯૯૯.૯૦ ગાટે જવાબ ·૯
૯	૮૧
૧૮૯	૧૮૯૯
૯	૧૭૦૧
૧૯૮૯	૦૧૯૮૯૯
	૧૭૯૦૧
	૦૧૯૯૮

દા. ૨૦. √૧૫×√૧૭=√૨૫૫=૧૫·૯૬૮ આવશે.

દા. ૨૧. ૩×૫×√$\overline{\text{૬}\times\text{૧૨}\times\text{૨૦}}$ = ૧૫√૧૪૪૦ = ૧૫√$\overline{\text{૧૪૪}\times\text{૧૦}}$ = ૧૫ × ૧૨√ ૧૦ = ૧૮૦√ ૧૦ હવે ૧૦નું વર્ગમૂળ ૩·૧૬૨૨૭૭ આવશે માટે ૧૮૦ × ૩·૧૬૨૨૭૭=૫૬૯·૨૦૯૮૬ જવાબ.

દા. ૨૨. √$\frac{\text{૨}}{\text{૮}}$ = √$\frac{\text{૧}}{\text{૪}}$ = $\frac{\text{૧}}{\text{૨}}$; √$\frac{\text{૩}}{\text{૧૦૮}}$ = √$\frac{\text{૧}}{\text{૩૬}}$ = $\frac{\text{૧}}{\text{૬}}$; √$\frac{\text{·૮}}{\text{૫}}$ = √ ·૧૬=·૪; √ ૬$\frac{\text{૨}}{\text{૩}}$÷√ ૧$\frac{\text{૨}}{\text{૩}}$=√ ૪=૨.

દા. ૨૩. ૪÷√ ૫ = ૪ ×√$\frac{\text{૧}}{\text{૫}}$ = ૪√$\overline{\frac{\text{૧}}{\text{૫}}\times\frac{\text{૫}}{\text{૫}}}$ = ૪√$\overline{\frac{\text{૧}}{\text{૨૫}}\times\text{૫}}$ = ૪ × $\frac{\text{૧}}{\text{૫}}$√ ૫=·૮√ ૫. હવે ૫નું વર્ગમૂળ ૨·૨૩૬૦૬૮ આવશે તેને ·૮એ ગુણતાં ૧·૭૮૮૮૫૪૪ થશે માટે જવાબ ૧·૭૮૮૮૫૪.

·૪ ÷ √·૫ = ·૪ × √$\frac{\text{૧}}{\text{·૫}}$=·૪√$\overline{\frac{\text{૧}}{\text{·૫}}\times\frac{\text{·૫}}{\text{·૫}}}$=·૪√$\overline{\frac{\text{૧}}{\text{·૨૫}}\times\text{·૫}}$ = ·૪× $\frac{\text{૧}}{\text{·૫}}$√·૫=$\frac{\text{·૪}}{\text{·૫}}$√·૫=·૮ √·૫ હવે ·૫નું વર્ગમૂળ ·૭૦૭૧૦૬ આવશે તેને ·૮એ ગુણતાં ·૫૬૫૬૮૪૮ આવશે માટે જવાબ ·૫૬૫૬૮૪.

દા. ૨૪. √ $\frac{\text{૧૫}}{\text{૩}}$÷√ $\frac{\text{૧૮}}{\text{૭}}$=√$\overline{\frac{\text{૧૫}}{\text{૩}}\times\frac{\text{૭}}{\text{૧૮}}}$=√ $\frac{\text{૫}}{\text{૬}}$=√$\overline{\frac{\text{૫}}{\text{૬}}\times\frac{\text{૬}}{\text{૬}}}$=√$\overline{\frac{\text{૧}}{\text{૩૬}}\times\text{૩૦}}$=$\frac{\text{૧}}{\text{૬}}$√ ૩૦ હવે ૩૦નું વર્ગમૂળ ૫. ૪૭૭૨૨૫ આવશે તેને $\frac{\text{૧}}{\text{૬}}$ એ ગુણતાં જવાબ ·૯૧૨૮૭૦.

દા. ૨૫. √·૦૦૦૦૯૭૪૧૬૯=·૦૦૯૮૭ જવાબ.

દા. ૨૬. સંખ્યા$^{\text{૨}}$ =૬$^{\text{૩}}$ × ૯૬ માટે સંખ્યા$^{\text{૨}}$ = ૨૧૬ × ૯૬ = ૨૦૭૩૬ તો સંખ્યા = √૨૦૭૩૬ =૧૪૪ જવાબ.

દા. ૨૭. સંખ્યા$^{\text{૨}}$=૧૧૨૫૨·૪૦૬૪−૩$^{\text{૨}}$ × ૫$^{\text{૨}}$ × ૭$^{\text{૨}}$ = ૧૧૨૫૨·૪૦૬૪−૧૦૫$^{\text{૨}}$ = ૧૧૨૫૨·૪૦૬૪−૧૧૦૨૫ = ૨૨૭·૪૦૬૪ તો સંખ્યા =√૨૨૭ ·૪૦૬૪=૧૫·૦૮ જવાબ.

દા. ૨૮. ૨૮×૧૫$\frac{\text{૩}}{\text{૪}}$=૪૪૧ ચો. ગ. માટે √૪૪૧=૨૧ ગજ.

દા. ૨૯. રૂ. ૫૨૯૨ ×૧૯૨=૧૦૧૬૦૬૪ પાઇ. માટે √૧૦૧૬૦૬૪ =૧૦૦૮ માણસ જવાબ.

દા. ૩૦. ૩૨૪×૯=૨૯૧૬ કુલ માણસ માટે √૨૯૧૬=૫૪ માણસ.

પરચૂરણ દાખલા:—દા. ૧. ચાર આનાનું વર્ગમૂળ શું ? રીત ૪ આ

નો=$\frac{1}{4}$ રૂ. માટે $\sqrt{\frac{1}{4}}=\frac{1}{2}$ રૂ. =૮ આના જવાબ.

☞આવીજ રીતે આના કે પાઇનું વર્ગમૂળ કાઢવું હોય તો તેને રૂ. નું રૂપ આપી વર્ગમૂળ કાઢી જવાબને આના કે પાઇમાં લઇ જવો.

દા. ૨. अ, ब, क, એ ત્રણ વચ્ચે એક રકમ વહેંચી આપવાનીછે. તેમાં अने ૬ શિલીંગ આપવા, અને कने ૯ શિ. ૪$\frac{1}{2}$ પેન્સ આપવા, અને कने बना કરતાં સેંકડે જેટલું વધારે મળે, તેટલુંજ बने अना કરતાં સેંકડે વધારે આપવુંછે તો તે રકમ કેટલી?

રીતઃ—આ દાખલામાં अने बની રકમ વચ્ચે જે ગુણોત્તરછે, તેજ ગુણોત્તર बने कની રકમ વચ્ચેછે માટે अ: ब:: ब: क આવું પ્રમાણ થયું, તેથી ब૨=अ × क એટલે ब૨=૭૨ પે. × ૧૧૨॥ પેન્સ =૮૧૦૦ તો ब =$\sqrt{}$૮૧૦૦=૯૦ પેન્સ. તેથી ૭૨+૯૦ + ૧૧૨॥ = ૨૭૪॥ પેન્સ = ૧ પૌં. ૨ શિ. ૧૦$\frac{1}{2}$ પેન્સ કુલ રકમ જવાબ.

દા. ૩. એકે જણે દારૂનું પીપ ૫૫ પૌંડે ખરીદ કર્યું. તેણે સેંકડે અમુક ટકા ખોટખાઇને अने વેચ્યું. अએ સેંકડે તેટલાજ ટકા ખોટ ખાઇને बને વેચ્યું. bએ સેંકડે ૧૨ ટકા નફો ખાઇને વેચ્યું તો અસલ કીમત ૫૫ પૌંડ આવી રહી. ત્યારે મૂળ ધણીએ કે अએ સેંકડે કેટલી ખોટ ખાધી હશે?

રીત—૧૧૨: ૫૫:: ૧૦૦: $\frac{1375}{28}$ પૌંડે bએ ખરીદેલું અથવા अએ વેચેલું. હવે આ દાખલામાં ૫૫ પૌંડ ને अએ ખરીદેલી કીમત વચ્ચે જે ગુણોત્તર છે તેજ ગુણોત્તર अએ ખરીદેલી અને વેચેલી કીમત વચ્ચેછે. એટલે ૫૫ પૌંડ: अની ખરીદેલી કીમત:: अની ખરીદેલી કીમત: $\frac{1375}{28}$ પૌંડ આવું પ્રમાણ થયું. માટે अની ખરીદેલી કીમતના વર્ગ = ૫૫ × $\frac{1375}{28}$ = ૨૭૦૦.૮૯૨૮૫૭૧૪ પૌંડ તો अની ખરીદેલી કીમત = $\sqrt{}$૨૭૦૦ .૮૯૨૮૫૭૧૪ = ૫૧.૯૭ પૌંડ. માટે ૫૫—૫૧.૯૭ = ૩.૦૩ પૌંડ મૂળ ખરીદનારને ખોટ. ૫૫ : ૧૦૦ :: ૩.૦૩: ૫.૫૧ પૌંડ લગભગ સેંકડે ખોટ.

ઘનમૂળ.

૧. ઘનમૂળમાં ચિન્હ મૂકવા વિષેઃ—એક અંકના ઘનમાં ઓછામાં ઓછા એક ને વધારેમાં વધારે ત્રણ, બે અંકના ઘનમાં ઓછામાં ઓછાચાર ને વધારેમાં વધારે છ, ત્રણ અંકના ઘનમાં ઓછા સાત ને વધારેમાં વધારે નવ અંક આવશે, અને આગળ પણ એમજ થયાં કરશે. જેમકે ઓછામાં ઓછી એકઅંકની સંખ્યા ૧ ને વધતામાં વધતી ૯ છે, તેમનો ઘન ૧ અને ૭૨૯ આવશે; બે અંકની ઓછામાં ઓછી ૧૦ ને વધતામાં વધતી ૯૯ છે, તેમનો ઘન ૧૦૦૦૦ અને ૯૭૦૨૯૯ આવશે. આ ઉપરથી સ્પષ્ટ સમજાય છે કે કોઇ સંખ્યાનું ઘનમૂળ કાઢવું હોય તો તે સંખ્યામાં ૧, ૨ કે ૩ અંક હશે તો તેનું

ઘનમૂળ ૧ અંક, ૪, ૫ કે ૬ અંક હશે તો તેનું ઘનમૂળ ૨ અંક, ૭, ૮ કે ૯ અંક હશે તો તેનું ઘનમૂળ ૩ અંક આવશે. જેમકે ૩૩૬૯૮૨૬૭નું ઘનમૂળ કાઢવું હોય તો તેમાં ત્રણ અંક આવશે. કેમકે ૭ અંક સૂધીમાં તો ૨ અંક આવે, પણ ૮ અંક છે તેથી ત્રણ અંક આવશે. એટલે ૩૩નું ૧ અંક, ૬૯૮૨૬૭નું ૨ અંક ને ૩૩૬૯૮૨૬૭નું ૩ અંક આવશે. આપરથી ૩૩૬૯૮૨૬૭ના ત્રણ ભાગ ૩૩, ૬૯૮, ૨૬૭ પાડી તેમનાપર નિશાની કરી તો તરત માલૂમ પડશે. જેમકે ૩૩૬૯૮૨૬૭ના ઘનમૂળમાં પહેલો સોનો, બીજો દશકનો, ને ત્રીજો એકમનો અંક આવશે. આપરથી એવો નિયમ નીકળે છે કે, **જે સંખ્યાનું ઘનમૂળ કાઢવું હોય તે સંખ્યાના એકમ અથવા પહેલા અંક ઉપર, ચોથા અંક ઉપર, સાતમા અંક ઉપર એમ ડાબી તરફ બબે અંક મૂકી ચિન્હ મૂકવાં.** આમ જેટલી નિશાનીઓ થશે તેટલા અંક ઘનમૂળના પૂર્ણાંકના આવશે, અને ભાગાકારમાં શેષપર એક અંક ચઢાવીએ છીએ, તેમ ઘનમૂળ કાઢતાં શેષપર ત્રણ ત્રણ અંક ચઢાવાના થશે.

૨. **પૂર્ણાંક સંખ્યાનું ઘનમૂળ કાઢવા વિષે**:—ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પૂર્ણાંકના અંકોપર નિશાનીઓ કરવી. પછી ડાબી તરફના પહેલી નિશાની સૂધીના ભાગમાંથી જે મોટામાં મોટી સંખ્યાનો ઘન બાદ જતો હોય તે સંખ્યા ઘનમૂળ (ભાગાકાર)માં લખવી. અને તેનો ઘન તે પહેલા ભાગમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપરબીજી નિશાની સૂધીના ત્રણ અંક ચઢાવવા. એટલે એ ઘનમૂળના બીજા અંક માટે ભાજ્ય થશે. પછી ભાજકમાં ૩×ઘનમૂળમાં આવેલા અંકનો વર્ગ લખવો. પછી તેપર બે અંક આવવાના છે એમ ધારી અજમાયશથી નવો ભાગાકારનો અંક કાઢવો. એટલે તે ઘનમૂળનો બીજો અંક થશે. પછી ભાજક મૂકેલો છે તે નીચે ૩ × પાછળના અંક × નવો અંક લખવો, અને તે નીચે નવા અંકનો વર્ગ લખવો. એ સંખ્યાઓ એવી રીતે ગોઠવવી કે પહેલી સંખ્યાના એકગના અંક કરતાં બીજી સંખ્યાના એકમનો અંક બહાર રહે, અને બીજી સંખ્યાના એકમના અંક કરતાં ત્રીજી સંખ્યાના એકમનો અંક બહાર રહે. પછી એ રીતે ગોઠવેલી ત્રણે રકમોનો સરવાળો લઇ તેને નવા આવેલા અંકે ગુણી ગુણાકાર નવા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર ત્રીજી નિશાની સૂધીના ત્રણ અંક ચઢાવવા, એટલે તે નવો ભાજ્ય થશે. પછી તેના ભાજકમાં ૩ × ઘનમૂળમાં આવેલા અંકોનો વર્ગ લખવો. પછી તે પર બે અંક આવવાના છે એમ ધારી અજમાયશથી નવો ભાગાકારનો અંક કાઢવો. પછી ભાજક નીચે ૩ × પાછળના અંક × નવો અંક, અને નવા અંકનો વર્ગ ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે ગોઠવી એ ત્રણે રકમનો સરવાળો

લઇ નવા આવેલા અંકે ગુણી ગુણાકાર નવા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર ચોથી નિશાની સૂધીના ત્રણ અંક ચઢાવી ઉપર પ્રમાણે કરવું. આગ છેક છેલ્લા ત્રણ આંકડા પૂરા થાય ત્યાંસુધી કરવું એટલે જવાબ આવશે.

દા. ૧. ૩૭૩૨૪૮નું ઘનમૂળ કાઢો ?

	૩૭૩૨૪૮ (૭૨ જવાબ.
	૩૪૩
$૩ \times ૭^{૨} = ૧૪૭$	૦૩૦૨૪૮
$૩ \times ૭ \times ૨ = ૪૨$	
$૨^{૨} = ૪$	
૧૫૧૨૪ ×૨=	૩૦૨૪૮
	૦૦૦૦૦

કારણ:—૭૨નો ઘન ૩૭૩૨૪૮છે તો ૩૭૩૨૪૮નું ઘનમૂળ ૭૨ આવવુંજ જોઇએ. હવે ૭૨ના બે ભાગ ૭૦ +૨ પાડી તેનો ઘન કરીએ તો $(૭૦ + ૨)^{૩} = ૭૦^{૩} + ૩ \times ૭૦^{૨} \times ૨ + ૩ \times ૭૦ \times ૨^{૨} + ૨^{૩} = ૩૪૩૦૦૦ + ૨૯૪૦૦ + ૮૪૦ + ૮ = ૩૭૩૨૪૮$ આવે.

આ પરથી માલૂમ પડેછે કે ૩૭૩૨૪૮માંથી પહેલું પદ $૭૦^{૩}$ અથવા ૩૪૩૦૦૦ બાદ કર્યા તો બાકી ૩૦૨૪૮ રહેશે, એ $૩ \times ૭૦^{૨} \times ૨ + ૩ \times ૭૦ \times ૨^{૨} + ૨^{૩}$ની બરાબર છે. હવે $૩ \times ૭૦^{૨} \times ૨ + ૩ \times ૭૦ \times ૨^{૨} + ૨^{૩} = (૩ \times ૭૦^{૨} + ૩ \times ૭૦ \times ૨ + ૨^{૨})$ ૨છે. માટે ૩૦૨૪૮માંથી બીજો અંક ૨ શોધી કાઢવો હોય તો ભાજક $૩ \times ૭૦^{૨} + ૩ \times ૭૦ \times ૨ + ૨^{૨}$ રાખી તેને ૨ એ ગુણી ગુણાકાર ૩૦૨૪૮માંથી બાદ કરવો જોઇએ. પણ આપણને તો $૩ \times ૭૦^{૨} + ૩ \times ૭૦ \times ૨ + ૨^{૨}$ માં ૩×૭૦^{૨} જ જાણીતો ભાગછે, અને બીજા તથા ત્રીજા પદમાં શોધી કાઢવાના અંકનું કામ પડેછે માટે $૩ \times ૭૦^{૨} = ૧૪૭૦૦$ ભાજક લખી નવો અંક શોધી કાઢીએ છીએ. પછી તે ભાજક નીચે $૩ \times ૭૦ \times ૨ = ૪૨૦$ અને $૨^{૨} = ૮$ લખી એ ત્રણેના સરવાળાને ૨ એ ગુણી એ ગુણાકાર શેષમાંથી બાદ કરીએ છીએ.

ભાજકમાં એક એક અંક આગળ વધારીએ છીએ તેનું કારણ એ કે નવા અંક કરતાં તેની પાછળના અંકનું સ્થાન દશગણું છે. માટે ૩ને પાછળના અંકના વર્ગે ગુણતાં તે પર બે મીડાં આવશે, અને ૩, પાછળનો અંક, અને નવા અંકના ગુણાકારમાં તે પર એક મીડું આવશે. આ મીડાં ગણવામાં લેતા નથી માટે એક એક અંક આગળ મૂકીએ છીએ.

ઘનમૂળમાં વધારે અંક આવવાના હોય તો કાઢેલા અંકોનું એક પદ ને નવા અંકનું બીજું પદ લેવાથી ઉપર પ્રમાણેજ કૃતિ થાયછે.

૩. દશાંશનું ઘનમૂળ કાઢવા વિષે:—.૧ નો ઘન .૦૦૧, .૦૧નો ઘન .૦૦૦૦૦૧, .૦૦૧ નો ઘન .૦૦૦૦૦૦૦૦૧,ઇ૦. એટલે દશાંશ ગુણાકારની રીતે દશાંશ સંખ્યામાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ હોય, તેથી ત્રમણાં તેના ઘનમાં આવે, અથવા ત્રણ ત્રણ દશાંશ સ્થળે ઘનમૂળમાં એક એક અંક વધતો જાય. આ પરથી સાફ સમજાયછે કે દશાંશ સંખ્યાનું ઘનમૂળ કાઢવું હોય તો દશાંશ ચિન્હથી જમણી તરફના ત્રીજા અંક ઉપર ચિન્હ કરવું. પછી ત્યાંથી દરેક ત્રીજા અંક ઉપર ચિન્હ કરવું. એ પ્રમાણે કરતાં છેવટે એક અંક વધે તો બે મીડાં ચડાવી, ને બે વધે તો એક મીડું ચડાવી છેલ્લો ભાગ પણ ત્રણ અંકનો પૂરો કરવો. આ પ્રમાણે જેટલી નિશાનીઓ થશે તેટલાં દશાંશ સ્થળ ઘનમૂળમાં આવશે. ઘનમૂળમાં દશાંશ સ્થળ વધારે લાવવાં હોય તો દશાંશ સંખ્યાપર દરેક સ્થળે ત્રણ ત્રણ મીડાં ચડાવવાં.

☞ પૂર્ણાંક સંખ્યાનું ઘનમૂળ કાઢતાં છેવટ ન આવે ને કોઇ સંખ્યા વધે તો ઘનમૂળમાં જેટલાં દશાંશ સ્થળ લાવવાં હોય તેથી ત્રમણાં તે સંખ્યા ઉપર દશાંશ સ્થળમાં મીડાં ચડાવવાં.

૪. પૂર્ણાંક અને દશાંશ બંને હોય તેનું ઘનમૂળ કાઢવા વિષે:—ત્રણ ત્રણ અંકના ભાગ પાડવામાં એક પૂર્ણાંક સંખ્યાનો અને એક દશાંશ સંખ્યાનો ભાગ ન આવે તે સારી પેઠે યાદ રાખવું. આને માટે પૂર્ણાંક સંખ્યામાં એકમથી ડાબી તરફ ભાગ પાડવા, અને દશાંશમાં દશાંશ ચિન્હથી જમણી તરફ ભાગ પાડવા.

૫. પુનરાવર્ત્ત દશાંશનું ઘનમૂળ કાઢવા વિષે:—ઘનમૂળમાં વધારે અંક કાઢવા હોય તો શેષપર મીડાં ચડાવ્યાને બદલે આગળ જે અંક આવતા હોય તે ચડાવવા.

૬. અપૂર્ણાંકનું ઘનમૂળ કાઢવા વિષે:—અપૂર્ણાંકનું અતિસંક્ષેપરૂપ આપી અંશનું ઘનમૂળ અંશમાં ને છેદનું ઘનમૂળ છેદમાં લખવું. જો અંશ તથા છેદનું પૂરેપૂરૂં ઘનમૂળ ન જતું હોય તો તો અપૂર્ણાંકને દશાંશનું રૂપ આપી તેનું ઘનમૂળ કાઢવાથી સુગમ થાયછે.

૭. કરણીના નિયમો:—વર્ગમૂળની રીતમાં ઘનમૂળ માટે પણ આપેલા છે.

૮. ઘનમૂળમાં જેટલા અંક લાવવા હોય, તેના અર્ધથી એક વધારે એટલા અંક કાઢયા પછી છેવટના ભાજકનો એક અંક કાપી તે વડે છેવટના શેષને સંક્ષેપ રીતે ભાગવાથી બાકીના અંક ટૂંકામાં નીકળેછે. લા. અં. મ. ૭૫માનો દા. ૧૯મો આ રીતે નીચે ગણી બતાવ્યોછે.

૯. ધનમૂળની સહેલી રીત:—ધનમૂળમાં નવો અંક કાઢવા સારૂ નવા ભાજકમાં ૩ × ધનમૂળમાં આવેલા અંકોનો વર્ગ લખવો પડેછે. તેથી ઘણા અંક ધનમૂળમાં લાવવા હોય તો લાંબી સંખ્યાનો વર્ગ કરતાં ઘણી મહેનત પડેછે. માટે છેવટે આવેલા ભાજક નીચે તે ભાજકની ઉપરની રકમ લખી તે રકમ અને તેની ઉપરની ત્રણ રકમો મળીને ચાર રકમો થાય તેનો સરવાળો લેવાથી ધનમૂળમાં આવેલા અંકોના વર્ગની ત્રગણાઇ થઇ રહેછે. માટે પ્રથમની રીત પાકી થયા પછી આ રીત દાખલો લઈ શીખવી પછી તેનું કારણ શીખવેથી સચોટ થશે. લા. અં. મ. ૭૫માનો દા. ૧૧મો જુઓ.

	૧૦·૯૭૦૬૪૫૦૪૮(૨·૨૨૨ જવાબ.
	૮
૩×૨^{૨} = ૧૨	૦૨૯૭૦
૩×૨ × ૨ = ૧૨	
$૨^{૨}$= ૪	
૧૩૨૪ × ૨ =	૨૬૪૮
૪	૦૩૨૨૬૪૫
૩×૨૨^{૨} =૧૪૫૨	
૩ × ૨૨ × ૨ =૧૩૨	
$૨^{૨}$ ૪	
૧૪૬૫૨૪ × ૨=	૨૯૩૦૪૮
૪	૦૨૯૫૯૭૦૪૮
૩×૨૨૨^{૨}=૧૪૭૮૫૨	
૩×૨૨૨ × ૨ = ૧૩૩૨	
$૨^{૨}$ = ૪	
૧૪૭૯૮૫૨૪×૨=	૨૯૫૯૭૦૪૮
	૦૦૦૦૦૦૦૦

કારણ:—૩×૨૨^{૨}=૩ $(૨૦ + ૨)^{૨}$= ૩ ($૨૦^{૨}$+ ૨ × ૨૦ × ૨ +$૨^{૨}$) =૩ ×$૨૦^{૨}$+ ૩ × ૨ × ૨૦ × ૨+૩ ×$૨^{૨}$ થાય. પણ ઉપલા ભાજકમાં ૩×$૨૦^{૨}$ + ૩ × ૨૦ ×૨ + $૨^{૨}$ આટલું આવી ગયુંછે, એટલે ૩×૨૦× ૨+ $૨^{૨}$×૨ આટલું બાકી રહેછે. માટે આપણે ભાજક નીચે $૨^{૨}$ એક વખત લખી તે રકમ, તેની પરનો ભાજક, તે પરનો $૨^{૨}$ તથા તે પરની રકમ ૩ × ૨૦ × ૨ આ ચાર રકમનો સરવાળો લેઇએ છીએ, એટલે ૩ ×$૨૨^{૨}$ થઇ રહેછે.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૫.

દા. ૧૩. ૧૪. $\frac{૩૪૩}{૭૨૯}$, ૫૨૦૩૪ $\frac{૧૦}{૨૭}$, ૧૪૮૧ $\frac{૬}{૧૨૫}$, એમને વિષમ અપૂર્ણાંકમાં લાવી અંશ તથા છેદનું જૂદું જૂદું ધનમૂળ નીકળી શકેછે માટે કાઢવું; અને ૧૦૩૨$\frac{૫}{૮}$ને દશાંશ અપૂર્ણાંકનું રૂપ આપી ધનમૂળ કાઢવું.

દા. ૧૫. ૨નું ધનમૂળ ૧·૨૫૯૯ આવશે, માટે ૭૪મા મનોયત્નના દા. ૧૩માની સમજુતી પ્રમાણે ·૦૦૨નું ધનમૂળ ·૧૨૫૯ આવશે. .૨નું ધનમૂળ તો જૂદું કાઢવું પડશે.

દા. ૧૯. ધનમૂળની રીતની ૮મી કલમ પ્રમાણે આ દાખલો નીચે કર્યોછે.

	૧૦·૦૦૦૮૦૦૦૦૦(૨·૧૫૪
	૮
૩ × ૨^{2} = ૧૨ ૩ × ૨ × ૧ = ૬ ૧^{2} = ૧	૦૨૦૦૦
૧૨૬૧ × ૧ =	૧૨૬૧
૧	૦૭૩૯૦૦૦
૩ × ૨૧^{2} = ૧૩૨૩ ૩ × ૨૧ × ૫ = ૩૧૫ ૫^{2} = ૨૫	
૧૩૫૪૭૫ × ૫ =	૬૭૭૩૭૫
૨૫	૦૬૧૬૨૫૦૦૦
૩ × ૨૧૫^{2} = ૧૩૮૬૭૫ ૩ × ૨૧૫ × ૪ = ૨૫૮૦ ૪^{2} = ૧૬	
૧૩૮૯૩૩૧૬ × ૪ =	૫૫૫૭૩૨૬૪
	૦૬૦૫૧૭૩૬

૧૩૮૯૩૩૬ં) ૬૦૫૧૭૩૬ (૪૩   માટે જવાબ ૨·૧૫૪૪૩.
૫૫૫૭૩૨૪
૦૪૯૪૪૧૨
૪૧૬૭૯૯
૦૭૭૬૧૩

૧૦નું ધનમૂળ ૨·૧૫૪૪૩ માટે ·૦૧ (·૦૧૦)નું ધનમૂળ ·૨૧૫૪૪ દા. ૧૫માના છેલ્લા ભાગ પ્રમાણે આવશે. ·૧નું ધનમૂળ તો જૂદું કાઢવું પડશે.

દા. ૨૧. $\sqrt[3]{૩૨૪} \times \sqrt[3]{૧૪૪} = \sqrt[3]{૪૬૬૫૬} = ૩૬$ જવાબ ધનમૂળ કાઢેથી.

દા. ૨૨. $\sqrt[3]{૧૬} \times \sqrt[3]{૨૫૦} = \sqrt[3]{૪૦૦૦} = ૧૫·૮૭૪૦૧૦$ જવાબ.

દા. ૨૩. $\sqrt[3]{૨૬૪} \div \sqrt[3]{૨૪} = \sqrt[3]{૧૧} = ૨·૨૨૩૯૮૦૦$ જવાબ.

દા. ૨૪. $\sqrt[3]{૩૨} = \sqrt[3]{૮ \times ૪} = ૨\sqrt[3]{૪}; \sqrt[3]{૧૦૮} = \sqrt[3]{૨૭ \times ૪} = ૩\sqrt[3]{}$

૪; $\sqrt[3]{૫૦૦} = \sqrt[3]{૧૨૫ \times ૪} = ૫\sqrt[3]{૪}$ તેથી $૨\sqrt[3]{૪} + ૩\sqrt[3]{૪} = ૫\sqrt[3]{૪} - ૫\sqrt[3]{૪} = ૦$ જવાબ. (કરણીના ૫મા નિયમ પ્રમાણે).

દા. ૨૫. $૪ = \sqrt[3]{૬૪}$ માટે $\sqrt[3]{૬૪} \div \sqrt[3]{૧૬} = \sqrt[3]{૪}$ જવાબ, $૨ = \sqrt[3]{૮}$ માટે $\sqrt[3]{૧૬} \div \sqrt[3]{૮} = \sqrt[3]{૨}$ જવાબ.

દા. ૨૭. સંખ્યા^{3} $+ ૧૨^{૨} \times \sqrt{\cdot૨૫} = ૩૧૭\cdot૩૧૪૩૭૬$ છે, તેથી સંખ્યા^{3} $= ૩૧૭\cdot૩૧૪૩૭૬ - ૧૪૪ \times \cdot૫ = ૩૧૭\cdot૩૧૪૩૭૬ - ૭૨ = ૨૪૫\cdot૩૧૪૩૭૬$ માટે સંખ્યા $= \sqrt[3]{૨૪૫\cdot૩૧૪૩૭૬}$ માટે આનું ઘનમૂળ કાઢેથી ૬·૨૬ આવશે. જ.

દા. ૨૮. $\sqrt{૬૪} = ૮$ માટે સંખ્યા^{3} $= ૫૨૭૫૧૪૧૧૨ \div ૮ = ૬૫૯૩૯૨૬૪$ માટે સંખ્યા $= \sqrt[3]{૬૫૯૩૯૨૬૪}$ માટે આનું ઘનમૂળ કાઢેથી જવાબ ૪૦૪ આવશે.

દા. ૨૯. $\sqrt[3]{૭૫} \times \sqrt[3]{૪૫} = \sqrt[3]{૩૩૭૫} = ૧૫$ માટે સંખ્યા^{3} $= ૩૪૪\cdot૪૨૫૪૩૧ + ૧૫ = ૩૫૯\cdot૪૨૫૪૩૧$ માટે સંખ્યા $= \sqrt[3]{૩૫૯\cdot૪૨૫૪૩૧}$ આનું ઘનમૂળ કાઢેથી જવાબ ૭·૧૧ આવશે.

દા. ૩૦. આમાં આડી હાર, ઊભી હાર ને થેાકડીમાંના રૂપિઆની સંખ્યા સરખીછે, માટે કૂલ રૂપિઆ થેાકડીમાંના રૂપિઆના ઘનની બરાબર થાય. માટે આપેલા રૂપિઆનું ઘનમૂળ કાઢેથી થેાકડીમાંના રૂપિઆ આવે એ ૨૫૯ છે.

હાર્નર સાહેબે શેાધી કાઢેલી ઘનમૂળની સહેલી રીત.

પાછળ ઘનમૂળની રીતની ૯મી કલમમાં ઘનમૂળ કાઢવાની સહેલી રીત આપેલીછે તેમાં ભાજકના બીજા અને ત્રીજા પદનું મળીને એક પદ કરી હાર્નર સાહેબે ઘનમૂળની જૂદી રીત કાઢીછે. તે સહેલી અને યાદ રહે તેવી છે. વળી તેમાં ભૂલ થવાનેા સંભવ થેાડેા છે. માટે નીચે આપીએ છીએ.

(૧) પાછળ આપેલી રીત પ્રમાણે આપેલી રકમના ત્રણ ત્રણ અંકના ભાગ પાડવા.

(૨) ડાબી તરફના પહેલા ભાગમાંથી મેાટામાં મેાટી જે સંખ્યાનેા ઘન બાદ જતેા હેાય તે સંખ્યા ઘનમૂળમાં લખી તેનેા ઘન પહેલા ભાગમાંથી બાદ કરી બાદબાકીપર બીજી નિશાની સૂધીના ત્રણ અંક ચઢાવવા.

(૩) ભાજક કાઢવા માટે બે ખાનાં પાડવાં. પહેલા ખાનામાં ૩ ને પહેલા ભાગનેા ગુણાકાર લખવેા, ને એ ગુણાકારને વળી પહેલા ભાગે ગુણીને ગુણાકાર બીજા ખાનામાં લખવેા.

(૪) પહેલા ખાનાની રકમપર એક, ને બીજા ખાનાની રકમપર બે મીંડાં ચડાવવાં.

(૫) બીજા ખાનાની રકમવડે અજમાયશથી ઘનમૂળનેા બીજો અંક શેાધી કાઢી ઘનમૂળમાં લખવેા.

(૬) ઘનમૂળમાં આવેલો બીજો અંક પહેલા ખાનાની રકમમાં ઉમેરવો. જે સરવાળો આવે તેને તે બીજા અંકે ગુણી તે ગુણાકાર બીજા ખાનાની રકમમાં ઉમેરવો. તેથી જે સરવાળો આવે તેને તેજ બીજા અંકે ગુણી ગુણાકાર બીજા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો, બાદબાકીપર ત્રીજા ભાગના ત્રણ અંક ચઢાવવા.

(૭) પછી ઘનમૂળનો ત્રીજો અંક કાઢવા માટે બીજા અંકની બમણાઇ પહેલા ખાનામાં ઉમેરવી, અને બીજા અંકનો વર્ગ બીજા ખાનામાં લખી એ વર્ગ અને તે પરની બે રકમો એ ત્રણેનો સરવાળો લેવો. પછી પહેલા ખાનાના અંકપર એક, ને બીજા ખાનાના અંકપર બે મીડાં ચઢાવવાં. પછી એ બીજા ખાનાના અંકો વડે અજમાયશથી ઘનમૂળનો ત્રીજો અંક શોધી કાઢી ઘનમૂળમાં લખવો.

(૮) એ નવા અંકને પહેલા ખાનાની છેલ્લી રકમમાં ઉમેરવો. પછી તે સરવાળાને તેજ નવા અંકે ગુણી ગુણાકારને બીજા ખાનાની છેલ્લી રકમમાં મેળવવો. પછી જે સરવાળો આવે તેને નવા અંકે ગુણી ગુણાકારને ત્રીજા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર ચોથા ભાગના ત્રણ અંક ચઢાવવા.

(૯) એ પ્રમાણે ૭મી કલમમાં કહ્યા પ્રમાણે નવા અંક શોધી કાઢવા, ને ૮મી કલમમાં બતાવ્યા પ્રમાણે બાદ કરવાની રકમો શોધી કાઢવી.

(૧૦) આપેલી સંખ્યામાં દશાંશ અંક હોય તો દશાંશ અંક માથે જેટલી નિશાનીઓ કરી હોય તેટલા અંક ઘનમૂળમાં જમણી બાજુથી ગણી ત્યાં દશાંશચિન્હ મૂકવું.

લા. અં. મ. ૭૫માનો દા. ૧૦મો નીચે ઉપરની રીતે ગણી આપ્યો છે.

		૯.૫૪૧૬૧૭૫૬૧ (૨.૧૨૧ જ.
		૮
૩×૨ દશક = ૬૦ × ૨ દશક =	૧૨૦૦	૧૫૪૧
૧		
૬૧ × ૧ =	૬૧	
૨	૧૨૬૧ } × ૧ =	૧૨૬૧
૬૩૦	૧	૨૮૦૬૧૭
૨	૧૩૨૩૦૦	
૬૩૨ × ૨ =	૧૨૬૪	
૪	૧૩૩૫૬૪ } × ૨ =	૨૬૭૧૨૮
૬૩૬૦	૪	૦૧૩૪૮૯૫૬૧
૧	૧૩૪૮૩૨૦૦	
૬૩૬૧ × ૧ =	૬૩૬૧	
	૧૩૪૮૯૫૬૧ × ૧ =	૧૩૪૮૯૫૬૧
		૦૦૦૦૦૦૦૦

કારણ:—આ રીતના કારણમાં ફક્ત ૩, ૬, ૭, ને ૮મી કલમનું કારણ આપવું જરૂરનું છે, બાકીનાં કારણ પાછળ ઘનમૂળની રીતમાં આવી ગયાંછે.

૩જી કલમનું કારણ—પહેલા ભાગને ત્રણે ગુણી ગુણાકાર પહેલા ખાનામાં લખી તેને તેજ પહેલા ભાગે ગુણવાથી પહેલા ભાગના વર્ગની ત્રમણાઇ બીજા ખાનામાં થાયછે. જેમ અહીં $૩ \times ૨^૨ = ૧૨$ બીજા ખાનાગાં થએલા છે.

૬ઠ્ઠી કલમનું કારણ—ઘનમૂળના બીજા અંકને પહેલા ખાનાની રકમમાં મેળવી તે સરવાળાને બીજા અંકે ગુણી ગુણાકાર બીજા ખાનાની રકમમાં મેળવવાથી ભાજક પૂરો થાયછે. કેમકે બીજા ખાનાની રકમ તે ૩ × પહેલા ભાગનો વર્ગછે, અને એમાં જે મેળવીએ છીએ તે ૩ × પહેલો અંક × બીજો અંક + બીજા અંકનો વર્ગજ છે, કેમકે (૩ × પહેલો અંક + બીજો અંક) બીજો અંક = ૩ × પહેલો અંક × બીજો અંક + બીજા અંકનો વર્ગજ છે. જેમ અહીં ૩ × ૨ દશકનો વર્ગ = ૧૨૦૦ બીજા ખાનામાં લખેલો છે તેમાં (૩ × ૨દશક + ૧) ૧ = ૬૧ ઉમેરી ભાજક પૂરો કર્યોછે.

૭મી કલમનું કારણ—બીજા અંકની બમણાઇ પહેલા ખાનામાં મેળવવાથી ઘનમૂળમાં આવેલા બે અંકની ત્રમણાઇ પૂરી થાયછે. જેમ અહીં ૩ × ૨૧ = ૩ × ૨૦ + ૧ + ૧ × ૨ = ૬૩ થયેલાછે. અને બીજા અંકનો વર્ગ બીજા ખાનામાં લખી તેની સાથે તેની ઉપરની બે રકમોનો સરવાળો લેવાથી ઘનમૂળમાં આવેલા બે અંકોના વર્ગની ત્રમણાઈ પૂરી થાયછે, તેનું કારણ પાછળ બતાવી ગયા. મીડાં ચડાવવાનું કારણ પણ પાછળ બતાવી ગયા.

૮મી કલમનું કારણ—છઠ્ઠી કલમના કારણમાં આવી જાયછે.

ક્યુંપણ મૂળ.

ઘાતમૂળમાં ચિન્હ મૂકવા વિષે:—વર્ગમૂળમાં બબે, ઘનમૂળમાં ત્રણ ત્રણ, ચતુર્ઘાતમૂળમાં ચારચાર, પંચઘાતમૂળમાં પાંચપાંચ, ઇ૦ અંકના ભાગ પાડવા. તે એવી રીતે કે પૂર્ણાંક સંખ્યામાં એકમથી ડાબી તરફના અંકોપર, ને દશાંશ સંખ્યામાં દશાંશ ચિન્હથી જમણી તરફના અંકોપર ગણી નિશાનીઓ મૂકવી. દશાંશ સંખ્યામાં છેવટે અંક ખૂટે તો મીડાં મૂકી પૂરા કરવા. ભાગ પાડવામાં એટલું યાદ રાખવું કે પૂર્ણાંક ને દશાંશના અંકો કદી ભેગા ન આવે. જવાબમાં દશાંશ અંકપર જેટલી નિશાનીઓ આવે, તેટલા અંક જમણી તરફથી ગણી ત્યાં દશાંશ ચિન્હ મૂકવું.

રીતિ:—(૧) ઉપર બતાવ્યા પ્રમાણે પૂર્ણાંક અને દશાંશના અંકોપર નિશાનીઓ કર્યા પછી ડાબી તરફના પહેલી નિશાની સુધીના ભાગમાંથી જે મોટામાં મોટી સંખ્યાનો જે ઘાતમૂળ કાઢવું હોય તેટલો ઘાત બાદ જતો હોય તે સંખ્યા ઘાતમૂળમાં લખી તેનો જે ઘાતમૂળ કાઢવું હોય તેટલો ઘાત કરી તે

પહેલા ભાગમાંથી બાદ કરવો. પછી બાદબાકીપર બીજી નિશાની સુધીના અંક ચડાવવા. એટલે એ ઘાતમૂળના બીજા અંક માટે ભાજ્ય થશે.

(૨) ભાજક કાઢવા માટે જેટલા ઘાતમૂળ કાઢવું હોય તેના કરતાં એક ઓછું એટલાં ખાનાં ભાજકમાં પાડવાં. પછી પહેલા ખાનામાં પહેલો ભાગાકાર, બીજામાં તેનો વર્ગ, ત્રીજાગાં તેનો ઘન, ૪૦ એ પ્રમાણ મૂકવો.

(૩) પછી પહેલા ખાનાગાં તેજ ભાગાકાર ઉમેરવો, આવેલા સરવાળાને પહેલા ભાગે ગુણી બીજા ખાનામાં ઉમેરવો, તેના સરવાળાને પહેલા ભાગે ગુણી ત્રીજા ખાનામાં ઉમેરવો, ૪૦. વળી પહેલા ખાનામાં પહેલો ભાગ ઉમેરવો, આવેલા સરવાળાને પહેલા ભાગે ગુણી બીજા ખાનામાં ઉમેરવો, તેના સરવાળાને પહેલા ભાગે ગુણી ત્રીજા ખાનાગાં ઉમેરવો, ૪૦. મતલબ કે એવી ઉમેરવાની રકમ છેલ્લા ખાનામાં એકવાર, તેની પાસેના ડાબી તરફના ખાનામાં બેવાર, તેની પાસેના ડાબી તરફના ખાનાગાં ત્રણવાર, એ પ્રમાણે ઉમેરવી. એટલે ઘનમૂળ કાઢવું હોય તો બે ખાનાં હોય માટે ડાબી તરફના પહેલા ખાનામાં બેવાર ને બીજાગાં એકવાર ઉમેરવી. ચતુર્ઘાતમૂળ કાઢવું હોય તો પહેલામાં ત્રણવાર, બીજામાં બેવાર, ને ત્રીજાગાં એકવાર ઉમેરવી.

(૪) પછી પહેલા ખાનાની સંખ્યાપર એક, બીજા ખાનાની સંખ્યાપર બે, ત્રીજા ખાનાની સંખ્યાપર ત્રણ, ૪૦ મીડાં ચડાવવાં. એ છેલ્લા ખાનાની સંખ્યા અજમાયશ ભાજક થશે તે પરથી નવો ભાગ કાઢી ઘાતમૂળમાં લખવો.

(૫) નવો ભાગ વળી પહેલા ખાનામાં ઉમેરી, સરવાળાને નવા ભાગે ગુણી બીજા ખાનામાં ઉમેરવો, તે સરવાળાને નવા ભાગે ગુણી ત્રીજાખાનામાં ઉમેરવો, ૪૦. એ રીતે છેલ્લા ખાનામાં જે રકમ થશે તે ખરો ભાજક થશે, તેને નવા ભાગે ગુણી એ ગુણાકાર બીજા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. બાદબાકીપર ત્રીજી નિશાની સૂધીના અંક ચડાવવા, એટલે એ ઘાતમૂળના ત્રીજા અંક માટે ભાજ્ય થશે.

(૬) વળી ઉપરની રીતેજ ત્રણ ખાનાં હોય તો પહેલા ખાનામાં નવો ભાગાકાર ત્રણવાર, બીજામાં બેવાર, ને ત્રીજામાં એકવાર ઉમેરી ઉપર પ્રમાણે મીડાં ચઢાવવાં. એટલે છેલ્લા ખાનાની સંખ્યા અજમાયશ ભાજક થશે. તેપરથી નવો ભાગ કાઢી ઘાતમૂળમાં લખવો. પછી પહેલા ખાનામાં નવો ભાગ ઉમેરી તેને નવા ભાગે ગુણી બીજા ખાનાગાં ઉમેરવો, તેને નવા ભાગે ગુણી ત્રીજા ખાનામાં ઉમેરવો. એથી સરવાળો આવશે તે ખરો ભાજક થશે. તેને નવા ભાજકે ગુણી ત્રીજા ભાજ્યમાંથી બાદ કરવો. એ રીતે જેટલા અંક આણવાના હોય ત્યાં સૂધી કરવું.

ઉપરની રીતે ચતુર્ઘાતમૂળનો દાખલો ૭ ખાનાં પાડી નીચે કર્યોછે.

૨	૪	૮	૨૯૯૮૨૧૯૫૩૬(૨૩૪
૨			૧૬
૪×૨=			૧૩૯૮૨૧
૨	૧૨×૨=	૨૪	
૬×૨=	૧૨	૩૨૦૦૦	
૨	૨૪૦૦		
૮૦			
૩			
૮૩×૩=	૨૪૯		
૩	૨૬૪૯×૩=	૭૯૪૭	
૮૬×૩=	૨૫૮	૩૯૯૪૭×૩=	૧૧૯૮૪૧
૩	૨૯૦૭×૩=	૮૭૨૧	૦૧૯૯૮૦૯૫૩૬
૮૯×૩=	૨૬૭	૪૮૬૬૮૦૦૦	
૩	૩૧૭૪૦૦		
૯૨૦			
૪			
૯૨૪×૪=	૩૬૯૬		
	૩૨૧૦૯૬×૪=	૧૨૮૪૩૮૪	
		૪૯૯૫૨૩૮૪×૪=	૧૯૯૮૦૯૫૩૬
			૦૦૦૦૦૦૦૦૦

પણ આ રીત બહુ લાંબી હોવાથી બહુઘાતમૂળમાં કામે ન લગાડતાં જ્યાં જરૂર પડે ત્યાંજ માત્ર વાપરવી. કેમકે ચતુર્ઘાતમૂળ કાઢવું હોય તો વર્ગમૂળનું વર્ગમૂળ કાઢવું એટલે ચતુર્ઘાતમૂળ નીકળશે. કેમકે ઘાતમાં પાછળ આવી ગયું કે વર્ગનો વર્ગ કરવાથી ચતુર્ઘાત થાયછે, માટે વર્ગમૂળનું વર્ગમૂળ કાઢવાથી ચતુર્ઘાતમૂળ નીકળે. તેમજ ઘનને ઘને ગુણવાથી એટલે ઘનનો વર્ગ છ ઘાત થાયછે માટે ઘનમૂળનું વર્ગમૂળ કાઢેથી ષડ્ઘાતમૂળ નીકળે, અથવા વર્ગમૂળનું ઘનમૂળ કાઢેથી પણ નીકળે. વળી વર્ગના વર્ગનો વર્ગ કરવાથી અષ્ટઘાત થાય છે, માટે વર્ગમૂળના વર્ગમૂળનું વર્ગમૂળ એટલે ત્રણવાર વર્ગમૂળ કાઢેથી અષ્ટઘાતમૂળ નીકળેછે. ઘનનો ઘન કરવાથી એટલે ઘનનો વર્ગ કરી તેને ઘનની રકમે ગુણવાથી નવઘાત થાયછે માટે ઘનમૂળનું ઘનમૂળ કાઢવાથી નવઘાતમૂળ*

* ઘાત કરવામાં ઘાતપ્રકાશક અંકનો સરવાળો થાયછે, ને મૂળ કાઢવામાં મૂળપ્રકાશક અંકનો ગુણાકાર થાયછે. આ પર વિદ્યાર્થીનું ખાસ લક્ષ ખેંચવું. જેમ, $૨^{૩}×૨^{૩}×૨^{૩}=૨^{૯}$ થાય; પરંતુ ૨૯ના ઘનમૂળનું ઘનમૂળ કાઢીએ તો $૨^{૯}$નું નવઘાતમૂળ નીકળે.

આવે. આ પ્રમાણે કરવાથી ઉપરની લાંબી રીતે ગણવા પડતા નથી. પણ જ્યાં એ રીત કામ લાગતી નથી, ત્યાં ઉપરની રીતે ખાનાં પાડી કરવાની જરૂર પડેછે. કોઇ રકમનું પંચઘાતમૂળ, સપ્તઘાતમૂળ, ઈત્યાદિ ઘાતમૂળ ઉપરની વર્ગ-મૂળ ઘનમૂળની રીતે નીકળશે નહિ, કેમકે વર્ગનો કે ઘનનો કોઇ ઘાત કરવાથી પંચઘાત કે સપ્તઘાત થતો નથી માટે એવાં ઘાતમૂળ કાઢવાં હોય ત્યારે ઉપલી ખાનાં પાડીને કરવાની રીતે ઘાતમૂળ કાઢવું.

ક્ષેત્રફળ ઘનફળ.

ચોરસ માપને ક્ષેત્રફળ અને ઘનમાપને ઘનફળ કહેછે. ક્ષેત્રફળ ઘન-ફળનો વિષય ચલાવતા પહેલાં તેમાં આવતા પારિભાષિક શબ્દોના અર્થ (વ્યા-ખ્યાઓ) શીખવવી જોઇએ. આ વિષય ગુજરાતી નિશાળોના છઠ્ઠા ધોરણમાં ચાલેછે, એ ધોરણમાં હાલમાં ભૂમિતિનો વિષય દાખલ થયેલોછે, માટે ભૂમિ-તિમાં આપેલી વ્યાખ્યાઓ ચાલી ગયા પછી આ વિષય શરૂ કરવો. શિક્ષકે નિશા-ળીઆઓને વ્યાખ્યાઓના અર્થ સ્પષ્ટ સમજાવવા એ અતિ અગત્યનુંછે, છોકરાં વ્યાખ્યાઓ શીખી ગયા પછી તે પૂરી સમજ્યાં છે કે નહિ એની ખાત્રીને માટે કાગળ કાતરી તેવા આકાર બનાવવાને આપવા. નવો વિષય ચલાવતી વખતે તેમાં જે જે વ્યાખ્યાઓ આવવાની હોય તે આરંભમાં પૂછી જવી, નવી આવ-વાની હોય તો પ્રથમથી શીખવવી. આટલા વાસ્તે વિષયની શરૂઆતમાં અમે ઠેકાણે ઠેકાણે વ્યાખ્યાઓ આપેલીછે.

રેષામાપ.

૧. ત્રિકોણ.

જે ત્રિકોણમાં એક કાટખૂણો હોય તેને **કાટખૂણ ત્રિકોણ** કહે છે. કાટ-ખૂણા સામેની બાજુને કર્ણ કહેછે.

યુક્લિડની ભૂમિતિના ૧લા સ્કંધની ૪૭મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે પ્રત્યેક કાટ-ખૂણ ત્રિકોણમાં તેના કર્ણનો વર્ગ, કાટખૂણો કરનારી બે બાજુઓના વર્ગોના સરવાળાની બરાબર છે. આ પરથી નીચેના બે નિયમ નીકળે છે.

નિયમ ૧લો:—કાટખૂણો કરનારી બે બાજુઓ આપી હોય તો તે બંને બાજુઓના વર્ગોનો સરવાળો કરી તેનું વર્ગમૂળ કાઢેથી કર્ણ નીકળશે. જેમકે કાટખૂણો કરનારી બે બાજુઓ ૩ ને ૪ ફૂટ છે તો $૩^૨ + ૪^૨ = ૨૫$ કર્ણનો વર્ગ થયો. માટે $\sqrt{૨૫} = ૫$ ફૂટનો કર્ણ.

નિયમ ૨જો:—કર્ણ અને એક બાજુ આપેં તો કર્ણના વર્ગમાંથી આપેલી બાજુનો વર્ગ બાદ કરતાં બાકી રહે તેનું વર્ગમૂળ કાઢેથી બીજી બાજુ નીકળશે. જેમકે કર્ણ ૫ ફૂટ ને એકબાજુ ૪ ફૂટ છે તો $૫^૨ - ૪^૨ = ૨૫ - ૧૬ = ૯$ બીજી બાજુનો વર્ગ થયો માટે $\sqrt{૯} = ૩$ ફૂટની બીજી બાજુ.

ત્રિકોણના શિરોબિંદુથી પાયાપર લંબ દોરીએ, તે પાયાના બે ખંડ કરતો હોય, તેમા લંબ અને પાયાના બંને ખંડ આપે તો ત્રિકોણની બંને બાજુઓ, અને એક બાજુ તથા તે બાજુ ભણીનો ખંડ આપે તો લંબ કાઢી શકાય. કેમકે તે લંબથી બે કાટખૂણુ ત્રિકોણ થશે.

હરકોઇ આકૃતિની હદ કરનારી બાજુઓના સરવાળાને તેની **આકૃતિમર્યાદા** કહે છે. ત્રિકોણની આકૃતિમર્યાદા કાઢવી હોય, તો ત્રણે બાજુઓનો સરવાળો કરવો.

૨. ચોરસ અને લંબચોરસ.

જે ચોખૂણની ચારે બાજુઓ બરાબર હોય ને ચારે ખૂણા કાટખૂણા હોય તેને **ચોરસ** કહે છે, અને જે ચોખૂણના ચારે ખૂણા કાટખૂણા હોય પણ બધી બાજુઓ અરસ્પરસ બરાબર નહોતાં માત્ર સામસામેની બાજુઓ બરાબર હોય તેને **લંબચોરસ** કહે છે.

ચોરસ કે લંબચોરસના હરકોઇ સામસામેના ખૂણાને સાંધનારી લીટીને **કર્ણલીટી** કહે છે.

ચોરસ કે લંબચોરસના કર્ણલીટીથી યુક્લિડની ભૂમિતિના ૧લા સ્કંધની ૩૪મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બે સરખા કાટખૂણ ત્રિકોણો થાય છે. માટે બે બાજુઓ આપી હોય તો કર્ણ, ને એક બાજુ ને કર્ણ આપેલા હોય તો બીજી બાજુ નીકળી શકે. ચોરસમાં સઘળી બાજુઓ બરાબર હોય છે માટે બે બાજુઓ આપવાની જરૂર નથી.

૩. ગોળ.

જે વાંકી લીટીથી ગોળની મર્યાદા થાયછે, તે વાંકી લીટીને ગોળનો **પરિઘ** કહેછે. ગોળના મધ્ય બિંદુથી પરિઘ સુધી દોરેલી લીટીને **ત્રિજ્યા** કહે છે, તે વ્યાસથી અડધી હોય છે. ગોળના વ્યાસ અને પરિઘનું પ્રમાણ (૧) ૭: ૨૨, (૨) ૧૧૩ : ૩૫૫, (૩) ૧ : ૩·૧૪૧૬, અથવા (૪) ૧ : ૩·૧૪૧૫૯૨૬૫૩૫૮૯ આ પ્રમાણે હોય છે. ઉપરનાં પ્રમાણો જે અનુક્રમે આપેલાં છે, તે અનુક્રમે તેઓ ખરા પ્રમાણની વધારે લગભગ છે. પણ તેમાં છેલ્લું પ્રમાણ બહુ લાંબું હોવાથી ઉપરનાં ત્રણ પ્રમાણ હિસાબ ગણવામાં વપરાય છે, તેમાં બહુધા ત્રીજુંજ પ્રમાણ વપરાય છે માટે જ્યાં દેખીતું ગુણોત્તર પહેલા બીજા નિયમ પ્રમાણે રહેલું હોય ત્યાં તે નિયમનો ઉપયોગ કરવો. આ પ્રમાણોપરથી નીચેનો નિયમ નીકળે છે.

નિયમ ૩ જો:—વ્યાસ પરથી પરિઘ કાઢવો હોય તો વ્યાસને ૩·૧૪૧૬ એ ગુણવા, અને પરિઘ પરથી વ્યાસ કાઢવો હોય તો પરિઘને ૩·૧૪૧૬ એ ભાગવા.

હરકોઈ સીધી લીટી ગોળમાં દોરીએ, તો તે સીધી લીટી અને કપાયલા

પરિઘ વચ્ચેના ભાગને **ગોળનો ખંડ** કહેછે. ગોળનો ખંડ કરનારી સીધી લીટીને **જ્યા** કહે છે. જ્યાના મધ્ય બિંદુપર દોરેલો લંબ પરિઘ સુધી પહોંચે તેને **ગોળના ખંડની ઊંચાઇ** કહેછે. ગોળના ખંડની ઊંચાઇ અને જ્યાની લંબાઇ જાણવામાં હોય તો નીચલા નિયમ પ્રમાણે **ત્રિજ્યા** કાઢી શકાય છે.

નિયમ ૪થો:—ગોળના ખંડની ઊંચાઇના વર્ગને ચારે ગુણી તેમાં જ્યાનો વર્ગ ઉમેરવો. આવેલા સરવાળાને, ઊંચાઇને આઠે ગુણી તે ગુણાકારે ભાગવા, ભાગાકાર આવે તે **ત્રિજ્યા** જાણવી. ઉદા. જે વર્તુળમાં ૨૫ ઇંચની જ્યા પરિઘથી ૬ ઇંચપર છે તેની ત્રિજ્યા કેટલી? **રીત** $(૬^૨ \times ૪ + ૨૫^૨) \div ૬ \times ૮$ = ૭૬૯ ÷ ૪૮ = ૧૬.૦૨ ઇંચ ત્રિજ્યા જવાબ.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૬.

આ અને હવે પછીનાં મનોયત્નમાં જ્યાં જ્યાં આકૃતિની જરૂર પડે ત્યાં ત્યાં આકૃતિ પાડી શિક્ષકે દાખલા સમજાવવા, અને છોકરાં પણ આકૃતિ પાડી દાખલો ગણે એવી ટેવ પાડવી.

દા. ૬. આમાં ૫૦ ફૂ. કર્ણ માટે $\sqrt{(૫૦^૨ - ૧૨^૨)} = \sqrt{૨૩૫૬}$ = ૪૮.૫૩૮ ફૂટ ઊંચાઇ જવાબ.

દા. ૮. આમાં તૂટેલું ઝાડ કર્ણ છે, માટે $\sqrt{(૧૭॥^૨ + ૪૨^૨)} = \sqrt{\frac{૮૨૮૧}{૪}} = \frac{૯૧}{૨}$ = ૪૫॥ ફૂટ કર્ણ. + ૧૭॥ = ૬૩ ફૂટ ઝાડની ઊંચાઇ જવાબ.

દા. ૯. કર્ણ = $\sqrt{(૩૮૬^૨ + ૩૦૦^૨)} = \sqrt{૨૩૮૯૯૬}$ = ૪૮૮.૮૭ ફૂ.

દા. ૧૦. કર્ણ = $\sqrt{(૧૨^૨ + ૧૬^૨)} = \sqrt{૪૦૦}$ = ૨૦ ફૂટ જવાબ.

દા. ૧૧. આમાં પાયો ૧૬ ગજનો, અને એક બાજુ ૯.૬ - ૩ = ૬.૬ ગજની એવા કાટખૂણ ત્રિકોણનો કર્ણ કાઢવો છે, માટે કર્ણ = $\sqrt{(૧૬^૨ + ૬.૬^૨)} = \sqrt{\frac{૨૭૦૪}{૯}} = \frac{૫૨}{૩} = ૧૭\frac{૧}{૩}$ ગજ જવાબ.

દા. ૧૨. મોભારાની એક તરફનો ઢાળ જમીનથી ૧૧ ફૂટ ઊંચાઇએ મળેછે, માટે, ૧૬ - ૧૧ = ૫ ફૂટની એક બાજુ ને બીજી બાજુ ૧૨ ફૂટની છે એવા કાટખૂણ ત્રિકોણનો કર્ણ (ઢાળ) કાઢવો છે, માટે કર્ણ = $\sqrt{(૫^૨ + ૧૨^૨)} = \sqrt{૧૬૯}$ = ૧૩ ફૂટ જવાબ; બીજી બાજુ તરફનો ઢાળ જમીનથી ૧૦ ફૂટ ઊંચાઇએ મળેછે, માટે ૧૬ - ૧૦ = ૬ ફૂટની એક બાજુ ને બીજી બાજુ ૮ ફૂટની એવા કાટખૂણ ત્રિકોણનો કર્ણ કાઢવોછે માટે કર્ણ = $\sqrt{(૬^૨ + ૮^૨)} = \sqrt{૧૦૦}$ = ૧૦ ફૂટ જવાબ.

દા. ૧૩. એક વહાણ પૂર્વમાં ૪॥ × ૩ = ૧૩॥, ને બીજું તેજ સ્થળેથી દક્ષિણે ૬ × ૩ = ૧૮ મૈલ ચાલ્યું, હવે પૂર્વ ને દક્ષિણ દિશાઓ કાટખૂણે છે, માટે એ એની વચ્ચે સીધું અંતર કાટખૂણ ત્રિકોણની કર્ણલીટી છે, તેથી કર્ણ = $\sqrt{(૧૩॥^૨ + ૧૮^૨)} = \sqrt{૫૦૬\frac{૧}{૪}}$ = ૨૨॥ મૈલ જ.

દા. ૧૪. નીસરણીની લંબાઇ એ બંને કાટખૂણુ ત્રિકોણના કર્ણ છે, અને ભીંતની ઊંચાઇ એ લંબ છે, તે પરથી બંને કાટખૂણુ ત્રિકોણના પાયા કાઢવા છે. માટે √ (૩૨॥^{૨}–૩૦^{૨})=√ ૧૫૬।=૧૨॥ ફૂટ ; ને √ (૩૨॥^{૨}–૨૬^{૨})=√ ૩૮૦।=૧૯॥ ફૂટ. તેથી ૧૨॥ + ૧૯॥= ૩૨ ફૂટ રસ્તાની પહેાળાઇ જવાબ.

દા. ૧૫. આમાં નીસરણીની લંબાઇ એ બંને કાટખૂણુ ત્રિકોણના કર્ણ છે, અને ભીંતથી અંતર તે બંને કાટખૂણુ ત્રિકોણના પાયા છે, તે પરથી લંબ કાઢી બાદબાકી કરેથી બારીની ઊંચાઇ નીકળશે. માટે √(૧૯॥^{૨}–૭॥^{૨})= √૩૨૪=૧૮ ; અને √(૧૯॥^{૨}–૧૧.૭^{૨})=√૨૪૩.૩૬ = ૧૫.૬ તેથી ૧૮ – ૧૫.૬ =૨.૪ ગજ જવાબ.

દા. ૧૬. આમાં બંને તરફના છાપરાના ઢાળ તે કાટખૂણુ ત્રિકોણના કર્ણ છે, ને મેાતીગાથી મેાભની ઊંચાઇ તે બંને કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં લંબ છે, તે પરથી પાયા કાઢી તેમનેા સરવાળેા કરેથી બંને નેવ વચ્ચેનું અંતર નીકળશે. માટે √ ૨૨^{૨}–($\frac{૩૫}{૪}$)^{૨}=√ ૪૦૭.૪૩૭૫=૨૦.૧૮૫ ફૂટ;ને √ (૧૪$\frac{૭}{૧૨}$)^{૨}–($\frac{૩૫}{૪}$)^{૨} =√ $\frac{૧૯૪૦૦}{૧૪૪}$=૧૧.૬ ફૂટ. માટે ૨૦.૧૮૫+૧૧.૬=૩૧.૮૫૧ ફૂટ જ.

દા. ૨૧. ૫૪×૨=૧૦૮ ફૂટનેા આખેા પરિધ માટે ૧૦૮÷૩.૧૪૧૬ = ૩૪.૩૭૭૩ ફૂટ વ્યાસ.

દા. ૨૨. ૩.૫ × ૩.૧૪૧૬ =૧૦.૯૯૫૬ ફૂટ પરિધ. માટે એટલી જમીન એક આંટામાં કાપે, તેથી ૧૦.૯૯૫૬:૨ × ૫૨૮૦::૧:૯૬૦.૩૮૪ આંટા.

દા. ૨૪. પહેલા અર્ધગેાળના પરિધ બરાબર બીજા ગેાળના પાગેાળનેા પરિધ થાયછે,તેથી પહેલા ગેાળનાં પરિધ, વ્યાસ ને ત્રિજ્યા કરતાં બીજા ગેાળનાં પરિધ, વ્યાસ ને ત્રિજયા બમણાં હેાવાં જોઈએ. માટે ૯૮.૫ ×૨ = ૧૯૭ ફૂટ પહેલા ગેાળનેા વ્યાસ ને ૧૯૭× ૨ = ૩૯૪ ફૂટ બીજા ગેાળનેા વ્યા.

દા. ૨૫. ત્રિજ્યા ૯૫០០០០០០ મૈલ × ૨ × ૩.૧૪૧૬ = ૫૯૬૯૦૪០០០ મૈલ સૂર્યની કક્ષાનેા પરિધ. હવે ૧ દિવસના સેકંદ ૮૬૪૦૦ માટે ૫૯૬૯૦૪૦૦૦÷૮૬૪૦૦=૬૯૦૮.૬૧ મૈલ જવાબ.

દા. ૨૬. ૬૦૦:૧::૫૨૮૦:૮.૮ ફૂટ પરિધ માટે ૮.૮ ÷ ૩.૧૪૧૬= ૨$\frac{૨૮૬}{૩૫૭}$ ફૂટ વ્યાસ જવાબ.

દા. ૨૭. ૨૫૦ × ૨ × ૩.૧૪૧૬ = ૧૫૭૦.૮ ફૂટ પરિધ. હવે ૩: ૧૫૭૦.૮:: ૧॥ આનેા: રૂ ૪૯–૧–૪$\frac{૪}{૫}$ જવાબ.

દા. ૨૮. આમાં થાંભલાની ઊંચાઇ એ લંબ, ને દેારી તે કાટખૂણુ ત્રિકોણનેા કર્ણ છે, તે પરથી પાયેા કાઢીશું તે ગેાળ ખેતરની ત્રિજ્યા થશે. માટે ત્રિજ્યા = √(૨૪૦॥^{૨}–૧૫॥^{૨})=√ ૫૭૬૦૦ =૨૪૦ ફૂટ. તેથી ૨૪૦×૨

× ૩·૧૪૧૬=૧૫૦૭·૯૬૮ ફૂટ પરિધ જવાબ.

દા. ૨૯. ૮॥ − ૫= ૩॥ ફૂટ લંબ ને ૯॥ ફૂટ ઢોળાવ એ કર્ણ એવા કાટખૂણ ત્રિકોણનો પાયો એ ગોળ તંબુના ઘેરાવાની ત્રિજ્યા છે. માટે ત્રિજ્યા $= \sqrt{(૯॥^2 - ૩॥^2)} = \sqrt{૮૧} =$ ૯ ફૂટ. તેથી ૯ × ૨ × ૩·૧૪૧૬ = ૫૬·૫૪૮૮ ફૂટ પરિધ.

દા. ૩૦. ૫૨૮૦ × ૨ × ૩·૧૪૧૬ = ફૂટ ખેતરનો પરિધ, અને ૪ × ૩·૧૪૧૬ = ફૂટ પૈડાનો પરિધ. માટે $\frac{૫૨૮૦ \times ૨ \times ૩·૧૪૧૬}{૪ \times ૩·૧૪૧૬}$ = ૨૬૪૦ આંટા અંદરના પૈડાના, અને $\frac{(૫૨૮૦ + ૪)૨ \times ૩·૧૪૧૬}{૪ \times ૩·૧૪૧૬}$ = ૨૬૪૨ આંટા બહારના પૈડાના જવાબ.

ક્ષેત્રફળ.

૧. લંબ ચોરસ.

નિયમ ૧લો :—લંબ ચોરસનું ક્ષેત્રફળ કાટખૂણો કરનારી બે બાજુના એટલે લંબાઇ અને પહોળાઇના ગુણાકારની બરાબર છે. તે શીખવવાની રીત પાછળ પૃષ્ટ મે આપેલી છે.

કાટખૂણ ચોખૂણનું ક્ષેત્રફળ ને એક બાજુ આપ્યાં હોય તે પરથી બીજી બાજુ કાઢવી હોય તો ક્ષેત્રફળને આપેલી બાજુએ ભાગવા.

૨. ચોરસ.

નિયમ ૨જો:—ચોરસનું ક્ષેત્રફળ તેની એક બાજુના વર્ગની બરાબર હોયછે. કારણ—ચોરસની લંબાઇ તથા પહોળાઈ બરાબર હોયછે, માટે લંબાઇ પહોળાઇનો ગુણાકાર કરીએ અથવા એક બાજુનો વર્ગ કરીએ તે સરખુંજ છે. તે શીખવવાની રીત પાછળ પૃષ્ટ મે આપેલી છે.

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ આપ્યું હોય તે પરથી તેની બાજુએ કાઢવી હોય તો આપેલા ક્ષેત્રફળનું વર્ગમૂળ કાઢવું.

૩. સમાંતર બાજુ ચોખૂણ.

જે ચોખૂણની ચારે બાજુએ બરાબર હોય, પણ ચારે ખૂણા કાટખૂણા હોતા નથી તેને સમબાજુ ચોખૂણ (-હોમ્બસ) કહેછે. અને જે ચોખૂણની સામસામેની બાજુએ બરાબર હોય પણ જેની ચારે બાજુએ સરખી ન હોય અને જેના ખૂણાએ પણ કાટખૂણા ન હોય તેને -હૉમ્બાઇડ કહે છે. -હોમ્બસ અને -હૉમ્બાઇડ ચોખૂણ સમાંતર બાજુ ચોખૂણ હોયછે, કેમકે તેની સામસામેની બાજુએ સમાંતર હોયછે, તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીત.

નિયમ ૩જો:—સમાંતર બાજુ ચોખૂણનું ક્ષેત્રફળ પાયો અને સાંમેના ખૂણાથી પાયાપર લંબ લાંટી દોરીએ એ એના ગુણાકારની બરાબર છે.

કારણ—સમાંતર બાજુ ચોખૂણના પાયા ઉપર સામેના બંને ખૂણાથી

લંબ દોરીશું, તો તે બંને લંબથી એક કાટખૂણુ ચોખૂણુ થશે. એ કાટખૂણુ ચોખૂણુનું ક્ષેત્રફળ પ્રથમ કહેલા સમાંતર બાજુ ચોખૂણુની યુક્લિડની ભૂમિતિના ૧લા સ્કંધની ૩૫મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે બરાબર છે. કેમકે બંને ચોખૂણુ એકજ પાયાપર તથા એકજ સમાંતર લીટીની વચ્ચે છે. માટે સમાંતર બાજુ ચોખૂણુનું ક્ષેત્રફળ પાયો અને પાયાના સામેના ખૂણાથી દોરેલા લંબની બરાબર છે.

સમાંતર બાજુ ચોખૂણુનું ક્ષેત્રફળ અને પાયો કે લંબ આપે તો ક્ષેત્રફળને પાયા કે લંબે ભાગવાથી લંબ કે પાયો નીકળી શકે. આ નિયમ લંબ ચોરસ અને ચોરસને લાગુ પડેછે.

૪. ત્રિકોણ.

નિયમ ૪થો:—હરકોઇ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો પાયો અને સામેના ખૂણાથી પાયાપર દોરેલો લંબ એ બેના ગુણાકારને બેએ ભાગવાથી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ નીકળે છે.

કારણ—એકજ પાયાપર અને એકજ સમાંતર લીટી વચ્ચેના ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ સમાંતર બાજુ ચોખૂણથી યુક્લિડની ભૂમિતિના ૧ લા સ્કંધની ૪૧ મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે અર્ધું છે. ને કાટખૂણુ ચોખૂણુનું ક્ષેત્રફળ પાયો ને લંબના ગુણાકારની બરાબર છે માટે તેના અર્ધની બરાબર ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ થાય.

કાટખૂણુ ત્રિકોણમાં સામેના ખૂણાથી પાયાપર લંબ દોરીએ તે કાટખૂણો કરનારી બીજી બાજુજ થાય, માટે તેમાં કાટખૂણો કરનારી બે બાજુના ગુણાકારના અર્ધની બરાબર ક્ષેત્રફળ થાય.

જો કાટખૂણ ત્રિકોણમાં કર્ણ તથા પાયો આપ્યો હોય અગર કર્ણ તથા લંબ આપ્યો હોય તો પાછળ રેષામાપમાં બતાવ્યા પ્રમાણે લંબ અથવા પાયો કાઢી પછી ક્ષેત્રફળ કાઢવું.

નિયમ ૫મો:—ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ અને પાયો કે લંબ આપે તે પરથી લંબ કે પાયો કાઢવો હોય તો ક્ષેત્રફળને બમણું કરી પાયા કે લંબે ભાગવા.

ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ અને પાયો કે લંબ આપે તે પરથી કર્ણ કાઢવો હોય તો પ્રથમ ઉપલા નિયમ પ્રમાણે લંબ કે પાયો કાઢી પછી રેષામાપના નિયમ પ્રમાણે કર્ણ કાઢવો.

નિયમ ૬ઠો:—ત્રિકોણની ત્રણ બાજુઓ આપી હોય તે પરથી તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો ત્રિકોણની ત્રણે બાજુઓનો સરવાળો કરી તેનું અર્ધ કરવું. પછી એ અર્ધમાંથી ત્રણે બાજુઓ જૂદી જૂદી બાદ કરવી, પછી એ ત્રણે બાદબાકીઓ અને સરવાળાના અર્ધનો ગુણાકાર કરી તેનું વર્ગમૂળ કાઢવું.

નિયમ ૭ મો:—કોઇ સમબાજુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો એક બાજુનો વર્ગ કરી તેને ચારે ભાગી $\sqrt{3}$ એ ગુણવા.

૫. ત્રાપિઝોઇદ.

જે ચોખૂણાકૃતિની બે સામસામેની બાજુઓ સમાંતર હોય, અને બીજી બે સમાંતર ન હોય તેને ત્રાપિઝોઇદ કહેછે. તેના ક્ષેત્રફળનો નિયમ નીચે મુજબ.

નિયમ ૮ મો:—ત્રાપિઝોઇદનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા માટે જે બે સમાંતર બાજુ હોય તેનો સરવાળો કરી અર્ધ કરવું, એ અર્ધને તે સમાંતર બાજુ વચ્ચેના લંબ અંતરે ગુણવા.

૬. ત્રાપિઝ્યમ.

જે ચોખૂણાકૃતિની હરકોઇ બે બાજુ સમાંતર નથી તેને ત્રાપિઝ્યમ કહેછે. તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાનો નિયમ નીચે મુજબ.

નિયમ ૯ મો:—ત્રાપિઝ્યમમાં કર્ણ લીટી દોરી તેના બે ત્રિકોણો કરવા, પછી ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતે ત્રિકોણોનું ક્ષેત્રફળ કાઢી તેનો સરવાળો કરવો. (ત્રાપિઝ્યમના ક્ષેત્રફળ માટે ચારે બાજુ ને કર્ણ લીટીનું માપ, અથવા કર્ણ લીટી અને તેનાપર સામેના ખૂણાથી દોરેલા લંબનું માપ આપવું જોઇએ.)

૭. બહુખૂણ.

નિયમ ૧૦ મો:—હરકોઇ બહુખૂણનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો તેના ત્રિકોણો કરી જૂદાં જૂદાં ક્ષેત્રફળો કાઢી તેમનો સરવાળો કરવો.

નિયમ ૧૧ મો:—સમબાજુ ષટ્ખૂણાકૃતિનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો એક બાજુનો વર્ગ કરી તેને $\frac{3}{2}\sqrt{3}$ એ ગુણવા.

કારણઃ—સમબાજુ ષટ્ખૂણાકૃત્તિમાં ૭ સમબાજુ ત્રિકોણો પડેછે માટે

$$\frac{\text{એક બાજુનો વર્ગ}}{4}\times 6\times\sqrt{3}=\text{એક બાજુનો વર્ગ}\times\frac{3}{2}\times\sqrt{3}.$$

૮. વર્તુળ કે ગોળ.

કોઇ ગોળનું ક્ષેત્રફળ તેના પરિધના ચોથા ભાગ જેટલી લંબાઇના, અને વ્યાસ જેટલી પહોળાઇના કાટખૂણુ ચોખૂણના ક્ષેત્રફળની બરાબર છે. આ ઉપરથી નીચેનો નિયમ નીકળેછે.

નિયમ ૧૨મો:—(૧) હરકોઇ ગોળનું ક્ષેત્રફળ કાઢવું હોય તો વ્યાસ અને પરિધના ગુણાકારને ચારે ભાગવા. (આ નિયમપરથી નીચેના ત્રણ નિયમ નીકળેછે).

(૨) વ્યાસના વર્ગને ·૭૮૫૪ એ ગુણવા. કારણ—ગોળના ક્ષેત્રફળ = $\frac{\text{વ્યાસ}\times\text{પરિધ}}{4}$ પણ પરિધ=વ્યાસ×૩·૧૪૧૬ છે માટે—

$$\frac{\text{વ્યાસ}\times\text{વ્યાસ}\times 3\cdot1416}{4}=\text{વ્યાસ}^2\times\frac{3\cdot1416}{4}=\text{વ્યાસ}^2\times\cdot7854.$$

(૩) ત્રિજ્યાના વર્ગને ૩·૧૪૧૬ એ ગુણવા. કારણ—ગોળના ક્ષેત્રફળ $= \frac{\text{વ્યાસ} \times \text{પરિઘ}}{૪} = \frac{\text{૨ત્રિજ્યા} \times \text{૨ત્રિજ્યા} \times ૩·૧૪૧૬}{૪} = \frac{\text{૪ત્રિજ્યા}^2 \times ૩·૧૪૧૬}{૪}$ $=\text{ત્રિજ્યા}^2 \times ૩·૧૪૧૬$.

(૪) પરિઘના વર્ગને ·૦૭૯૫૮ એ ગુણવા. કારણ—ગોળના ક્ષેત્રફળ $= \frac{\text{વ્યાસ} \times \text{પરિઘ}}{૪} = \frac{\text{પરિઘ}}{૩·૧૪૧૬} \times \frac{\text{પરિઘ}}{૪} = \frac{\text{પરિઘ}^૨}{૧૨·૫૬૬૩૭૨} = \text{પરિઘ}^૨ \times \frac{૧}{૧૨·૫૬૬૩૭૨} = \text{પરિઘ}^૨ \times ·૦૭૯૫૮$.

નિયમ ૧૩મો:—આપેલા ક્ષેત્રફળના ગોળનો વ્યાસ, ત્રિજ્યા કે પરિઘ કાઢવા વિષે—

(૧) ક્ષેત્રફળને ·૭૮૫૪એ ભાગી ભાગાકારનું વર્ગમૂળ કાઢેથી વ્યાસ નીકળે.

(૨) ક્ષેત્રફળને ૩·૧૪૧૬એ ભાગી ભાગાકારનું વર્ગમૂળ કાઢેથી ત્રિ. નિકળે.

(૩) ક્ષેત્રફળને ·૦૭૯૫૮એ ભાગી ભાગાકારનુંવર્ગમૂળ કાઢેથી પરિઘ નીકળે.

નિયમ ૧૪મો :—બે ગોળના પરિઘોની વચમાં જે જગ્યાછે તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવા વિષે.—

(૧) પાછળ બતાવેલી રીત પ્રમાણે બે ગોળનાં જૂદાં જૂદાં ક્ષેત્રફળો કાઢી તેઓની બાદબાકી કરવી, તેનું કારણ દેખીતુ છે.

(૨) મોટા ગોળના ક્ષેત્રફળ—નાના ગોળના ક્ષેત્રફળ=મોટા ગોળના વ્યાસ^૨ ×·૭૮૫૪—નાના ગોળના વ્યાસ^૨ × ·૭૮૫૪=(મોટા ગોળના વ્યાસ^૨ —નાના ગોળના વ્યાસ^૨)×·૭૮૫૪. એટલે મોટા ગોળના વ્યાસના વર્ગમાંથી નાના ગોળના વ્યાસનો વર્ગ બાદ કરી બાદબાકીને ·૭૮૫૪એ ગુણવા.

(૩) બંને વ્યાસોના સરવાળાને તે બે વ્યાસોની બાદબાકીએ ગુણી ગુણાકારને ·૭૮૫૪એ ગુણવા. કારણ—કોઇ પણ બે સંખ્યાનો સરવાળો ને તેજ બે સંખ્યાની બાદબાકીનો ગુણાકાર તે, તે બે સંખ્યાના વર્ગોની બાદબાકી બરાબર છે. જેમકે (૫+૩) × (૫ — ૩) = ૫^૨ — ૩^૨=૧૬. માટે મોટા વ્યાસ^૨ — નાના વ્યાસ^૨ = (મોટા વ્યાસ +નાનો વ્યાસ) × (મોટો વ્યાસ— નાનો વ્યાસ). (આવા દાખલાઓમાં હમેશાં ૩જા નિયમનો ઉપયોગ કરવો).

લા. અં. મનોયત્ન ૭૭.

દા. ૫. (૪થા નિયમની બીજી કલમ પ્રમાણે) $\sqrt{}$(૫૫૨॥^{૨}— ૫૧૦^૨) =$\sqrt{}$૪૫૧૫૬·૨૫ = ૨૧૨॥ ફૂટ લંબ. માટે ૫૧૦ × ૨૧૨॥ ÷૨ = ૫૪૧૮૭½ ચો. ફૂટ. = એ. ૧—૦—૩૯—૧—૦—૧૦૮ જવાબ.

દા. ૬. (૭મા નિયમ પ્રમાણે) ૧૬^૨ ÷૪ × $\sqrt{}$૩=૬૪ $\sqrt{}$ ૩ = $\sqrt{}$,

૧૨૨૮૮=૧૧૦·૮૫૧૨ ચો. સાં.=૧૧·૦૮૫૧૨ એકર=૧૧ એ. ૩·૪૦૪૮ ગું.

દા. ૯ $\frac{૧}{૪}$×$\frac{૧}{૪}$=$\frac{૧}{૧૬}$ ચો. મૈલ×૬૪૦=૪૦ એકર જવાબ.

દા. ૧૦. (૯ નિ. પ્ર.) ૩૦૦ + ૧૨૦ + ૨૦૦ = ૬૨૦ ÷ ૨ = ૩૧૦; ૩૧૦−૩૦૦ = ૧૦, ૩૧૦ − ૧૨૦ = ૧૯૦, ૩૧૦ − ૨૦૦ = ૧૧૦; હવે $\sqrt{૩૧૦ × ૧૦ × ૧૯૦ × ૧૧૦}$ = $\sqrt{૬૪૭૯૦૦૦૦}$ = ૮૦૪૯·૨ ચો. યા.; તેમજ $\sqrt{૩૪૦ × ૪૦ × ૧૮૦ × ૧૨૦}$ = $\sqrt{૨૯૩૭૬૦૦૦૦}$ = ૧૭૧૩૯·૪ ચો. યાર્ડ. હવે ૮૦૪૯·૨ + ૧૭૧૩૯·૪ = ૨૫૧૮૮·૬ ચો. યા. ÷૪૮૪૦ = ૫·૨૦૪ એકર જ.

દા. ૧૧. જેની દરેક બાજુ ૨૪ યાર્ડની હોય એવા ૭ સમબાજુ ત્રિકોણ એ બાગના થાય તે માટે (૧૧ નિ. પ્ર.) ૨૪^{૨}×$\frac{૩}{૨}$$\sqrt{૩}$ = ૮૬૪$\sqrt{૩}$ = $\sqrt{૨૨૩૯૪૮૮}$ = ૧૪૯૬·૪૯૧ ચો. યા. જ.

દા. ૧૪. ૧૮^{૨} + ૮૯૧^{૨} = $\frac{૩૨૪}{૭૬૩૮૮૧}$ ગણું જવાબ.

દા. ૧૫. $\frac{૪૯ × ૮}{૨}$ = ૧૯૬ ચો. સાં. માટે $\sqrt{૧૯૬}$ = ૧૪ સાંકળ જ.

દા. ૧૭. (૧લા નિ. ની ૨જી કલમ પ્ર.) ૧૩૯$\frac{૧}{૫}$×૧૦ = ૧૩૯૨ ચો. સાં. ÷ ૫૮ સાં. = ૨૪ સાં. જવાબ.

દા. ૧૮. ૧૬૦ × ૩ × ૦।।। = ૩૬૦ ચો. ફૂ. કાગળ વર્યા માટે ૩૬૦ ÷ ૧૦ = ૩૬ ફૂટ ઊંચાઇ. જવાબ.

દા. ૧૯. (૫મા નિ. પ્ર.) ૯$\frac{૧}{૫}$×૧૦ = ૯૨ ચો. સાં.×૨ ÷૨૩ = ૮ સાં. લંબ જવાબ.

દા. ૨૦. (૧૪મા નિ. ૩જી ક. પ્ર.) ૨૫૦ × ૨ = ૫૦૦ ફૂ. પહેલા ગોળનો વ્યાસ, ને ૪૮૦ ફૂ. બીજા ગોળનો વ્યાસ. એવા બે ગોળની વચલી જગ્યા કાઢવી છે માટે (૫૦૦ + ૪૮૦) × (૫૦૦−૪૮૦) × ·૭૮૫૪ = ૧૫૩૯૩ ·૮૪ ચો. ફૂ. = ૩૬ ૧−૧૬−૧૬−૩·૮૪ પહેલો ગોળ મોટો.

દા. ૨૧. ૧૧૫૨ × ૨ = ૨૩૦૪ ચો. ફૂ. ક્ષેત્રફળ લંબાઇ જેટલી પહોળાઇ હોત તો થાત. તો $\sqrt{૨૩૦૪}$ = ૪૮ ફૂટ લંબાઇ, ને ૪૮ ÷ ૨ = ૨૪ ફૂટ પહોળાઇ.

દા. ૨૨. ૧૨૦ × ૧૦ = ૧૨૦૦ ચો. સાં. ક્ષેત્રફળ, ને ૧૯૮૦ ÷ ૬૬ = ૩૦ સાં. એક બાજુ. માટે ૧૨૦૦ ÷ ૩૦ = ૪૦ સાં. બીજી બાજુ. હવે કાટખૂણુ ચોખૂણુની ૩૦ ને ૪૦ સાંકળની બાજુઓ હોય એનો કર્ણ કાઢવા માટે $\sqrt{(૩૦^{૨} + ૪૦^{૨})}$ = $\sqrt{૨૫૦૦}$ = ૫૦ સાં. જવાબ.

દા. ૨૩. ચોરસની બે બાજુના વર્ગોના સરવાળા બરાબર કર્ણનો વર્ગ થાય માટે કર્ણ ૧૩૨૦^{૨} ÷ ૨ = ૮૭૧૨૦૦ ચો. ફૂ. એક બાજુનો વર્ગ, માટે

ચોરસનું ક્ષેત્રફળ પણ એજ છે. તેથી દરેકને ૮૭૧૨૦૦ ÷ ૨ = ૪૩૫૬૦૦ ચો. ફૂ. ÷ ૧૦૮૯ ÷ ૪૦ = ૧૦ એ. જવાબ.

દા. ૨૪. (૬ઠ્ઠા નિ. પ્ર.) √(૬૦૦ × ૩૦૦ × ૨૦૦ × ૧૦૦) = √(૩૬૦૦૦૦૦૦૦૦) = ૬૦૦૦૦ ચો. ફૂ. ક્ષેત્રફળ. હવે (૫મા નિ. પ્ર.) ૬૦૦૦૦ × ૨ ÷ ૫૦૦ = ૨૪૦ ફૂટ લંબ જવાબ.

દા. ૨૫. (૬ઠ્ઠા નિ. પ્ર.) √(૪૫ × ૭॥ × ૨૨॥ × ૧૫) = √(૧૫ × ૩ × ૩ × ૨॥ × ૨॥ × ૩ × ૩ × ૧૫) = ૧૫ × ૩ × ૨॥ × ૩ = ૩૩૭॥ ચો. ફૂ. ક્ષેત્રફળ. હવે (૫મા નિ. પ્ર.) ૩૩૭॥ × ૨ ÷ ૩૭॥ = ૧૮ ફૂટ લંબ જવાબ.

દા. ૨૬. √(૪૭૬ × ૫૬ × ૧૬૮ × ૨૫૨) = √(૧૧૨૮૫૦૮૪૧૬) = ૩૩૫૯૩·૨૭૯ ચો. ફૂ. ક્ષેત્રફળ; √(૪૩૪ × ૧૪ × ૧૫૪ × ૨૬૬) = √(૨૪૮૮૯૭૨૬૪) = ૧૫૭૭૬·૪૭૮ ચો. ફૂ. ક્ષેત્રફળ. માટે આખા ચોખૂણનું ક્ષેત્રફળ ૩૩૫૯૩·૨૭૯ + ૧૫૭૭૬·૪૭૮ = ૪૯૩૬૯·૭૫૭ ચો. ફૂટ થયું. હવે એટલાજ ક્ષેત્રફળવાળા ગોળ ખેતરનો વ્યાસ (નિયમ ૧૩માંની ૧લી કલમ પ્રમાણે) √(૪૯૩૬૯·૭૫૭ ÷ ·૭૮૫૪) = √(૬૨૮૫૯·૩૭૯૯) = ૨૫૦·૭૧૭ ફૂ. જ.

દા. ૨૭. ૪૦² = ૧૬૦૦ ચો. સાં. ચોરસ ને ગોળ ખેતર. માટે ગોળના વ્યાસ = √(૧૬૦૦ ÷ ·૭૮૫૪) = √(૨૦૩૭·૧૭૮૫) = ૪૫·૧૩૫ સાં. વ્યા. જ.

દા. ૨૮. (નિયમ ૧૩માની ૩જી કલમ પ્રમાણે) ૧૯૮૯½ × ૧૦ = ૧૯૮૯૫ ચો. સાં. હવે પરિઘ = √(૧૯૮૯૫ ÷ ·૦૭૯૫૮) = √(૨૫૦૦૦૦) = ૫૦૦ સાં. ૫૦૦ × ૨૨ = ૧૧૦૦૦ યાર્ડ. ૧:૧૧૦૦૦::૨॥ આના:રૂ. ૧૭૧૮ –૧૨–૦ જવાબ.

દા. ૨૯. ૮ 1/10 એ. × ૧૦ = ૮૧ ચો. સાં. ચોરસ ખેતર. તેની એક બાજુ = √૮૧ = ૯ સાંકળ. તેની દરેક તરફ ૧૩૨ ÷ ૬૬ = ૨ સાંકળ જમીન પડતર રાખી માટે ચોરસ બાગની એક બાજુ ૯ – ૨ – ૨ = ૫ સાંકળની થઇ માટે બાગનું ક્ષેત્રફળ ૫² = ૨૫ ચો. સાં. = ૧ એ. ૨૦ ગું. જવાબ.

દા. ૩૦. (૧૪મા નિયમની ૩જી કલમ પ્રમાણે) બાગનો વ્યાસ ૫૦૦ ફૂટ ને રસ્તા સાથે બાગનો વ્યાસ ૫૦૦ + ૧૨ + ૧૨ = ૫૨૪ ફૂટ. હવે ૫૦૦ ને ૫૨૪ ફૂટ વ્યાસના બે ગોળોની વચલી જગ્યા કાઢવી છે માટે (૫૨૪ + ૫૦૦) × (૫૨૪ – ૫૦૦) × ·૭૮૫૪ = ૧૯૩૦૧·૯૯૦૪ ચો. ફૂટ રસ્તાનું ક્ષેત્રફળ જ.

ઘનફળ.

૧. કાટખૂણ પ્રીઝમ.

જે નક્કર પદાર્થનાં સામસામેનાં પૃષ્ટ સમાંતર હોય તેને **પ્રીઝમ** કહેછે. જે પ્રીઝમનાં પાસપાસેનાં પૃષ્ટ એક બીજા ઉપર લંબ હોય તેને **કાટખૂણ પ્રીઝમ** કહેછે. ઉદા. પેટી, કબાટ, ઇ૦. તેનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—

નિયમ ૧લો:—કાટખૂણુ પ્રીઝમનું ઘનફળ કાઢવાનું હોય તો લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇનો ગુણાકાર કરવો. કારણ—સપાટ સફાઇના આકારનું માપ જેમ ચોરસમાપથી બતાવાયછે, તેમ નક્કર પદાર્થનું માપ ઘનમાપથી બતાવાયછે. ઘનમાપ એટલે જેની લંબાઇ, પહોળાઈ, અને જાડાઇ સરખી હોય તે. જેમકે ૧ ઘનઇંચ એટલે ૧ ઇંચ લાંબું, ૧ ઇંચ પહોળું, ને ૧ ઇંચ જાડું. ૧ ઘનફૂટ એટલે ૧ ફૂટ લાંબું, ૧ ફૂટ પહોળું, ને ૧ ફૂટ જાડું. હવે એક કાટખૂણુ પ્રીઝમ નક્કર પદાર્થ ૪ ફૂટ લાંબો, ૩ ફૂટ પહોળો, ને ૨ ફૂટ જાડો હોય; તો તેમાંથી એક એક ફૂટ લાંબા, ૩ ફૂટ પહોળા ને ૨ ફૂટ જાડા એવા ૪ કડકા થાય; વળી તેના એક એક ફૂટ પહોળા કડકા કર્યા તો ૧૨ થશે, પણ તેની જાડાઇ ૨ ફૂટ રહેશે. હવે જાડાઇમાં પણ એકએક ફૂટના કડકા કર્યા તો ૧ ફૂટ લાંબો, ૧ ફૂટ પહોળો, ને ૧ ફૂટ જાડો એવા ૨૪ કડકા થશે. તે લંબાઇ, પહોળાઇ, ને જાડાઇના ગુણાકારની બરાબર થાયછે.

૨. ઘન.

જે કાટખૂણુ પ્રીઝમની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને જાડાઈ બરાબર હોયછે તેને **ઘન** કહેછે. તેનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—

નિયમ ૨ જો:—હરકોઇ ઘનનું ઘનફળ તેની એક બાજુના ઘનની બરાબર છે. કેમકે ઘનાકારની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને જાડાઇ બરાબર હોયછે, માટે એ ત્રણેનો ગુણાકાર તે એક બાજુના ઘનની બરાબર થવો જોઇએ. તે શીખવવાની રીત પાછળ પૃષ્ટ   મે આપેલીછે.

હરકોઇ ઘનનું ઘનફળ આપેલું હોય, તે પરથી તેની બાજુઓ કાઢવી હોય તો આપેલા ઘનફળનું ઘનમૂળ કાઢવું.

૩. નળાકાર.

કાટખૂણીઆ સમાંતર બાજુ ચોખૂણનું તેની એક સ્થિર રહેલી બાજુપર પરિભ્રમણ કરવાથી જે ઘન આકૃતિ બને તેને **નળાકાર** કે ભૂંગળું કહેછે, તે સ્થિર બાજુને **નળાકારનો આંસ** કહેછે, અને સમાંતર બાજુ ચોખૂણની બે સામસામેની બાજુઓના ભ્રમણથી જે વર્તુળો બનેછે તેને **નળાકારના પાયા** કહેછે. નળાકારનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—

નિયમ ૩ જો:—નળાકારનું ઘનફળ કાઢવા માટે પાયાના ક્ષેત્રફળને તેની ઊંચાઇએ ગુણવા. કેમકે એ નળાકાર બધેથી સરખો હોવાને લીધે પાયાના ક્ષેત્રફળ જેટલુંજ માપ છેવટ સૂધી હોયછે.

૪. ચોખંડાં ને ગોળ લાકડાંનું ઘનફળ કાઢવાની વેપારીની રીત.

કોષ્ટક:—૨૪ વિસવાસીનો ૧ વસો, ૨૪ વસાનો ૧ ઘનગજ.

નિયમ ૪ થો:—તેનો સરાસરી ઘેર*કાઢી તેને ચારે ભાગી જેટલા તસુ ભાગાકાર આવે, તેના વર્ગને લંબાઇના ગજે ગુણવા. ગુણાકાર આવે તેટલી વિસવાસી જવાબ.

ટીકા:—જે ચોખંડા પાટડાની ચારે બાજુ સરખી નથી, તેવા દાખલામાં વેપારીની રીતે કસર આવેછે. કેમકે નાની મોટી સંખ્યાના ગુણાકાર કરતાં તેમના સરવાળાના અર્ધનો વર્ગ હમેશાં વધારે આવે. (યુક્લિડની ભૂમિતિના બીજા સ્કંધની ૫મી પ્રતિજ્ઞા પ્રમાણે). માટે પહોળાઇ ને જાડાઇ જૂદી હોય તો ખરા ધનફળ કરતાં જવાબ વધારે આવેછે.

ગોળ લાકડાંનું ધનફળ વેપારીની રીતે ખરા ધનફળ કરતા હમેશાં ઓછું આવેછે. જેમ, એક ગોળ લાકડાનો સરાસરી ઘેર ૮ તસુ ને લંબાઈ ૧૦ ગજ તો તેનું ધનફળ કેટલું?

વેપારીની રીતે:—૮ ÷ ૪ = ૨, ૨ × ૨ × ૧૦ = ૪૦ વિસવાસી = ૨ વસા જ.

ખરી રીતે—૮ × ૮ × ·૦૭૯૫૮ × ૧૦ = ૫૦·૯૩૧૨ વિસવાસી જવાબ.

☞ લાકડાંના હિસાબ વેપારીની રીતે ગણવાનું ન કહેલું હોય ત્યાં ખરી રીતે હિસાબ ગણવા.

૫. બે પાસાં સરખાં હોય એવા ત્રિકોણાકાર સ્તંભ.

નિયમ ૫મો:—ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થનું ધનફળ પાયાના ક્ષેત્રફળને ઊંચાઇએ ગુણવાથી નીકળેછે. કારણ—ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થ કાટખૂણ પ્રીઝમનું અર્ધછે, (શિક્ષકે કાટખૂણ પ્રીઝમ લઈ તેના કર્ણ લીટીમાં વહેરવાથી બે ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થ થાયછે એમ કરી બતાવવું) ને કાટખૂણ પ્રીઝમનું ધનફળ લંબાઇ × પહોળાઇ × ઊંચાઇની બરાબર છે. એટલે એક બાજુના ક્ષેત્રફળને ઊંચાઇએ ગુણવાની બરાબર છે. ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થના પાયાનું ક્ષેત્રફળ ત્રિકોણના પાયા ને લંબના ગુણાકારનું અર્ધ છે, માટે તેને ઊંચાઇએ ગુણીશું તો ગુણાકાર કાટખૂણ પ્રીઝમના ધનફળનાઅર્ધ જેટલો આવશે. માટે ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થનું ધનફળ પાયાના ક્ષેત્રફળને ઊંચાઇએ ગુણ્યાથી નીકળેછે.

૬. બે પાસાં સરખાં હોય એવો બહુ ખૂણાકાર સ્તંભ.

નિયમ છઠ્ઠો:—તેના પાયાના ક્ષેત્રફળને ઊંચાઇએ ગુણવા.

૭. ગોળો.

બધી તરફથી સરખો ગોળ હોય તેને ગોળો કહેછે. એ ગોળો બંને તરફ-

---

* પહોળાઇ અને ઊંચાઇના સરવાળાને બમણા કરીએ તેટલો એક ઠેકાણાનો ઘેર. એવા જેટલા ઠેકાણાનો ઘેર ભર્યો હોય તેના સરવાળાને તેટલાએ ભાગવા.

થી ખુલ્લા એવા એક ભૂંગળામાં રહે તો તે ભૂંગળાના ઘનફળનું $\frac{૨}{૩}$ ઘનફળ એ ગોળાનું થાયછે. એવા ભૂંગળાને સીલીંડર કહેછે. એ સીલીંડરની ઊંચાઇ અને ગોળાનો વ્યાસ સરખો હોવો જોઇએ. તેમજ સીલીંડરના ગોળાનો પરિઘ ને ગોળાનો પરિઘ પણ સરખો હોવો જોઇએ.

નિયમ ૭મો:—(૧) ગોળાનું ઘનફળ કાઢવું હોય તો ગોળાના પૃષ્ટફળને આંસે (વ્યાસે) ગુણી ગુણાકારને છએ ભાગવા અથવા તેનો $\frac{૧}{૬}$ લેવો.

કારણ—સીલીંડરનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય તો સીલીંડરના પરિઘને ઊંચાઇએ ગુણવા. અથવા વ્યાસના વર્ગને ૩·૧૪૧૬એ ગુણવા કેમકે ઊંચાઇ ને વ્યાસ સરખાં છે. પણ વ્યાસના વર્ગને ૩·૧૪૧૬એ ગુણી ચારે ભાગે તો સીલીંડરના પાયાના ગોળનું ક્ષેત્રફળ આવે. માટે $\frac{\text{વ્યાસ}^2 \times ૩·૧૪૧૬}{૪}$ = સીલીંડરના પાયાના ગોળનું ક્ષેત્રફળ. તેને ઊંચાઇએ અથવા વ્યાસે ગુણે તો સીલીંડરનું ઘનફળ આવે. માટે $\frac{\text{વ્યાસ}^2 \times ૩·૧૪૧૬}{૪} \times$ વ્યાસ = સીલીંડરનું ઘનફળ અથવા તેના $\frac{૨}{૩}$ તે ગોળાનું ઘનફળ. માટે $\frac{\text{વ્યાસ}^2 \times ૩·૧૪૧૬}{૪} \times$ વ્યાસના $\frac{૨}{૩}$ = વ્યાસ^2 × ૩·૧૪૧૬ × વ્યાસના $\frac{૧}{૬}$ એ ગોળાનું ઘનફળ. પણ વ્યાસ^2 × ૩·૧૪૧૬ એ ગોળાનું પૃષ્ટફળ છે માટે ગોળાનું પૃષ્ટફળ × વ્યાસ (આંસ)ના $\frac{૧}{૬}$ = ગોળાનું ઘનફળ. (આ નિયમ-પરથી નીચેના ત્રણ નિયમ નીકળેછે.

(૨) વ્યાસના ઘનને ·૫૨૩૬એ ગુણવાથી ગોળાનું ઘનફળ નીકળે. કારણ. ગોળાના ઘનફળ = $\frac{\text{ગોળાનું પૃષ્ટફળ} \times \text{વ્યાસ}}{૬} = \frac{\text{ગોળાના વ્યાસ}^2 \times ૩·૧૪૧૬ \times \text{વ્યાસ}}{૬}$

$= \frac{\text{વ્યાસ}^3 \times ૩·૧૪૧૬}{૬}$ = વ્યાસ^3 × ·૫૨૩૬

(૩) પરિઘના ઘનને ·૦૧૬૮૮એ ગુણવાથી ગોળાનું ઘનફળ નીકળે. કારણ—ગોળાના ઘનફળ=વ્યાસ^3 × ·૫૨૩૬. પણ વ્યાસ કરતાં પરિઘ ૩·૧૪૧૬ ગણો છે માટે વ્યાસના ઘન કરતાં પરિઘનો ઘન (૩·૧૪૧૬)^3 ગણો વધારે આવે. માટે વ્યાસના ઘનને ·૫૨૩૬ વડે ગુણવાછે તેને બદલે પરિઘના ઘનને $\frac{·૫૨૩૬}{(૩·૧૪૧૬)^3}$ વડે ગુણવાના આવે, પણ $\frac{·૫૨૩૬}{(૩·૧૪૧૬)}$ તે ·૦૧૬૮૮ છે. માટે પરિઘના ઘનને ·૦૧૬૮૮એ ગુણવા.

(૪) ત્રિજ્યાના ઘનને ૪·૧૯એ ગુણવાથી ગોળાનું ઘનફળ આવે. કારણ—બીજા નિયમપરથી ગોળાનું ઘનફળ=વ્યાસ^3 × ·૫૨૩૬ = વ્યાસ × વ્યાસ × વ્યાસ × ·૫૨૩૬ = ૨ ત્રિજ્યા×૨ ત્રિજ્યા×૨ ત્રિજ્યા×·૫૨૩૬ = ૮ × ત્રિજ્યા^{3} × ·૫૨૩૬ = ત્રિજ્યા^{3} × ૪·૧૮૮૮ = ત્રિજ્યા^{3} × ૪·૧૯ લગભગ.

નિયમ ૮ મો.—આપેલા ઘનફળના ગોળાનો વ્યાસ, પરિઘ, કે ત્રિજ્યા કાઢવા વિષે—

(૧) ઘનફળને ·૫૨૩૬ એ ભાગી ભાગાકારનું ઘનમૂળ કાઢેથી વ્યાસ નીકળે.

(૨) ઘનફળને ·૦૧૬૮૮ એ ભાગી ભાગાકારનું ઘનમૂળ કાઢેથી પરિઘ નીકળે.

(૩) ઘનફળને ૪·૧૯ એ ભાગી ભાગાકારનું ઘનમૂળ કાઢેથી ત્રિજ્યા નીકળે.

૮ શંકુ.

કાટખૂણ ત્રિકોણની જે બાજુઓથી કાટખૂણો બનેછે, તેમાંની એક સ્થિર રહેલી બાજુપર તે ત્રિકોણના પરિભ્રમણથી જે ઘનાકાર થાય તેને શંકુ કહેછે, અને તે સ્થિર બાજુને શંકુનો **આંસ** કહેછે. શંકુનું ઘનફળ કાઢવાની રીત—

નિયમ ૯ મો:—કોઇ શંકુ આકારનું ઘનફળ કાઢવું હોય તો તેના પાયાના ક્ષેત્રફળને લંબાઇએ ગુણી ત્રણે ભાગવા. કેમકે ત્રિકોણાકાર નક્કર પદાર્થ જેમ કાટખૂણ પ્રીઝમનો બીજો ભાગ છે, તેમ શંકવાકાર નક્કર પદાર્થ કાટખૂણ પ્રીઝમનો ત્રીજો ભાગ છે. એટલે કાટખૂણ પ્રીઝમના ત્રિકોણાકાર નક્કર ભાગ કરીએ તો ૨, ને શંકવાકાર નક્કર ભાગ કરીએ તો ૩ થાય.

ટીકા:—શંકુનો પાયો ગોળજ હોય એમ નથી. ત્રિકોણાકાર, ચોરસ વગેરે જાતનો પણ હોય. માટે જે જાતનો પાયો હોય તેનું ક્ષેત્રફળ કાઢવાની રીતે ક્ષેત્રફળ કાઢી લંબાઇએ ગુણી ત્રણે ભાગવાથી શંકુનું ઘનફળ આવશે.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૮.

દા. ૪. $૧૬ \times \frac{૧૦}{૨૪} \times \frac{૧૨}{૨૪} = ૩\frac{૧}{૩}$ ઘ. ગ. ખરૂં માપ. અને (૪થા નિ. પ્ર.) (૧૦ + ૧૨) ૨=૪૪ તસુ ઘેર છે માટે $(\frac{૪૪}{૪})^૨ \times ૧૬ =$ ૧૯૩૬ વિસવાસી$\times \frac{૧}{૨૪} \times \frac{૧}{૨૪} = ૩\frac{૧૩}{૩૬}$ ઘ. ગ. વેપારીની રીતે. માટે $૩\frac{૧૩}{૩૬} - ૩\frac{૧}{૩} = \frac{૧}{૩૬}$ ઘ. ગજ વેપારીની રીતે વધારે.

દા. ૬. (૩જા નિ. પ્ર.) $૫^૨ \times ·૦૭૯૫૮ \times ૨૦ = ૩૯·૭૯$ ઘ. ફૂ. જવાબ.

દા. ૮, $૧૨^૨ \times ·૭૮૫૪ \times ૧૧ = ૧૨૪૪·૦૭૩૬$ ઘનફૂટ જવાબ.

દા. ૧૦. (૭મા નિયમની ૨જી કલમ પ્રમાણે) $(૨\frac{૧}{૪})^૩ \times ·૫૨૩૬ =$ ૫·૯૬૪૧૩૧૨૫ ઘનફૂટ.

દા. ૧૩. $(\frac{૪}{૩})^૨ \div ૪ \times \sqrt{૩} = \frac{૪}{૯}\sqrt{૩}$ પાયાનું ક્ષેત્રફળ. હવે (૫મા નિ. પ્ર.) $\frac{૪}{૯}\sqrt{૩} \times ૧૦ = \frac{૪૦}{૯}\sqrt{૩}$ ઘનફળ$= \sqrt{\frac{૧૬૦૦}{૮૧} \times ૩} = \sqrt{\frac{૧૬૦૦}{૨૭}} = \sqrt{૫૯·૨૫૯} = ૭·૬૯૮$ ઘનફૂટ જવાબ.

દા. ૧૪. $(\frac{૨}{૩})^૨ \times \frac{૩}{૨}\sqrt{૩} = \frac{૨}{૩}\sqrt{૩}$ ચો. ફૂ. પાયાનું ક્ષેત્રફળ. માટે (૬ ઠ્ઠા નિ. પ્ર.) $\frac{૨}{૩}\sqrt{૩} \times ૮\sqrt{૩} = \frac{૧૬}{૩}\sqrt{૯} = \frac{૧૬}{૩} \times ૩ = ૧૬$ ઘ. ફુટ જવાબ.

દા. ૧૫. એક ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ $= \sqrt{૧૮ \times ૮ \times ૫ \times ૫} = ૬૦$ ચો.

ઇં. તો આઠ ત્રિકોણના ક્ષેત્રફળ = ૬૦×૮=૪૮૦ ચો. ઇં. પાયાંનું ક્ષેત્રફળ. હવે (૬ઠ્ઠા નિ. પ્ર.) $\frac{૪૮૦}{૧૪૪}$ × ૧૨ = ૪૦ ઘનફૂટ જવાબ.

દા. ૧૮. ૧૦૦૦÷૧॥=૫૭૧$\frac{૩}{૭}$ ઘ. ફૂ. કોઠાર. માટે ૫૭૧$\frac{૩}{૭}$÷(૮×૬) =૧૧$\frac{૧૯}{૨૧}$ ફૂ. ઊં. જવાબ.

દા. ૧૯. પાણીના ઘનફળ = ૯^{૨}× ·૭૮૫૪×૧૩ = ૮૨૭·૦૨૬૨ ઘ. ફૂ., ૧ : ૮૨૭·૦૨૬૨ : : ૧૦૦૦ ઔંસ : ટન ૨૩–૧–૨—૧—૨·૨ જ.

દા. ૨૧. પૃથ્વીનો વ્યાસ ૧ તો સૂર્યનો વ્યાસ ૧૧૨·૦૬ માટે ૧^{૩}× ·૫૨૩૬=·૫૨૩૬ પૃથ્વીનું ઘનફળ ૧૧૨·૦૬^{૩}×·૫૨૩૬=સૂર્યનું ઘનફળ. માટે ૧૧૨·૦૬^{૩}×·૫૨૩૬÷·૫૨૩૬=૧૪૦૭૧૮૭·૧૨૯૮૧૬ ગણો જ.

દા. ૨૨. ૧×૧×૬=૬ ઘ. ફૂ. ચોરસ થાંભલાનું માપ, ને ૧^{૨}×·૭૮૫૪ ×૬=૪·૭૧૨૪ ઘ. ફૂ. ગોળ થાંભલાનું માપ; માટે ૬–૪·૭૧૨૪=૧·૨૮૭૬ ઘ. ફૂ. ગોળ થાંભલાનું માપ ઓછું. જવાબ.

દા. ૨૩. ·૨^{૨}×·૭૮૫૪×૨૦=૬૨·૮૩૨ ઘ. ફૂ. ગોળ લાકડું. માટે ૬૨· ૮૩૨÷૨૪=૨·૬૧૮ ચો. ફૂ. ચોરસ લાકડાના પાયાનું ક્ષેત્રફળ. તેથી તેની એક બાજુ=$\sqrt{૨·૬૧૮}$=૧·૬૧૮ ફૂટ જવાબ.

દા. ૨૪. (૮મા નિયમની ૩જી કલમ પ્ર.) $\sqrt[૩]{\frac{૧૦૦૦}{૪·૧૯}}$ =૬·૨૦૨ ફૂટ.

દા. ૨૫. ૨×૧॥ × ૧૬ = ૪૮ ઘ. ફૂ. મૂળ લાકડું. તેની લંબાઇની ચારે તરફથી બબે ઇંચ છોલતાં પહોળાઇ અને જાડાઇમાંથી ૨×૨=૪ ઇંચ લાકડું ઘટે. માટે છોલેલા લાકડાની પહોળાઇ=૨–$\frac{૧}{૩}$=૧$\frac{૨}{૩}$ ફૂટ, ને જાડાઇ=૧॥–$\frac{૧}{૩}$= ૧$\frac{૧}{૬}$ ફૂટ. હવે છોલેલા લાકડાના ઘનફળ=૧$\frac{૨}{૩}$ × ૧$\frac{૧}{૬}$ ×૧૬ = ૩૧$\frac{૧}{૯}$ ઘ. ફૂટ. તેથી ૪૮ × જવાબ=૩૧$\frac{૧}{૯}$ માટે જવાબ=૩૧$\frac{૧}{૯}$÷૪૮=$\frac{૩૫}{૫૪}$.

દા. ૨૬. ૩૩ × ૧૪×૧॥॥ × ૨ = ૧૬૧૭ ઘ. ફૂ. લંબાઈની બે ભીંતોનું ઘનફળ. પહોળાઇની ભીંતો લંબાઇની ભીંતોની અંદર પડે માટે ચણતરની પહોળાઇ ૧૮–(૧॥॥×૨) =૧૪॥ ફૂટ. તેથી પહોળાઇની બે ભીંતોનું ઘનફળ= ૧૪॥× ૧૪ × ૧॥॥ × ૨ =૭૧૦॥ ઘ. ફૂ. બે બારણાંનું ઘનફળ= ૪ ×૭× ૧॥॥ × ૨ = ૯૮ ઘ. ફૂ, નવ બારીઓનું ઘનફળ = ૪× ૩ × ૧॥॥× ૯ = ૧૮૯ ઘ. ફૂ. તેથી (૧૬૧૭+૭૧૦॥)–(૯૮+૧૮૯) = ૨૦૪૦ $\frac{૧}{૨}$ ઘ. ફૂ. ચણતર જવાબ.

દા. ૨૭. વ્યાસ^{૨} ×·૭૮૫૪ × ૨૦ = $\frac{૭૮૫૪}{૫}$ ઘ. ફૂ, માટે વ્યાસ^{૨}= $\frac{૭૮૫૪}{૫×·૭૮૫૪×૨૦}$ = $\frac{૭૮૫૪}{૭૮·૫૪}$ = ૧૦૦ તો વ્યાસ=$\sqrt{૧૦૦}$ =૧૦ ફૂટ જવાબ.

દા. ૨૮. ($\frac{૩}{૨}$)^{૨} × ·૭૮૫૪ × ૧૬ = ૨૮·૨૭૪૪ ઘ. ફૂ ગોળ લાકડાનું ઘનફળ. ને $\frac{૩}{૪}$$\sqrt{૨}$ × $\frac{૩}{૪}$$\sqrt{૨}$ ×૧૬ = $\frac{૩}{૪}$ × $\frac{૩}{૪}$ ×૧૬×$\sqrt{૨×૨}$ = $\frac{૩}{૪}$ × $\frac{૩}{૪}$ ×

૧૬ × ૨ = ૧૮ ઘ. ફૂ. છોલેલા ચોરસ લાકડાનું ઘનફળ. તેથી ૨૮·૨૭૪૪—૧૮ = ૧૦·૨૭૪૪ ઘ. ફૂ. જવાબ.

દા. ૨૯. ૨ ફૂટ ભૂંગળાનો બહારનો વ્યાસ, ને ૨—($\frac{૩}{૪}$ × $\frac{૧}{૧૨}$ × ૨) = ૧$\frac{૭}{૮}$ ફૂટ ભૂંગળાનો અંદરનો વ્યાસ. માટે ભૂંગળાના પાયાના પતરાનું ક્ષેત્રફળ (ક્ષેત્રફળના નિ. ૧૪ ની ૩જી કલમ પ્ર.) (૨ + $\frac{૧૫}{૮}$)×(૨—$\frac{૧૫}{૮}$) ×·૭૮૫૪ = ·૩૮૦૪૨૮૧૨૮ ચો. ફૂ. તો પતરાંના ઘનફળ = ·૩૮૦૪૨૮૧૨૮ × ૪ = ૧·૫૨૧૭૧૨૫૧૨ ઘ. ફૂ. જવાબ.

દા. ૩૦. આ દાખલો ઉપરના જેવોજ છે. ૧૫૦ × ૨ + ૫ + ૫ = ૩૧૦ ફૂટ ખાઇ સિવાયનો વ્યાસ, ૩૧૦ + ૮ + ૮ = ૩૨૬ ફૂટ ખાઇ સાથેનો વ્યાસ. માટે (૩૨૬ + ૩૧૦) × (૩૨૬—૩૧૦) × ·૭૮૫૪=૭૯૯૨·૨૩૦૪ ચો. ફૂ. ખાઇનું ક્ષેત્રફળ. ને ખાઇની માટીના ઘનફળ = ૭૯૯૨·૨૩૦૪ × ૭ = ૫૫૯૪૫·૬૧૨૮ ઘ. ફૂ. જવાબ.

પૃષ્ટફળ.

નક્કર આકૃતિઓની સપાટીના ક્ષેત્રફળને પૃષ્ટફળ કહે છે.

૧. ઘણી સપાટીઓવાળી આકૃતિ.

નિયમ ૧લો:—(૧) ઘણી સપાટીઓવાળી આકૃતિનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય, તો તેની બધી સપાટીઓના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો કરવો.

(૨) પેટી (કાટખૂણ પ્રીઝમ) ને છ બાજુ હોયછે, માટે તેનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય, તો તેની છએ બાજુના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો કરવો.

(૩) જેની લંબાઇ, પહોળાઇ, અને જાડાઇ સરખી હોય; એવા આકારને ઘન કહેછે. ઘનને છ બાજુ હોયછે, ને તે સઘળી સરખી હોયછે, માટે તેનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય, તો એક બાજુનું પૃષ્ટફળ કાઢી તેને છએ ગુણવા.

(૪) ત્રિકોણાકાર સ્તંભનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય, તો તેના પાંચ પૃષ્ટના ક્ષેત્રફળનો સરવાળો કરવો.

૨. ગોળો.

ગોળો એ એક ઘન પદાર્થ છે. તેનું પૃષ્ટ માંહેના એક બિંદુથી સરખે અંતરે હોયછે, તે બિંદુને મધ્ય બિંદુ કહેછે. તેનું પૃષ્ટફળ કાઢવાની રીત—

નિયમ ૨જો:—(૧) ગોળાનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય તો ગોળાના વ્યાસનો અને પરિઘનો ગુણાકાર કરવો. કારણ—એક ગોળાનું પૃષ્ટફળ તેને ફરતા સીલીંડરના પૃષ્ટફળની બરાબર છે. અને સીલીંડરનું પૃષ્ટફળ તેના પાયાના ગોળના પરિઘને ઊંચાઇએ ગુણવાથી આવેછે. આ સિદ્ધતા તે ભૂંગળાને ઉકેલી જોયાથી માલૂમ પડશે. કેમકે એ ભૂંગળાને ઉકેલ્યાથી ચોખંડું થશે, તેથી તેની ઊંચાઇ તે લંબાઇ, ને પાયાના ગોળનો પરિઘ તે પહોળાઇ થશે. એટલે તે ભૂં-

ગળાના પત્રાનું ક્ષેત્રફળ, લંબાઇ ને પહોળાઇના ગુણાકારની બરાબર છે એવું આપણે પાછળ સિદ્ધ કરી ગયા. માટે તે પહોળાઇ એ પરિધ અને ઊંચાઇ એટલે વ્યાસનો ગુણાકાર તે સીલીંડરનું ક્ષેત્રફળ. ને તેટલુંજ ક્ષેત્રફળ એ સીલીંડરમાં સમાઈ રહે, એવા ગોળાનું હોય છે, માટે તે ગોળાના વ્યાસ અને પરિધનો ગુણાકાર તે ગોળાનું પૃષ્ટફળ થશે.

(૨)વ્યાસના વર્ગને ૩·૧૪૧૬એ ગુણવા. કારણ, ગોળાના પૃષ્ટફળ=વ્યાસ × પરિધ = વ્યાસ × વ્યાસ×૩·૧૪૧૬ = વ્યાસ ² × ૩·૧૪૧૬.

(૩) પરિધના વર્ગને ૩·૧૪૧૬ એ ભાગવા. કારણ—ગોળાના પૃષ્ટફળ=

$$\text{વ્યાસ} \times \text{પરિધ} = \frac{\text{પરિધ}}{૩·૧૪૧૬} \times \text{પરિધ} = \frac{\text{પરિધ}^{૨}}{૩·૧૪૧૬}$$

નિયમ ૩જો:—આપેલા પૃષ્ટફળના ગોળાનો વ્યાસ, ત્રિજ્યા કે પરિધ કાઢવા વિષે—

(૧) આપેલા પૃષ્ટફળને ૩·૧૪૧૬એ ભાગી ભાગાકારનું વર્ગમૂળ કાઢેથી વ્યાસ નીકળશે, ને વ્યાસનું અર્ધ કરવાથી ત્રિજ્યા આવશે.

(૨) આપેલા પૃષ્ટફળને ૩·૧૪૧૬ એ ગુણી ગુણાકારનું વર્ગમૂળ કાઢેથી પરિધ આવશે.

૩. શંકુ.

નિયમ ૪થો:—શંકુનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય તો પાયાનો પરિધ અને શંકુની તિરકસ બાજુના ગુણાકારનું અર્ધ કરવું. કેમકે શંકુ ગોળ હશે તો તેનું પૃષ્ટફળ તેવા ગોળ થાંભલાના પૃષ્ટફળથી, અથવા બાજુવાળો હશે તો તેનાં પૃષ્ટોનાં પૃષ્ટફળ તેવા પ્રીઝમના પૃષ્ટફળથી અર્ધું થશે. પછી તેમાં પાયાનું પૃષ્ટફળ ઉમેરવાનું હોય તો જૂદું ઉમેરવું.

શંકુના પાયાનો ઘેર, અને તેની ઉપરની થોડી લંબાઇ ગયા પછીનો પરિધ આપ્યો હોય તે પરથી શંકુની ઊંચાઇ કાઢવી હોય તો પ્રમાણ ભાગની રીતે નીકળી શકે. જેમ એક શંકુના પાયાનો ઘેર ૯ફુટ છે, ને સાત ફુટ ઊંચાઇ પર તેનો પરિધ ૩ ફુટ છે તો તેની ઊંચાઇ કેટલી? રીત—આમાં ૯—૩=૬ ફુટ. ઘેર ૭ ફુટમાં ઘટેછે ને ૩ ફુટ બાકી રહ્યા માટે ૬:૯::૭: ૧૦॥ ફુટ ઊં.

૪. નળાકાર.

નિયમ ૫મો:—નળાકારનું પૃષ્ટફળ કાઢવું હોય તો પાયાના પરિધને ઊંચાઇએ ગુણવા. પણ તેમાં પાયાનું ક્ષેત્રફળ ઉમેરવું હોય તો કાઢીને ઉમેરવું. આની સિદ્ધતા સીલીંડરના પૃષ્ટફળની સિદ્ધતા જેવીજ છે.

લા. અં. મનોયત્ન ૭૯.

દા. ૧. ચોરસ થાંભલાની દરેક બાજુ કાટખૂણ ચોખૂણ થાય માટે ચારે

બાજુના પૃષ્ટફળ=$\frac{૧૦}{૧૨}$×$\frac{૯}{૧}$×$\frac{૪}{૧}$=૩૦ ચો. ફુ. માટે ૩૦×$\frac{૫}{૧૬}$=રૂ. ૯–૬ જવાબ.

દા. ૨. ઘનની છ બાજુના પૃષ્ટફળ=૪^{૨}×૬=૯૬ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૩. ઉપલા ને નીચલા પૃષ્ટના પૃષ્ટફળ=૪$\frac{૧}{૨}$ ફુ. લંબાઇ×૩$\frac{૧}{૨}$ફુ. પહોળાઇ×૨=૨૬$\frac{૭}{૧૮}$ચો. ફુ. લંબાઇના બે પડખાંનું પૃષ્ટફળ=૪$\frac{૧}{૨}$ ફુ. લંબાઇ×૩$\frac{૧}{૪}$ ફુ. ઊંચાઇ×૨=૨૭$\frac{૧}{૧૨}$ ચો. ફુ, પહોળાઇનાં બે પડખાંનું પૃષ્ટફળ=૩$\frac{૧}{૨}$ ફુ. પહોળાઇ×૩$\frac{૧}{૪}$ફુ. ઊંચાઇ×૨=૨૦$\frac{૭}{૧૨}$ ચા. ફુ., માટે ૨૬$\frac{૭}{૧૮}$+૨૭$\frac{૧}{૧૨}$+૨૦$\frac{૭}{૧૨}$= ૭૪$\frac{૧}{૧૮}$ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૪. $\frac{૧૪}{૧૨}$×૧૩×૨=૩૦$\frac{૧}{૩}$ ચો. ફુ. પહોળાઇની બે બાજુનું અને ૧×૧૩×૨=૨૬ ચો. ફુ જાડાઈની બે બાજુનું પૃષ્ટફળ માટે ૩૦$\frac{૧}{૩}$+૨૬=૫૬$\frac{૧}{૩}$ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૫. ૧$\frac{૧}{૬}$×૧૦×૩=૩૫ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૬, ત્રણે બાજુઓના પૃષ્ટફળ=$\frac{૬}{૧૨}$×૧૩+$\frac{૮}{૧૨}$×૧૩+$\frac{૧૦}{૧૨}$×૧૩=$\frac{૨૪}{૧૨}$×૧૩=૨૬ ચો. ફુ., હવે તળીઆ તથા મથાળાનું પૃષ્ટ ત્રિકોણાકાર હોય માટે તેનું પૃષ્ટફળ ત્રિકોણના નિ. પ્રમાણે કાઢતાં. $\sqrt{૧૨×૬×૪×૨}$=$\sqrt{૫૭૬}$=૨૪ચો. ઇં. એક પૃષ્ટનું ને ૨૪×૨=૪૮ ચો. ઇં. બંને પૃષ્ટનું પૃષ્ટફળ. તેથી ૨૬+$\frac{૪૮}{૧૪૪}$=૨૬$\frac{૧}{૩}$ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૭ છએ બાજુનાપૃષ્ટફળ=$\frac{૧૦}{૧૨}$×૧૪$\sqrt{૩}$×૬=૭૦$\sqrt{૩}$=$\sqrt{૪૯૦૦×૩}$=$\sqrt{૧૪૭૦૦}$=૧૨૧·૨૪૩૫ ચો. ફુ. માટે ૧૨૧·૨૪૩૫×$\frac{૩}{૪}$આના×$\frac{૧}{૧૬}$= રૂ. ૫–૧૦–૧૧·૧૯૧૫.

દા. ૮. (પગા નિ. પ્ર.) ૧૫×૧૪=૨૧૦ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૯. ૬·૫^{૨}×·૭૮૫૪×૨=૬૬·૩૬૬૩ ચો. ફુ. ગોળ લાકડાનાં બે પડખાંનું પૃષ્ટફળ. અને લંબાઇના પૃષ્ટફળ=પરિઘ (૬·૫×૩·૧૪૧૬)×૨૪ =૪૯૦·૦૮૯૬ ચો. ફુ. માટે ૬૬·૩૬૬૩+૪૯૦·૦૮૯૬=૫૫૬·૪૫૫૯ ચો. ફુ.

દા. ૧૦. (૪થા નિ. પ્ર.) ૩૮·૭×૩૬÷૨=૬૯૬·૬ ચો. ફુ. જ.

દા. ૧૧. આ દાખલામાં પેટીની અંદરની બાજુની લંબાઇ, પહોળાઇ ને ઊંચાઇનાં સાથે પાટીયાંની જાડાઇ આપેલીછે, તે પરથી કેટલા ચોરસ ફુટ પાટીયાં જોઇએ તે કાઢવાનું છે. માટે આ દાખલો ગણતાં પહેલાં પેટી કેમ બનાવેછે તે જાણવું જોઇએ, તેની સમજુતી:—

(૧) પેટીનું ઢાંકણું તથા તળીઊ પેટીની બહારની બાજુની લંબાઇ, પહોળાઇ જેટલું રાખેછે, માટે તેમાં (પેટીની અંદરની લંબાઇ+પાટીયાંની જાડાઇની બમણાઇ)×(પેટીની અંદરની પહોળાઇ+પાટીયાંની જાડાઇની બમણાઇ)×૨ એટલા ચો. ફુ. પાટીયાં જોઇએ.

(૨) પેટીની લંબાઇનાં પાટીયાં ઢાંકણા અને તળીઆના પાટીયાંની કો-

રની અંદર જડાયછે, માટે તેમાં (પેટીની અંદરની લંબાઇ+પાટીયાંની જાડાઇની બમણાઇ)×પેટીની અંદરની ઊંચાઇ×૨ એટલા ચો. ફુ. પાટીયાં જોઇએ.

(૩) પેટીનાં પડખાં લંબાઇની બાજુનાં પાટીયાંની અંદર જડાયછે, માટે તેમાં પેટીની અંદરની પહોળાઈ×પેટીની અંદરની ઊંચાઇ×૨ એટલા ચો. ફુ. પાટીયાં જોઇએ.

રીતમાં બતાવ્યા મુજબ કૃતિ કરતાં:—(૧) (૪॥ ફુ. + ૧॥ ઇંચ × ૨) × (૪ ફુ. + ૧॥ ઇંચ × ૨) × ૨ = $\frac{૧૯}{૪}$ × $\frac{૧૭}{૪}$ × ૨ = ૪૦$\frac{૩}{૮}$ ચો. ફુ. ઢાંકણાં તથા તળીઆનાં પાટીયાં, (૨) (૪॥ ફુ.+ ૧॥ ઇંચ × ૨) × ૩$\frac{૧૦}{૧૨}$ ×૨= $\frac{૧૯}{૪}$ × $\frac{૨૩}{૬}$ × ૨ = ૩૬$\frac{૫}{૧૨}$ ચો. ફુ. લંબાઇનાં પડખાંનાં પાટીયાં, (૩) ૪ × $\frac{૨૩}{૬}$ × ૨ = ૩૦$\frac{૨}{૩}$ ચો ફુ પહોળાઇનાં પડખાંનાં પાટીયાં. માટે ૪૦$\frac{૩}{૮}$ + ૩૬$\frac{૫}{૧૨}$ + ૩૦$\frac{૨}{૩}$ = ૧૦૭$\frac{૧૧}{૨૪}$ ચો ફુ. જ. (શિક્ષકે પેટી પાસે રાખી રીત સમજાવવી).

દા. ૧૨. આ દાખલામાં પેટીની બહારની બાજુઓની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને ઊંચાઈની સાથે પાટીયાંની જાડાઇ આપેલી છે, તે પરથી પેટીની અંદરની બાજુનું પૃષ્ટફળ કાઢવું છે માટે પેટીની બહારની લંબાઇ, પહોળાઇ, ને ઊંચાઇમાંથી પાટીયાંની જાડાઇની બમણાઇ બાદ કરેથી પેટીની અંદરની લંબાઈ પહોળાઇ, ને ઊંચાઇ નીકળશે.

રીતમાં બતાવ્યા મુજબ કૃતિકરતાં:—(૧) (૩−$\frac{૧}{૧૨}$ × ૨) × (૨$\frac{૧}{૨}$−$\frac{૧}{૧૨}$×૨)×૨=૨$\frac{૫}{૬}$×૨$\frac{૧}{૩}$×૨=૧૩$\frac{૨}{૯}$ ચો. ફુ. ઢાંકણા તથા તળીઆનું ચામડું, (૨) (૩−$\frac{૧}{૧૨}$ × ૨) × (૨$\frac{૧}{૩}$−$\frac{૧}{૧૨}$ × ૨) × ૨=૨$\frac{૫}{૬}$ × ૨$\frac{૧}{૬}$ × ૨=૧૨$\frac{૫}{૧૮}$ ચો. ફુ. લંબાઇ તરફનાં બે પાટીયાં મઢવાનું ચામડું, (૩) (૨$\frac{૧}{૨}$−$\frac{૧}{૧૨}$×૨) × (૨$\frac{૧}{૩}$−$\frac{૧}{૧૨}$ ×૨) ×૨=૨$\frac{૧}{૩}$ ×૨$\frac{૧}{૬}$ ×૨= ૧૦$\frac{૧}{૯}$ ચો. ફુ. પડખાંએ મઢવાનું ચામડું. માટે ૧૩$\frac{૨}{૯}$+૧૨$\frac{૫}{૧૮}$+૧૦$\frac{૧}{૯}$=૩૫$\frac{૧૧}{૧૮}$ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૧૩. આ દાખલામાં પેટીની અંદરનાં માપ, પાટીયાંની જાડાઇ, ને તેને જડેલાં પતરાંની જાડાઇપરથી પતરાંનું ધનફળ કાઢવુંછે. **રીત:**—ઉપરના દાખલાપરથી સ્પષ્ટ સમજાશે કે પેટીની અંદરની લંબાઈ, પહોળાઇ, ને ઊંચાઇમાં પાટીયાંની જાડાઇની બમણાઇ ઉમેર્યાથી પેટીનું બહારનું માપ થશે, ને તે બહારના માપમાં પતરાંની જાડાઇની બમણાઇ ઉમેર્યાથી પતરાં સાથેની પેટીનું બહારનું માપ થશે. તે પરથી પેટીનું ઘનફળ કાઢી તેને પતરાં સાથેની પેટીના ઘનફળમાંથી બાદ કરવું. કૃતિ—(૩+$\frac{૧}{૬}$) × (૨$\frac{૧}{૨}$+$\frac{૧}{૬}$) × (૨$\frac{૧}{૩}$+$\frac{૧}{૬}$) =૩$\frac{૧}{૬}$× ૨$\frac{૨}{૩}$ × ૨$\frac{૧}{૨}$ =$\frac{૩૮૦}{૧૮}$ ઘ. ફુ. પતરાં વગરનું ઘનફળ; (૩$\frac{૧}{૬}$+$\frac{૧}{૭૨}$) × (૨$\frac{૨}{૩}$+$\frac{૧}{૭૨}$) ×(૨$\frac{૧}{૨}$+$\frac{૧}{૭૨}$) = ૩$\frac{૧૩}{૭૨}$ × ૨$\frac{૪૯}{૭૨}$ × ૨$\frac{૩૭}{૭૨}$ = $\frac{૭૯૯૬૫૫૭}{૩૭૩૨૪૮}$ ઘ. ફુ. પતરાં સાથેની પેટીનું ઘનફળ. માટે $\frac{૭૯૯૬૫૫૭}{૩૭૩૨૪૮}$−$\frac{૩૮૦}{૧૮}$=$\frac{૧૧૯૯૭૭}{૩૭૩૨૪૮}$ ઘ. ફુ. પતરાંનું ઘનફળ. હવે ૧: $\frac{૧૧૯૯૭૭}{૩૭૩૨૪૮}$ :: $\frac{૨૩}{૨}$ મણ : ૩ મણ ૨૭$\frac{૮૦૪૯૧}{૯૩૩૧૨}$ શેર જવાબ.

દા. ૧૪. (૨ નિ. ૨ ક. પ્ર.) ૧॥×૨=૩ ફુ. વ્યા. માટે $૩^{૨}$×૩·૧૪૧૬ =૨૮·૨૭૪૪ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૧૫. (૨ નિ. ૨ ક. પ્ર.) $૭૯૨૬^{૨}$×૩·૧૪૧૬=૧૯૭૩૫૯૯૪૯·૦૦૧૬ ચો. મૈલ. જવાબ.

દા. ૧૬. ૮૪÷૪=૨૧ ચો. ફુ. લંબાઇની એક બાજુનું પૃષ્ટફળ.÷ ૧૨ ફુ. લંબાઇ=૧॥ ફુ. પહોળાઇ, અને જાડાઇ પણ તેટલીજ છે માટે $\frac{૭}{૪}$× $\frac{૭}{૪}$×૧૨=૩૬$\frac{૩}{૪}$ ઘ. ફુ. જવાબ.

દા. ૧૭. ૩૦ ઘ. ફુ.÷(૧$\frac{૧}{૪}$ફુ. જાડાઇ×૧ફુ. પહોળાઇ)=૨૪ફુ. લંબાઇ. માટે ૨૪×૧ × ૨=૪૮ ચો. ફુ. પહોળાઇની બે બાજુનું પૃષ્ટફળ, ને ૨૪×૧$\frac{૧}{૪}$×૨=૬૦ ચો. ફુ. જાડાઇની બે બાજુનું પૃષ્ટફળ. તેથી ૪૮+૬૦ =૧૦૮ ચો. ફુ ચારે બાજુનું પૃષ્ટફળ જવાબ.

દા. ૧૮. $\sqrt[૩]{\frac{૧૨૧૬૭}{૧૭૨૮}}=\frac{૨૩}{૧૨}$ ફુટ ઘનની એક બાજુ. તેથી $(\frac{૨૩}{૧૨})^{૨}=\frac{૫૨૯}{૧૪૪}$ ચો. ફુ. એક બાજુનું પૃષ્ટફળ. ×૬=૨૨$\frac{૧}{૨૪}$ ચો. ફુ. જવાબ.

દા. ૧૯. ૧૩૫૦÷૬ = ૨૨૫ ચો. ફુ. ઘનની એક બાજુનું પૃષ્ટફળ. માટે $\sqrt{૨૨૫}$=૧૫ ફુટની એક બાજુ, તેથી ૧૫×૧૫×૧૫=૩૩૭૫ ઘ. ફુ. જ.

દા. ૨૦. $વ્યાસ^{૩}$ ×·૫૨૩૬ = ૯૦૪·૭૮૦૮ તો $વ્યાસ^{૩}=\frac{૯૦૪·૭૮૦૮}{·૫૨૩૬}$ =૧૭૨૮ તો વ્યાસ =$\sqrt[૩]{૧૭૨૮}$ = ૧૨ ફુ. માટે $૧૨^{૨}$ × ૩·૧૪૧૬ = ૪૫૨·૩૯૦૪ ચો. ફુ. પૃષ્ટફળ જવાબ.

દા. ૨૧. $વ્યાસ^{૨}$×૩·૧૪૧૬=૮૦૪·૨૪૯૬ તો $વ્યાસ^{૨}=\frac{૮૦૪·૨૪૯૬}{૩·૧૪૧૬}$ =૨૫૬ તો વ્યાસ=$\sqrt{૨૫૬}$ = ૧૬ ફુ. માટે $૧૬^{૩}$ × ·૫૨૩૬ = ૨૧૪૪ ·૬૬૫૬ ઘ. ફુ. જવાબ.

દા. ૨૨. ૪૦$\frac{૧}{૨}$÷ ૩= ૧૩$\frac{૧}{૨}$ ચો. ફુ. સમબાજુ ત્રિકોણાકાર સ્તંભની એક બાજુનું પૃષ્ટફળ તો ૧૩$\frac{૧}{૨}$÷૯ ફુ. ઊં.=૧$\frac{૧}{૨}$ ફુટની એક બાજુ જવાબ.

દા. ૨૩. પરિઘ×૧૫=૧૯૬·૩૫ ચો. ફુ. તો પરિઘ=૧૩·૦૯ ફુટ. ÷ ૩·૧૪૧૬=૪$\frac{૧}{૬}$ ફુ. વ્યાસ જવાબ.

દા. ૨૪. **બંગલાની ભીંતોનું પૃષ્ટફળ કાઢવાની રીતઃ**—લંબાઇની બંને ભીંતોનું પૃષ્ટફળ લંબાઇ × ઊંચાઇ × ૨, અને પહોળાઇની બંને ભીંતોનું પૃષ્ટફળ પહોળાઇ×ઊંચાઇ×૨ની બરાબર હોયછે. કેમકે ભીંતોની સપાટી કાટખૂણુ ચોખૂણુમાં હોયછે. બંગલામાં બારી બારણાં હોય તેનું પૃષ્ટફળ કાઢી આવેલા પૃષ્ટફળના સરવાળામાંથી બાદ કરેથી ભીંતોનું પૃષ્ટફળ નીકળશે. બંગલાની ભીંતોનું અંદરનું માપ ને ભીંતોની જાડાઇ આપી હોય તે પરથી બહારની ભીંતોનું માપ કાઢવું હોય તો લંબાઇ અને પહોળાઇમાં ભીંતોની જાડાઇની બમણુઇ ઉમેર્યેથી બહારની ભીંતોની લંબાઇ પહોળાઇ નીકળેછે આ વાત છોકરાંને પ્રત્યક્ષ બતાવી સમજણ પાડવી.

કૃતિ—લં. ૩૨×૨૦ ×૨ = ૧૨૮૦, પો. ૨૪×૨૦×૨ = ૯૬૦, ૧૨૮૦+૯૬૦= ૨૨૪૦ ચો. ફુ. માંહેલી ભીંતોનું પૃષ્ટફળ. ૪×૬×૨ = ૪૮ ચો. ફુ. બે બારણાંનું પૃષ્ટફળ, ૩ × ૪ × ૭=૮૪ ચો. ફુ. સાત બારીઓનું પૃષ્ટફળ. માટે ૨૨૪૦−(૪૮+૮૪) =૨૧૦૮ ચો. ફુ. અંદરનું માપ; ૩૨ + ૧॥×૨=૩૫ ચો. ફુ. બહારની લંબાઇ અને ૨૪+૧॥ × ૨=૨૭ ચો. ફુ. બહારની પહોળાઇ. માટે લં. ૩૫×૨૦×૨ =૧૪૦૦, પો. ૨૭× ૨૦ × ૨= ૧૦૮૦, ૧૪૦૦+૧૦૮૦=૨૪૮૦ ચો. ફુ. બહારની ભીંતોનું પૃષ્ટફળ,૨૪૮૦ −(૪૮+૮૪) બે બારણાં ને સાત બારીઓનું માપ=૨૩૪૮ ચો. ફુ. બહારની ભીંતોનું માપ. ૨૧૦૮ + ૨૩૪૮ = ૪૪૫૬ ચો. ફુ. કુલ માપ. માટે ૧૦૦ : ૪૪૫૬ : : $\frac{૩}{૪}$રૂ. : રૂ. ૩૩−૬−૮·૬૪ રંગામણ જવાબ.

દા. ૨૫. ૧૨ લં.×૧૪ ઊં. × ૨=૩૩૬ ચો. ફુ.; ૯ પો. × ૧૪ ઊં. ×૨=૨૫૨ ચો. ફુ.; ૧૨ લં. × ૯ પો.=૧૦૮ ચો. ફુ. તળીઊં. મોં ન હોય તો ઉપલું પાસું તળીઆ જેટલુંજ થાય પણ મોં ૨×૨=૪ ચો. ફુ. છે માટે ઉપલું પાસું ૧૦૮ − ૪ = ૧૦૪ ચો. ફુ.; ૨×૧। = ૨॥ ચો. ફુ. મોંની એક બાજુ માટે મોંની ચાર બાજુનું પૃષ્ટફળ ૨॥×૪ =૧૦ ચો. ફુ. માટે કુલ ૩૩૬ + ૨૫૨ + ૧૦૮ +૧૦૪+૧૦=૮૧૦ ચો. ફુ.=૯૦ ચો. વાર. હવે ૧ : ૯૦ : : ૧॥ રૂ. : ૧૩૫ રૂ. છોવરામણ જવાબ.

દા. ૨૬. ૨−$\frac{૧}{૪}$×૨=૧$\frac{૧}{૨}$ ફુટ ઘનની દરેક બાજુ છોલ્યા પછી રહે, માટે ૧॥× ૧॥ × ૬ =૧૩$\frac{૧}{૨}$ચો. ફુ. છોલેલા ઘનનું પૃષ્ટફળ જવાબ.

દા. ૨૭ વ્યાસ^૨ × ·૭૮૫૪×૧૬ = ૩૧૪·૧૬ ઘ. ફુ. માટે વ્યાસ^૨ $\frac{૩૧૪·૧૬}{·૭૮૫૪ × ૧૬}$=૨૫ તો વ્યાસ=$\sqrt{૨૫}$=૫ફુ=૬૦ઇંચ નળાનો માંહેનો વ્યાસ, તેમાં પતરાંની જાડાઇની બમણાઇ ઉમેર્યાથી ૬૦+૦॥ + ૦॥=૬૧ ઇંચ બહારનો વ્યાસ. માટે ૬૧×૩·૧૪૧૬ = ૧૯૧·૬૩૭૬ ઇંચ=૧૫·૯૬૯૮ ફુટ બહારનો પરિઘ. હવે બહારની ઊંચાઇમાં તળીઆના પતરાંની જાડાઈ વધે માટે ૧૬ ફુટ+$\frac{૧}{૨}$ઇંચ=૧૬$\frac{૧}{૨૪}$ ફુટ. તેથી ૧૫·૯૬૯૮×૧૬$\frac{૧}{૨૪}$= ૨૫૬·૧૮૨૨૦૮૩ ચો. ફુ. બહારનું પૃષ્ટફળ જવાબ.

દા, ૨૮. વ્યાસ^૨×૩·૧૪૧૬=૭૮·૫૪ ચો. ફુ. તો વ્યાસ^૨=$\frac{૭૮·૫૪}{૩·૧૪૧૬}$= ૨૫ તો વ્યાસ=$\sqrt{૨૫}$=૫ ફુટ બહારનો વ્યાસ. ૫ ફુટ− ૦।। ઇંચ× ૨ પતરાંની જાડાઇ=૫૮॥ ઇંચ ગોળાનો માંહેનો વ્યાસ. માટે($\frac{૧૧૭}{૨}$)^૩ × ·૫૨૩૬ = ૧૦૪૮૨૫·૫૭૦૮૫ ઘ. ઇં.=૬૦·૬૬૨૯૪૬૦૯૩૭૫ ઘ. ફુ. જવાબ.

દા. ૨૯. ત્રણ બાજુનું પૃષ્ટફળ ૭૫ ચો. ફુ.છે તો એક બાજુનું પૃષ્ટફળ ૭૫ ÷ ૩ =૨૫ ચો. ફુ. હવે સ્તંભની ઊંચાઇ ૧૫ ફુટ છે તો ૨૫÷૧૫=$\frac{૫}{૩}$ફુટની એક બાજુ સમબાજુ ત્રિકોણની થઈ. માટે સમબાજુ ત્રિકોણનાક્ષેત્રફળ=

$(\frac{૫}{૩})^{૨}+૪\times\sqrt{૩}=\frac{૨૫}{૩૬}\sqrt{૩}$ ચો. ફુ. અને સમબાજુ ત્રિકોણાકાર સ્તંભના ઘનફળ$=\frac{૨૫}{૩૬}\sqrt{૩}\times૧૫=\frac{૧૨૫}{૧૨}\sqrt{૩}$ ઘ. ફુ. અને ગોળ સ્તંભના ઘનફળ$=(\frac{૩}{૨})^{૨}\times·૭૮૫૪$ ×ઊંચાઇ. હવે બંને સ્તંભોનાં ઘનફળ સરખાં છે માટે $\frac{૯}{૪}\times·૭૮૫૪\times$ ઊંચાઇ. $=\frac{૧૨૫}{૧૨}\sqrt{૩}$ તો ગોળસ્તંભની ઊંચાઇ $=\frac{૧૨૫\sqrt{૩}\times૪}{૧૨\times૯\times·૭૮૫૪}=\frac{૫૦૦\sqrt{૩}}{૮૪·૮૨૩૨}$

$=\frac{૫૦૦\times૧·૭૩૨૦૫}{૮૪·૮૨૩૨}$=૧૦·૨૦૯ ફુટ જવાબ.

દા. ૩૦ ધુમાડીઆનાં માંહેના પૃષ્ઠફળ=૫½ફુટ વ્યાસ × ૩·૧૪૧૬×૪૦ =૬૯૧·૧૫૨ ચો. ફુ. અને પાા+૧ાા+ ૧ાા=૯ ફુટ બહારનો વ્યાસ માટે બહારના પૃષ્ઠફળ=૯×૩·૧૪૧૬ ×૪૦=૧૧૩૦·૯૭૬ ચો. ફુ હવે ધુમાડીઆને મથાળે ચણુતરને છો કરવામાં કેટલી જગા રોકશે તે કાઢવાનું બાકી રહ્યું. એ જગા પાા ને ૯ ફુટ વ્યાસના ગોળોના પરિઘની વચલી જગા છે, માટે તેના પૃષ્ઠફળ=(૯+પાા)×(૯ − પાા)×·૭૮૫૪=૩૯·૮૫૯૦૫ ચો. ફુ. તેથી ૬૯૧ ·૧૫૨+૧૧૩૦·૯૭૬+૩૯·૮૫૯૦૫=૧૮૬૧·૯૮૭૦૫ ચો. ફુ. કુલ છો દેવાની જગ્યા. તેથી ૯ ચો. ફુ :૧૮૬૧·૯૮૭૦૫ ચો. ફુ. : : ૧ રૂ. : રૂ. ૨૦૬ – ૧૪–૨·૩૯૦૪ જવાબ.

ઘડીઆળના હિસાબ.

આ હિસાબ સમજવાને ઘડીઆળ જોતાં બરાબર આવડવું જોઇએ, તેટલા માટે શિક્ષકે ઘડીઆળ બતાવીને કે ચીતરીને તે જોતાં બરાબર શીખવવું ઘડીઆળના હિસાબમાં મુખ્યત્વે બે કાંટા ભેગા, સામસામે, ને કાટખૂણે ક્યારે થશે તે પૂછાયછે; તે શીખવવાની રીત.

ઘડીઆળમાં બે કાંટા હોયછે. ૧. મિનિટકાંટો, ૨. અવરકાંટો. મિનિટ કાંટો અવરકાંટા કરતાં બારગણું ચાલેછે. એટલે અવરકાંટો એક કલાકમાં એક ઘર ચાલેછે, ત્યારે મિનિટકાંટો એક કલાકમાં બાર ઘર ચાલેછે. તેથી એક કલાકમાં મિનિટકાંટો અવરકાંટા કરતાં ૧૧ ઘર વધારે ચાલેછે, માટે મિનિટકાંટાને અવરકાંટાથી ૧૧ ઘરનું છેટું હોય તો તે ભાગવાને એક કલાક લાગેછે.

ભેગા થવા વિષે:—બાર વાગે બંને કાંટા ભેગા હોયછે, તે સિવાય જેટલા વાગેલા હોયછે, તેટલાં ઘરનું અંતર અવર અને મિનિટકાંટા વચ્ચે હોય છે; માટે અવરકાંટા કરતાં મિનિટકાંટો તેટલાં ઘર વધારે ચાલે તોજ બંને કાંટા ભેગા થઇ શકે. તેથી મિનિટકાંટાને તેટલાં ઘરનું અંતર ભાગતાં કેટલો વખત લાગશે તેનું પ્રમાણ બાંધવું. ઉદા. ૪ને પાંચ વાગ્યાની વચમાં બંને કાંટા ક્યારે ભેગા થશે? રીત – ૧૧ ઘરનું અંતર ભાગવું : ૪ ઘરના અંતર ભાગવાને છે::૧ કલાક: $\frac{૪}{૧૧}$ કલાક લાગે માટે ૪$\frac{૪}{૧૧}$ કલાકે બંને કાંટા ભેગા થશે.

સામસામે થવા વિષેઃ—સામસામે થવાને અવર અને મિનિટકાંટા વચ્ચે ૭ ઘરનું અંતર રહેવું જોઇએ. માટે અવર અને મિનિટકાંટા વચ્ચે ૭ ઘર કરતાં ઓછા ઘરનું અંતર હોય તો અવર અને મિનિટકાંટો ભેગા થયાજ પછી સામસામે આવી શકે. માટે બારથી ૫ વાગ્યા સુધીનો વખત કહ્યો હોય તો જેટલા વાગેલા હોય તેમાં ૭ ઉમેરી તેટલાં ઘર મિનિટકાંટાને વધારે ચાલતાં કેટલો વખત લાગશે તેનું પ્રમાણ બાંધવું. ૬વાગે અવર ને મિનિટકાંટો બરાબર સામસામે હોયછે. ૭થી ૧૨ વાગ્યા સુધીમાં અવર ને મિનિટકાંટા વચ્ચે ૭ ઘર કરતાં વધારે ઘરનું અંતર હોયછે, માટે ૭થી જેટલાં વધારે ઘર હોય તેનું અંતર ભાગવાને કેટલો વખત લાગશે તેનું પ્રમાણ બાંધવું. ઉદા. ૩ને ૪ તથા ૮ ને ૯ની વચમાં અવર ને મિનિટકાંટો સામસામે ક્યારે આવશે ? રીત-૧૧ ઘર વધારે ચાલવું: ૩+ ૬ઘર વધારે ચાલવાનેછે : : ૧ કલાક : $\frac{૯}{૧૧}$ કલાક લાગે માટે જવાબ ૩$\frac{૯}{૧૧}$ કલાકે ; ૧૧ ઘરનું અંતર ભાગવું: ૮ – ૬ ઘરના અંતર ભાગવાનેછે : : ૧ કલાક : $\frac{૨}{૧૧}$ કલાક લાગે માટે જવાબ ૮$\frac{૨}{૧૧}$ કલાકે.

કાટખૂણે થવા વિષેઃ—કાટખૂણે થવા માટે અવર અને મિનિટ કાંટાની વચમાં ૩ ઘરનું અંતર આગળ અથવા પાછળ રહેવું જોઇએ. એટલું અંતર રહેવા માટે મિનિટકાંટાએ કેટલાં ઘર અવરકાંટાથી વધારે ચાલવાં જોઇએ તેનો વિચાર કરી પ્રમાણ બાંધવું. ઉદા. ૪ને ૫ની વચમાં અવર ને મિનિટ કાંટો કાટખૂણે ક્યારે થશે ?રીત—૧૧ ઘરનું અંતર ભાગવું : ૪ – ૩ ઘરના અંતર ભાગવાને છેઃ : ૧ કલાક : $\frac{૧}{૧૧}$ કલાક લાગે માટે જવાબ ૪$\frac{૧}{૧૧}$ કલાકે ; ૧૧ ઘર વધારે ચાલવું : ૪ + ૩ ઘરવધારે ચાલવાને : :૧:$\frac{૭}{૧૧}$કલાકલાગે માટે જવાબ ૪$\frac{૭}{૧૧}$ કલાકે.

☞ અવર અને મિનિટકાંટો બાર કલાકની અંદર કેટલાક કલાકમાં ૧ વખત ને કેટલાકમાં ૨ વખત કાટખૂણે થાયછે, તે પ્રદર્શનથી શિક્ષકે બરાબર સમજાવવું.

લા. અં. પરચૂરણ દાખલા.

૧. **ત્રિરાશિ.** ૩ વર્ષ×૩૬૫$\frac{૧}{૪}$×૨૪×૬૦×૬૦=૯૪૬૭૨૮૦૦ સેકંડમાં પ્રકાશનો વેગ કાઢવા માટે ૧ સેકંડનો વેગ ૧૯૨૫૦૦ મૈલ×૯૪૬૭૨૮૦૦ =૧૮૨૨૪૫૧૪૦૦૦૦૦૦ મૈલ દૂર જવાબ (૧); ૧૯૨૫૦૦મૈલ:૯૫૦૦૦૦૦૦ મૈલ : : ૧ સેકંડ : ૪૯૩$\frac{૩૯}{૭૭}$ સે. = ૮ મિ. ૧૩$\frac{૩૯}{૭૭}$ સે.. જવાબ (૨).

૨. **ત્રિરાશિ.** ૧૦×૫૦×૧૪×૨૦×૪૦×૪૦= ૨૨૪૦૦૦૦૦૦ રૂ. ૧ દિવસમાં મુંબઇ જાય, માટે ૨૨૪૦૦૦૦૦૦ રૂ. : ૧૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦૦ રૂ. : : ૧ દિ. : $\frac{૩૧૨૫૦૦૦૦૦૦}{૭}$ દિ.÷૩૬૫$\frac{૧}{૪}$=૧૨૨૨૨૫૪ વર્ષ ૨૯૭$\frac{૧}{૪}$$\frac{૩}{૪}$દિ. જ.

૩. **પૃષ્ટફળ.** ૮૦૦૦^{૨}×૩.૧૪૧૬=૨૦૧૦૬૨૪૦૦ ચો. મૈલ પૃષ્ટફળ.

જવાબ (૧); ૧ ચો. મૈલ=૫૨૮૦ ફૂ×૫૨૮૦ ફૂ.=૨૭૮૭૮૪૦૦ ચો. ફૂટ, માટે ૨૦૧૦૬૨૪૦૦ ચો. મૈલ×૨૭૮૭૮૪૦૦ = ૫૬૦૫૨૯૮૦૧૨૧૬૦૦૦૦ ચો. ફૂ. પૃથ્વીનું પૃષ્ટફળ. હવે ૧ ચો. ફૂ. માં ૧૦૦ રૂ. પથરાય છે તેથી ૫૬૦૫૨૯૮૦૧૨૧૬૦૦૦૦ × ૧૦૦ = ૫૬૦૫૨૯૮૦૧૨૧૬૦૦૦૦૦૦ રૂ. પથરાય જવાબ (૨).

૪. રેષામાપ. સૂર્ય અને પૃથ્વી વચ્ચેનું અંતર તે પૃથ્વીને સૂર્યની આસપાસ ફરવાના ગોળમાર્ગ (પરિધ)ની ત્રિજ્યા કહેવાય. માટે પરિધ=૯૫૦૦૦૦૦૦×૨×૩·૧૪૧૬=૫૯૬૯૦૪૦૦૦ મૈલ; તે પૃથ્વી ૩૬૫$\frac{૧}{૪}$ દિ.×૨૪×૬૦×૬૦=૩૧૫૫૭૬૦૦ સેકંડમાં ચાલે. તેથી ૧ સેકંડમાં ૫૯૬૯૦૪૦૦૦÷૩૧૫૫૭૬૦૦=૧૮$\frac{૧૨૦૨૮}{૧૩૧૪૯}$ મૈલ ચાલે જવાબ.

૫. ત્રિરાશિ. ૧૨૦૦૦૦૦૦૦૦×$\frac{૭}{૪}$×$\frac{૧}{૪૦}$=૫૨૫૦૦૦૦૦ મણ અનાજ દરરોજ જોઇએ, માટે ૧ વર્ષમાં ૫૨૫૦૦૦૦૦×૩૬૫=૧૯૧૬૨૫૦૦૦૦૦ મણ અનાજ જોઇએ. હવે ૧૦ મણ : ૧૯૧૬૨૫૦૦૦૦૦ મણ : : ૧ વીઘો : ૧૯૧૬૨૫૦૦૦૦ વીઘા જવાબ.

૬. ચાર સાદી રીત. ૫૭૨૩ ભાગાકાર × ૬૮૫૪ ભાજક+૬૦૧૪ શેષ=૩૯૨૩૧૪૫૬ ભાજ્ય. તે ૫૧૨૧૬થી કેટલા ગણા તે કાઢવા માટે ૩૯૨૩૧૪૫૬ ગુણાકાર÷૫૧૨૧૬ ગુણ્ય=૭૬૬ ગુણક ગણો જવાબ.

૭. ત્રિરાશિ. કોઇ સંખ્યામાંથી તેનો $\frac{૧}{૫}$ ભાગ બાદ કરીએ, તો તે સંખ્યાના $\frac{૪}{૫}$ ભાગ બાકી રહે; માટે $\frac{૪}{૫}$ ભાગ : ૧ ભાગ : : ૧૪૪ : ૧૮૦ જવાબ (૧); અને કોઇ સંખ્યામાં તેનો $\frac{૧}{૫}$ ભાગ ઉમેરીએ, તો તે મૂળ સંખ્યાના $\frac{૬}{૫}$ ગણી થાય; માટે $\frac{૬}{૫}$ ભાગ : ૧ ભાગ : : ૨૫૨ : ૨૧૦ જવાબ (૨).

૮. વર્ગ. ૧૩૫^{૨}+૧૧૨^{૨}+૨૮×૨૭×ગુણક=૧૩૫^{૨}+૧૧૨^{૨}+૧૩૫×૧૧૨×૨. બંને બાજુમાંથી ૧૩૫^{૨}+૧૧૨^{૨} બાદ કરેથી ૨૮×૨૭×ગુણક=૧૩૫×૧૧૨×૨ માટે ૭૫૬×ગુણક=૩૦૨૪૦ તો ગુણક=૩૦૨૪૦÷૭૫૬=૪૦ જ.

૯. ચાર સાદી રીત ને વિવિધ પરિમાણ. પૈં. ૧૩૫–૧૫=રૂ. ૧૩૫૭–૮. નિયમ પ્રમાણે રૂ. ૧૩૫૭–૮+રૂ. ૧૩૫–૧૫=રૂ. ૧૪૯૩–૭÷૨=રૂ. ૭૪૬–૧૧–૬ મોટી સંખ્યા; અને રૂ. ૭૪૬–૧૧–૬–રૂ. ૧૩૫–૧૫=રૂ. ૬૧૦–૧૨–૬ નાની સંખ્યા જ.

૧૦. પ્રમાણ. ચોથો ભાગ ત્રણમાંના દરેક ભાગથી ૮૫ ઓછો છે, માટે ૪ ભાગ –૮૫ = ૩૬૫ તો ૪ ભાગ = ૩૬૫ + ૮૫ = ૪૫૦ તો ૧ ભાગ = ૪૫૦ ÷ ૪ = ૧૧૨॥ પહેલો, બીજો, ત્રીજો ભાગ; અને ચોથો ભાગ = ૧૧૨॥–૮૫ = ૨૭॥ જ.

૧૧. દૃઢભાજક. ૫૩૨૫ અને ૮૩૦૭ એ બે ભાજ્ય સંખ્યાઓ આપેલી છે, તેમનો સાધારણ મોટામાં મોટો નિઃશેષ ભાજક (દૃઢભાજક) કાઢીએ; તો ભાગાકાર અરસ્પરસ અવિભાજ્ય સંખ્યા થાય. માટે દૃઢભાજક કાઢતાં ૨૧૩ જ.

૧૨. દૃઢભાજક. ચોરસાં ચોરસ હોયછે, તેની બાજુઓ મોટામાં મોટી કેવડી હોવી જોઈએ કે ચોકમાં સરખા કદનાં ને આખાં ચોરસાં જડતાં કાંઈ જગા પડતર ન રહે; એટલે ૪૫૨ અને ૪૦૪ એ બે ભાજ્ય સંખ્યાને મોટામાં મોટી કઈ સાધારણ નિઃશેષ ભાજક સંખ્યાએ ભાગી શકાય એવું દાખલાનું રૂપ થયું; માટે ૪૫૨ ને ૪૦૪નો દૃઢભાજક કાઢતાં ૪ ફુટ જ.

૧૩. અપૂર્ણાંક દૃઢભાજક ને લ. સા. ભા. $\frac{૧૦૫}{૪}$, $\frac{૨૩૧}{૮}$, $\frac{૧૭૫}{૬}$ એમનો સમછેદ $\frac{૬૩૦}{૨૪}$. $\frac{૬૯૩}{૨૪}$, $\frac{૭૦૦}{૨૪}$. હવે અંશ ૬૩૦, ૬૯૩, ને ૭૦૦નો દૃઢભાજક ૭ છે તો તે અંશોના ૨૪મા ભાગનો દૃઢભાજક $\frac{૭}{૨૪}$ જવાબ (૧); અને $\frac{૨૧}{૨}$, $\frac{૫૫}{૮}$, $\frac{૪૯}{૧૦}$ એમનો સમછેદ $\frac{૪૨૦}{૪૦}$, $\frac{૨૭૫}{૪૦}$, $\frac{૧૯૬}{૪૦}$. હવે અંશ ૪૨૦, ૨૭૫, ૧૯૬ નો લ. સા. ભા ૧૬૧૭૦૦ છે તો તે અંશોના ૪૦ મા ભાગનો લ. સા. ભા. $\frac{૧૬૧૭૦૦}{૪૦}$ = ૪૦૪૨$\frac{૧}{૨}$ જ. (૨).

૧૪. દૃઢભાજક. ૨૫૦૦−૪=૨૪૯૬ અને ૩૩૦૦−૩૬=૩૨૬૪ ને મોટામાં મોટી કઈ સાધારણ નિઃશેષ ભાજક સંખ્યા ભાગી શકે એવું રૂપ થયું, માટે ૨૪૯૬ ને ૩૨૬૪નો દૃઢભાજ કાઢતાં ૧૯૨ જ.

૧૫. લ. સા. ભા. ૧, ૩૦, ને ૩૬૫ દિવસ નિઃશેષ ભાજકો આપેલા છે, તેમનો નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય કાઢીએ તો તે વખતે સઘળા કાંટા ભેગા થાય; માટે ૧,૩૦, ને ૩૬૫ નો લ. સા. ભા. કાઢતાં ૨૧૯૦ દિવસ જ.

☞ આમાં દરેક કાંટાના ફેરા માગ્યા હોય તો ભેગા થવાના કાળને ગતિના કાળે ભાગવા.

૧૬. અંતર ભાગવા સંબંધી. अ ને ब સામસામે ઊભા છે, માટે તેમની વચ્ચે ૫૩૬÷૨=૨૬૮ યાર્ડનું અંતર છે. હવે अ ૩ મિ. માં ૩૩ ને ब ૩ મિ. માં ૩૪ યાર્ડ ચાલે છે, તેથી ૩ મિ. માં બે જણ વચ્ચે ૧ યાર્ડનું અંતર ઓછું થાય. માટે ૧ યા. અં. : ૨૬૮ યા. અં. :: ૩ મિ. : ૮૦૪ મિ. લાગે. ૩ મિ. : ૮૦૪ મિ. :: ૩૪ યા. : ૯૧૧૨ યાર્ડ ब ચાલે. તેથી ૯૧૧૨ યાર્ડ÷૫૩૬ યાર્ડ=૧૭ પ્રદક્ષિણા बને થાય જ.

૧૭. લઘુતમ સમછેદ. बની પાસે ૧ તો अ પાસે ૧×$\frac{૨}{૩}$×$\frac{૨}{૩}$, ને क પાસે ૧−$\frac{૨}{૩}$=$\frac{૧}{૩}$×$\frac{૫}{૩}$=$\frac{૫}{૯}$ હોય. એટલે अ, ब, क પાસે અનુક્રમે $\frac{૪}{૯}$, ૧, $\frac{૫}{૯}$.

તેનો લઘુતમ સમછેદ કરતાં $\frac{૬}{૧૬}$, $\frac{૮}{૧૬}$, $\frac{૫}{૧૬}$. પણ ઓછામાં ઓછી પૂર્ણાંક સંખ્યા માગી છે માટે છેદ ગણ્યા કરતાં अ પાસે ૬, ब પાસે ૮, અને क પાસે ૫ જ.

૧૮. લઘુતમ સમછેદ. बની પાસે ૧ તો अ પાસે ૧×$\frac{૩}{૫}$=$\frac{૩}{૫}$, ને क ના પૈસાના $\frac{૨}{૧૧}$ જેટલા अના પૈસા છે તેથી कના પૈસા×$\frac{૨}{૧૧}$=$\frac{૩}{૫}$ માટે क ના પૈસા=$\frac{૩}{૫}$÷$\frac{૨}{૧૧}$=$\frac{૩}{૫}$×$\frac{૧૧}{૨}$=$\frac{૩૩}{૧૦}$. એટલે अ, ब, क પાસે અનુક્રમે $\frac{૩}{૫}$, ૧, $\frac{૩૩}{૧૦}$. તેનો લઘુતમ સમછેદ કરતાં $\frac{૬}{૧૦}$, $\frac{૧૦}{૧૦}$, $\frac{૩૩}{૧૦}$. પણ પૂર્ણાંક સંખ્યા માગી છે માટે છેદ ગણ્યા કરતાં अ પાસે ૬, ब પાસે ૧૦, क પાસે ૩૩ જ.

૧૯. દશાંશ. ૮$\frac{૩}{૪}$ આના ગુણ્ય×ગુણક=૩$\frac{૧}{૨}$ આના ગુણાકાર છે, માટે ગુણક=$\frac{૭}{૨}$ આના ÷$\frac{૩૫}{૪}$ આના=$\frac{૨}{૫}$=·૪ જવાબ. (૧); ૬$\frac{૯}{૧૬}$=$\frac{૧૦૫}{૧૬}$રૂ. ગુણ્ય×$\frac{૪}{૧૦}$ ગુણક=$\frac{૪૨}{૧૬}$ રૂ. ગુણાકાર=રૂ. ૨–૧૦ જવાબ (૨).

૨૦. દશાંશ ત્રિરાશિ. ૧૭૨૮ ઘ. ઇં : ૨૭૭·૨૭૪ ઘ. ઇં : : ૬૨·૪શે. : ૧૦·૦૧૯૬ શેર જવાબ.

૨૧. પ્રમાણ. बનો ભાગ ૧ તો अનો ભાગ $\frac{૭}{૬}$ છે, ને बનો ભાગ ૧ તો कનો ભાગ $\frac{૧૩}{૬}$ છે; માટે अ, ब, कનો ભાગ અનુક્રમે $\frac{૭}{૬}$, ૧, $\frac{૧૩}{૬}$. તેથી अને कના ભાગનું ગુણોત્તર $\frac{૭}{૬}$÷$\frac{૧૩}{૬}$=$\frac{૭}{૧૩}$ અથવા ૭ : ૧૩ જ.

૨૨. પ્રમાણ. अ=૫ તો ब=૮ છે, ને ब=૯ તો क=૭ છે. ૯ बની કીમત : ૮ बની કી. : : ૭ कની કી. : $\frac{૨૮}{૩}$ कની કી. માટે अ, ब, कની કીમત અનુક્રમે ૫, ૮, $\frac{૨૮}{૩}$. તેથી अને कનું ગુણોત્તર ૫÷$\frac{૨૮}{૩}$=$\frac{૧૫}{૨૮}$ અથવા ૧૫:૨૮ જ.

૨૩. પ્રમાણ. ૧૫ ગાયની કી. + ૧૩૦ ઘેટાંની કી. = ૯ ગાયની કી. + ૧૭૫ ઘેટાંની કી. માટે ૬ ગાયની કી. = ૪૫ ઘેટાંની કી. તો ૧ ગાયની કી. = $\frac{૧૫}{૨}$ ઘેટાંની કી. એટલે ૧ ઘેટાની કીમત ૧ રૂ. હોય તો ૧ ગાયની કીમત $\frac{૧૫}{૨}$ રૂ. હોય, માટે ૧ ગાય અને ૧ ઘેટાની કીમતનું ગુણોત્તર $\frac{૧૫}{૨}$ ÷ ૧ = $\frac{૧૫}{૨}$ અથવા ૧૫ : ૨ જ.

૨૪. નફાતોટો. ૧૮ નારંગી : ૨૦ના. : : ૧ રૂ : ૧$\frac{૧}{૯}$ રૂ. ઉપજ્યે ને રૂ. ૧ બેઠા છે માટે $\frac{૧}{૯}$રૂ, अને નફો. ૨૫ ના. : ૨૦ ના. : : $\frac{૩}{૨}$: ૧$\frac{૧}{૫}$રૂ. ઉપજ્યો ને રૂ. ૧ બેઠા છે માટે $\frac{૧}{૫}$ રૂ. बને નફો. તેથી अને बના નફાનું પ્રમાણ $\frac{૧}{૯}$: $\frac{૧}{૫}$ માટે તેનું ગુણોત્તર $\frac{૧}{૯}$÷$\frac{૧}{૫}$=$\frac{૫}{૯}$ અથવા ૫ : ૯ જ.

૨૫. પ્રમાણ. बને ૧ તો अને $\frac{૪}{૯}$ ગીની નફો મળે, અને बને ૧ ગીની તો कને ૧ પૌંડ અથવા $\frac{૨૦}{૨૧}$ ગીની નફો મળે. માટે अ, ब, कનો નફો અનુક્રમે $\frac{૪}{૯}$, ૧, $\frac{૨૦}{૨૧}$ ગીની. તેથી अને कના નફાનું ગુણોત્તર $\frac{૪}{૯}$÷$\frac{૨૦}{૨૧}$=$\frac{૭}{૧૫}$ અથવા ૭ : ૧૫ જ.

૨૬. પ્રમાણ. ૫ પુરુષ + ૫ છોકરાના કામ = ૩ પુરુષ + ૧૧ છોકરાનું કામ. માટે ૨ પુરુષના કામ = ૬ છોકરાનું કામ. તો ૧ પુરુષના કામ = ૩ છોકરાનું કામ. એટલે ૧ છોકરાના કામ કરતાં ૧ પુરુષનું કામ ૩ ગણુંછે, માટે ૧ પુ. ને ૧ છો. ના કામનું ગુણોત્તર ૩ + ૧ = ૩/૧ અથવા ૩ : ૧ જ.

૨૭. પ્રમાણ. પે. ભા. × ૧૫ + બી ભા. ×૨૭=૧૧૨×૨૦, અને પે. ભા.×૨૦ + બી. ભા.×૨૦=૧૧૨×૨૦; માટે પે. ભા. ×૧૫+બી.ભા. ×૨૭ = પે. ભા. × ૨૦ + બી. ભા. × ૨૦, તેથી પે. ભા. × ૫ = બી. ભા. ×૭ તો પે. ભા. = બી. ભા. × ૭/૫. એટલે બીજો ભાગ ૧ તો પહેલો ભાગ ૭/૫ આ પ્રમાણમાં છે. માટે ૧+૭/૫=૧૨/૫ ભાગ = ૧૧૨ તો ૧ ભાગ = ૪૬ ૨/૩ બીજો ભાગ, ને ૧૧૨−૪૬ ૨/૩ = ૬૫ ૧/૩ પહેલો ભાગ જ.

૨૮. પ્રમાણ. પે. ભા. ×૧૧૮+ બી. ભા. ×૧૨૮=૬૩૭૦૦, અને પે. ભા. ×૧૧૮+ બી. ભા. ×૧૧૮=૫૨૦×૧૧૮=૬૧૩૬૦; માટે બી. ભા. × ૧૦ = ૬૩૭૦૦—૬૧૩૬૦ = ૨૩૪૦ તો બી.ભા. = ૨૩૪, ને પે. ભા. = ૫૨૦—૨૩૪ = ૨૮૬ જ.

૨૯. પ્રમાણ. રૂ. ૬૧૮ સાડા ત્રણ ટકા લેખે વ્યાજે કાઢ્યા હોય તો ૧૦ માસનું વ્યાજ—૧૨ માસ : ૧૦ માસ :: ૩॥ ટકા : ૩૫/૧૨ ટકા, ૧૦૦ રૂ. : ૬૧૮ રૂ. :: ૩૫/૧૨ : ૧૮ ૧/૪૦ રૂ. થાય. પણ રૂ. ૬૧૮ માં કેટલાક ૫ ટકા લેખે વ્યાજે કાઢ્યા છે માટે ૧૦ માસના વ્યાજના રૂ. ૨૨॥ થાયછે, એટલે ૨૨ ૧/૨—૧૮ ૧/૪૦ = ૪ ૧૯/૪૦ રૂ. વધારે વ્યાજ થાયછે. હવે ૫—૩॥ = ૧॥ ટકો વધારે વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. નું ૫ ટકા લેખે બાર માસે થાય તેથી—૧૨ માસ : ૧૦ માસ :: ૩/૨ ટકો : ૫/૪ ટકા, ૫/૪ : ૪ ૧૯/૪૦ :: ૧૦૦ રૂ. : ૩૫૮ રૂ. ૫ ટકા વ્યાજના, ને ૬૧૮—૩૫૮ = ૨૬૦ રૂ. ૩॥ ટકા વ્યાજના. જવાબ.

૩૦. પ્રમાણ. ૪૪૯ × ૬ = ૨૬૯૪ રૂ. બધો ૬ રૂ. એ ગજ લેખે વેચતાં ઉપજે, પણ કેટલોક રૂ. ૮॥ એ ગજ લેખે વેચાયો છે માટે ૩૧૫૬॥ —૨૬૯૪ = ૪૬૨॥ રૂ. વધારે ઉપજ્યા. હવે ૮॥—૬ = ૨॥ રૂ. વધારે ૧ ગજ રૂ. ૮॥ લેખે વેચે તો ઉપજે, માટે ૨॥ : ૪૬૨॥ :: ૧ ગજ : ૧૮૫ ગજ રૂ. ૮॥ ના ભાવનો, માટે ૪૪૯—૧૮૫ = ૨૬૪ ગજ રૂ. ૬ ના ભાવનો જ.

૩૧. પ્રમાણ. ૧૦૦ રૂ. મુડી : ૪ રૂ. મુડી :: ૧૦૬। રૂ. : ૪। રૂ. ઉપજ્યા, ને ૦। રૂ. : ૪। રૂ. :: ૫ નંગ : ૮૫ નંગ વેચાણાં. હવે જો બધી નારંગી હોત તો ૮૫ આના બેઠા હોત, પણ ૮૫—૬૪ = ૨૧ આના ઓ-

છા બેઠેલા છે તેનું કારણ એ કે લીંબુ $\frac{૮}{૧૫}$ આનાના ભાવનાં ખરીદેલાં છે તે છે. માટે ૧−$\frac{૮}{૧૫}$ = $\frac{૭}{૧૫}$ આના ઓછા બેઠેલા હોત તો ૧ લીંબુ ખરીદેલું હોત તેથી $\frac{૭}{૧૫}$ આના : ૨૧ : : ૧ : ૪૫ લીંબુ ખરીદેલાં, ને ૮૫ —૪૫ = ૪૦ નારંગી જ.

૩૨. પ્રમાણ. ૩૧ × ૧॥ = ૪૬॥ રૂ. જો બધી ચોપડીઓ ૧॥ રૂ. લેખે ખરીદેલી હોત તો બેસત, પણ ૫૨॥−૪૬॥ = ૬ રૂ. વધારે બેઠેલા છે, તેનું કારણ એકે કેટલીક ચોપડીઓ રૂ. ૨॥ ના ભાવની છે. હવે જો ૨॥ રૂ. ના ભાવની ૧ નંગ હોત તો ૨॥−૧॥ = ૧ રૂ. વધારે બેસત, પણ ૬ રૂ. વધારે બેઠેલા છે માટે ૬ નંગ ૨॥ રૂ. વાળાં, ને ૩૧− ૬ = ૨૫ નંગ ૧॥ રૂ. વાળાં. જ.

૩૩. પ્રમાણ. બી. ભા. ૧૦૦ હોય તો પે. ભા. ૧૦૭ હોય, માટે ૧૦૦ + ૧૦૭ = ૨૦૭ : ૨૩ : : ૧૦૭ પે. ભા. : ૧૧$\frac{૮}{૯}$ પે. ભાગ, ને ૨૩−૧૧$\frac{૮}{૯}$ = ૧૧ $\frac{૧}{૯}$ બી. ભા. જ.

૩૪. દશાંશ. $\frac{૩}{૮}$ × $\frac{૨}{૫}$ = $\frac{૩}{૨૦}$ × અપૂર્ણાંક ભાજ્ય છે; ·૭̇૧૪૨૮૫̇ = $\frac{૭૧૪૨૮૫}{૯૯૯૯૯૯}$ = $\frac{૫}{૭}$, ·૫૮૩̇ = $\frac{૫૨૫}{૯૦૦}$ = $\frac{૭}{૧૨}$, માટે $\frac{૫}{૭}$ × $\frac{૭}{૧૨}$ = $\frac{૫}{૧૨}$ ભાજક છે; ·૪૨ = $\frac{૨૧}{૫૦}$ ભાગાકાર છે; તેથી $\frac{૩}{૨૦}$ × અપૂર્ણાંક = $\frac{૫}{૧૨}$ × $\frac{૨૧}{૫૦}$ = $\frac{૭}{૪૦}$ તો, અપૂર્ણાંક = $\frac{૭}{૪૦}$ × $\frac{૨૦}{૩}$ = $\frac{૭}{૬}$=૧$\frac{૧}{૬}$ જ.

૩૫. નફો તોટો. ૧ રૂ. મૂળ કી. + $\frac{૧}{૬}$ રૂ. નફો = $\frac{૭}{૬}$ રૂ. નફા સાથે હોય તો ૧ રૂ. મૂળ કી. માટે $\frac{૭}{૬}$: ૧૬૮ : : ૧ રૂ. : ૧૪૪ રૂ. મૂળ કી. ૧૪૪−૧૦૦ = ૪૪ રૂ. ખોટ. ૧૪૪ : ૧૦૦ : : ૪૪ : ૩૦$\frac{૫}{૯}$ રૂ. સેંકડે ખોટ જ.

૩૬. પ્રમાણ. બીજી ૧ તો પહેલી $\frac{૧}{૧૫}$ હોય, માટે ૧ + $\frac{૧}{૧૫}$ = $\frac{૧૬}{૧૫}$: $\frac{૧}{૧૫}$: : $\frac{૧}{૧૫}$: $\frac{૧}{૨૪૦}$ = ·૦૦૪૧૬̇ પહેલી, $\frac{૧૬}{૧૫}$: $\frac{૧}{૧૫}$: : ૧ : $\frac{૧}{૧૬}$ = ·૦૬૨૫ બીજી જ.

૩૭. પ્રમાણ. ગુણોત્તર ૮:૫ છે માટે ૮ પહેલી તો ૫ બીજી, તેથી તેમની બાદબાકી ૩ : ૨૭ બાદબાકી : : ૮ : ૭૨ પહેલી, ને ૭૨− ૨૭ = ૪૫ બીજી જ.

૩૮. પ્રમાણ. પે. ભા. × $\frac{૧}{૫}$ + બી. ભા. × $\frac{૧}{૮}$ = ૫૮, પે. ભા. × $\frac{૧}{૫}$ + બી. ભા. × $\frac{૧}{૫}$ = ૩૮૦ × $\frac{૧}{૫}$ = ૭૬; માટે બી. ભા. × $\frac{૧}{૫}$−બી. ભા. × $\frac{૧}{૮}$ = ૭૬−૫૮, તેથી $\frac{૧}{૫}$−$\frac{૧}{૮}$ = $\frac{૩}{૪૦}$ બી. ભા. = ૧૮, તો બી. ભા. = ૧૮ × $\frac{૪૦}{૩}$ = ૨૪૦, અને પે. ભા. = ૩૮૦−૨૪૦ = ૧૪૦ જ.

૩૯. પ્રમાણ. ત્રણે ભાગોનો ગુણાકાર ૧ થાયછે, એમ ધારીએ તો પે. ભા. $\frac{૧}{૩}$, બી. ભા. $\frac{૧}{૫}$, ને ત્રી. ભા. $\frac{૧}{૮}$. તેથી $\frac{૧}{૩}$ + $\frac{૧}{૫}$ + $\frac{૧}{૮}$ = $\frac{૪૦+૨૪+૧૫}{[illegible]}$

= $\frac{૭૯}{૧૨૦}$: ૫૫૩ : : $\frac{૧}{૩}$: ૨૮૦ પહેલો ભાગ, $\frac{૭૯}{૧૨૦}$: ૫૫૩ : : $\frac{૧}{૫}$: ૧૬૮ બીજો ભાગ. $\frac{૭૯}{૧૨૦}$: ૫૫૩ : : $\frac{૧}{૮}$: ૧૦૫ ત્રીજો ભાગ જ.

૪૦. વર્ગ.

$$
\begin{array}{r}
૩૫ + ૧૭ \\
૩૫ - ૧૭ \\
\hline
૩૫^{૨} + ૧૭ \times ૩૫ \\
- ૧૭ \times ૩૫ - ૧૭^{૨} \\
\hline
૩૫^{૨} - ૧૭^{૨}
\end{array}
$$

જવાબ.

૪૧. વર્ગ. બે સંખ્યાના સરવાળાને તેજ બે સંખ્યાની બાદબાકીએ ગુણીએ, તો ગુણાકાર તે બે સંખ્યાના વર્ગોની બાદબાકી આવે. માટે બે સંખ્યાના વર્ગોની બાદબાકી ૨૬૫ ને, તેજ બે સંખ્યાના સરવાળા ૫૩એ ભાગીએ; તો ભાગાકાર તે બે સંખ્યાની બાદબાકી ૨૬૫ ÷ ૫૩ = ૫ આવે. હવે બે સંખ્યાનો સરવાળો ૫૩, ને બાદબાકી ૫ છે માટે મોટી સંખ્યા = $\frac{૫૩+૫}{૨}$ = ૨૯, ને નાની સંખ્યા ૫૩−૨૯ = ૨૪ જવાબ.

૪૨. વર્ગ. બે સંખ્યાના વર્ગોની બાદબાકીને તે બે સંખ્યાની બાદબાકીએ ભાગીએ, તો ભાગાકાર તે બે સંખ્યાનો સરવાળો ૧૬૯૨ ÷ ૧૮ = ૯૪ આવે. હવે બે સંખ્યાનો સરવાળો ૯૪ ને બાદબાકી ૧૮ માટે મોટી સંખ્યા = $\frac{૯૪+૧૮}{૨}$ = ૫૬, ને નાની સંખ્યા = ૯૪−૫૬ = ૩૮ જ.

૪૩. ઘનમૂળ. $\sqrt[૩]{}$ ·૦૧૩૫×અપૂર્ણાંક = $\sqrt[૩]{}$ ·૧૨૮ માટે અપૂર્ણાંક = $\sqrt[૩]{\frac{·૧૨૮}{·૦૧૩૫}}$ = $\sqrt[૩]{}$ ૯·૪૮૧ = ૨·૧૧૬૫૩ જ.

૪૪. ત્રિરાશિ. ૧ મણ ડાંગર હોય તો $\frac{૧૭}{૪૦}$ મણ ફોતરાં, ૧−$\frac{૧૭}{૪૦}$ = $\frac{૨૩}{૪૦}$ × $\frac{૮}{૯}$ = $\frac{૨૩}{૪૫}$ મણ કણકી, ૧−($\frac{૧૭}{૪૦}$ + $\frac{૨૩}{૪૫}$) = $\frac{૨૫૩}{૩૬૦}$ મણ ચોખા નીકળે $\frac{૨૫૩}{૩૬૦}$ મ. ચો. : ૫૦૬ મ. ચો. : : ૧ મ. ડાં. : ૧૫૨૦ ગ. ડાં. જ.

૪૫. ઘનફળ. ૬૨½ શેર : ૨૫૨ શેર : : ૧ ઘ. ફુ. : : $\frac{૫૦૪}{૧૨૫}$ ઘ. ફુ. પાણી ૧ મિનિટમાં નીકળે, તો ૧ કલાકમાં $\frac{૫૦૪}{૧૨૫}$ × ૬૦ = $\frac{૬૦૪૮}{૨૫}$ ઘ. ફુ. પાણી નીકળે. હવે નળીનું કાણું ૩½ ચો. ઇં. છે, તો પાણીની લંબાઇ કેટલી જોઇએ એવું રૂપ થયું. તેથી ઘનફળને ચોરસ માપે ભાગ્યાથી લંબાઇ નીકળે, માટે $\frac{૬૦૪૮}{૨૫}$ ઘ. ફુ. ÷ $\frac{૭}{૨૮૮}$ ચો. ફુ. = $\frac{૨૪૮૮૩૨}{૨૫}$ ફુટ = ૧ મૈલ ૧૫૫૭$\frac{૧૯}{૨૫}$ યાર્ડ ગતિ જવાબ.

૪૬. નફોતોટો. ૨૦ રૂ. નું મણ લેખે ૧૦૦ રૂ. નું ૫ મણ ઘી આવ્યું છે, તે ૧૦૦ રૂ. નું ઘી વેચતાં ૧ મણ નફાનું રાખવું છે માટે ૫−૧ =૪ મણના ૧૦૦ રૂ. ઉપજાવવા જોઇએ. તેથી ૪ મણ : ૧ મણ : : ૧૦૦ રૂ. : ૨૫ રૂ. જ.

૪૭. વ્યાજ. ૧૦૦ રૂ. મુદ્દલની ૩ વર્ષમાં ૫×૩+૧૦૦=૧૧૫ રૂ.

રાશ થાય, માટે ૧૧૫ રૂ. રાશ : ૪૦૨।। રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૩૫૦ રૂ. મુદલ; હવે સાદે વ્યાજે ૩૫૦ રૂ. નું ૪૦૨।।–૩૫૦=૫૨।। રૂ. વ્યાજ ૯ ટકા લેખે કેટલી મુદતે થાય તે કાઢવા માટે ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૩૫૦ રૂ. મુ : : ૯ ટકા : ૩૧।। ટકા વ્યાજ, ૩૧।। રૂ. વ્યા. : ૫૨।। રૂ. વ્યા. : : ૧ વર્ષ : ૧ વર્ષ ૮ માસ મુદત જ.

૪૮. વ્યાજ. ૧૦૦ રૂ. મુદલની ૨ વર્ષમાં ૫×૨+૧૦૦=૧૧૦ રૂ. રાશ થાય, માટે ૧૧૦ રૂ. રાશ : ૪૦૨।। રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુ. : $\frac{૪૦૨૫}{૧૧}$ રૂ. મુદલ; હવે સાદે વ્યાજે $\frac{૪૦૨૫}{૧૧}$ નું ૪૦૨।। $\frac{૪૦૨૫}{૧૧}$ = $\frac{૮૦૫}{૨૨}$ રૂ. વ્યાજ દોકડા લેખે કેટલી મુદતે થાય તે કાઢવા માટે ૧૦૦ રૂ. મુ. : $\frac{૪૦૨૫}{૧૧}$ રૂ. મુ. : : ૧ રૂ. વ્યાજ : $\frac{૧૬૧}{૪૪}$ રૂ. વ્યાજ ૧ માસે થાય, $\frac{૧૬૧}{૪૪}$ રૂ. વ્યા. : $\frac{૮૦૫}{૨૨}$ રૂ. વ્યા. : : ૧ માસ : ૧૦ માસ મુદત જ.

૪૯. મિશ્રરાશિ.

	૧૬।।	।।	=૧।। તો. ૧૬।। રૂ. ના ભાવનું×૮=૧૨ તો.
૧૭।।	૧૪।।		૧।।=૧।। તો. ૧૪।। રૂ. ના ભાવનું×૮=૧૨ તો.
	૧૯	૧	+૩ =૪ તો. ૧૯ રૂ. ના ભાવનું×૮=૩૨ તો.

હિસાબમાં ૧૬।। રૂ. ના ભાવનું ૧૨ તો. કહેલું છે, માટે મિશ્રના આવેલા પ્રમાણને ત્રીજા પ્રકાર પ્રમાણે ૮ ગણા કરતાં ૧૬।।, ૧૪।।, ૧૯ ના ભાવનું અનુક્રમે ૧૨, ૧૨, ને ૩૨ તોલા સોનું આવ્યું. હવે પ્રશ્નમાં કહ્યા પ્રમાણે ૧૪।।ના ભાવનું ૧૨ ને બદલે ૧૮ તોલા લઈએ, તો ૧૯ ના ભાવનું કેટલા તોલા સોનું લેવું કે જેથી નફો નુકશાન ન જતાં આ વેપારમાં સરભર થાય તે સંબંધી વિચાર કરવાનો છે. ૧૪।। ના ભાવનું ૧૨ ને બદલે ૧૮ તોલા લેવાય તેથી તેમાં ૬×૩=૧૮ રૂ. નફો ૧૭।। રૂ. ને ભાવે વેચવાથી આવે. માટે તેટલી ખોટ જાય ત્યાંસૂધી ૧૯ રૂ. ના ભાવનું લઇ ૧૭।। રૂ. ને ભાવે વેચે, તો સરભર થાય; માટે ૧।। રૂ. ખોટ : ૧૮ રૂ ખોટ : : ૧ તો. : ૧૨ તોલા. માટે ૩૨+૧૨=૪૪ તોલા ૧૯ ના ભાવનું લેવું જ.

૫૦. ત્રિરાશિ. ૮।। આના×૧૪=રૂ. ૭—૭—૦ મળવા જોઇએ, પણ રૂ. ૫—૧૪—૦ મળ્યા; તેથી રૂ. ૧—૯—૦ ઓછા મળ્યા. હવે ૧ ૧ દિ. ગે. હા. રહે તો રૂ. ૦—૮—૬+૦—૪—૦ દંડ=રૂ. ૦—૧૨—૬ ઓછા મળે, માટે ૧૨।। આ. : ૨૫ આ. : : ૧ દિ. : ૨ દિ. ગે. હા. માટે ૧૪–૨=૧૨ દિ. હાજર જ.

૫૧. વીમો. ૧૦૦ રૂ. ના માલના નફા સાથે ૧૦૫ રૂ. ઉપજાવવા છે, માટે ૧૦૦ રૂ. માલ : ૨૫૩૦ રૂ. માલ : : ૧૦૫ રૂ. નફા સાથે : : ૨૬૫૬।। રૂ. નફા સાથે ઉપજાવવા છે. હવે ૧૦૦–૩।।=૯૬। રૂ. નફા સાથેનો માલ હોય, તેનો ૧૦૦ રૂ. નો વીમો ઉતરાવે તો માલનો નાશ થવાથી ૧૦૦

રૂ. આવે એટલે ૯૬ા રૂ. નફા સાથેના માલના+૩ાા રૂ. વીમા ખર્ચના આવે એટલે કાંઈ ખોટ જાય નહિ. માટે ૯૬ા રૂ. નફા સાથેનો માલ : ૨૬૫૬ાા રૂ. નફા સાથેના માલ : : ૧૦૦ રૂ. વીમો : ૨૭૬૦ રૂ વીમો જ.

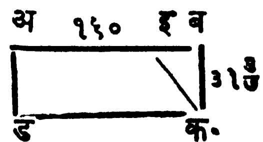
૫૨. રેષા માપ. ૫ ૧/૩ ફ. : ૧ફ. : : ૧૬૨ ૧/૭ મૈલ : ૩૪૦૫/૧૧૨ મૈલ × ૧૭૬૦ = ૩૭૪૫૫૦/૭ યાર્ડ ૧ કલાકમાં ગાડી ચાલે હવે વ્યાસથી પરિધ ૩·૧૪૧૬ ગણો છે, માટે ૧૦/૩ × ૩·૧૪૧૬=૧૦·૪૭૨ યાર્ડ પૈડાનો પરિધ, તેથી ૧ આંટામાં ગાડી એટલી જમીન કાપે માટે ૧૦૪૭૨/૧૦૦૦ યાર્ડ : ૩૭૪૫૫૦/૭ યાર્ડ : : ૧ આંટો = ૫૧૦૯ ૪૫૩/૮૩૩ આંટા જવાબ.

૫૩. પૃષ્ટફળ ઘનફળ. ઘનને ૬ બાજુ સરખી હોયછે, માટે એક બાજુનું પૃષ્ટફળ ૧૯૪·૯૪ ÷ ૬ = ૩૨·૪૯ ચો. ફ. છે. હવે ઘનની સઘળી બાજુ ચોરસ હોયછે, તેથી તેની કોર $\sqrt{}$ ૩૨·૪૯ ચો. ફૂ. = ૫·૭ ફુટ. માટે ૫·૭³=૧૮૫·૧૯૩ ઘ. ફુ. ઘનનું ઘનફળ જ.

૫૪. ત્રિરાશિ. ૪૮×૧ાા=૮૪ રૂ. ના ઘઉં, ને ૯૦×૨ાા=૨૪૭ાારૂ. ના કપાસ થયા, માટે કુલ ઉપજ ૮૪ + ૨૪૭ાા=૩૩૧ાા રૂ. ની થઈ +૩= ૧૧૦ાા રૂ. ઉપજમાંથી + ૨૫ રૂ.=૧૩૫ાા રૂ. ખેડુતને ૨૦ વીઘાના મળ્યા. માટે ૧૩૫ાા÷૨૦=રૂ. ૬—૧૨—૪ ૪/૫ દર વીઘે વીઘોટી જ.

૫૫. વર્ગમૂળ. ·૧×·૧=·૦૧ જવાબ (૧); $\sqrt{}$·૦૦૪×૧૫·૬૨૫ =$\sqrt{}$·૦૬૨૫=·૨૫ જવાબ (૨).

૫૬. પ્રમાણ. ૬૦૦ રૂ. ÷૨૦=૩૦ રૂ. દરેક સ્ત્રીને. ૩૦ રૂ.×૨=૬૦ રૂ. બે સ્ત્રીને અથવા ૧ પુ. ને ૧ છો. ને માટે ૬૦ રૂ.×૧૫=૯૦૦ રૂ. ૧૫ પુ.+૧૫ છો. ના તેથી ૯૦૦+૬૦૦=૧૫૦૦ રૂ. ૧૫ પુ.+૨૦ સ્ત્રી+૧૫ છો. ના. માટે ૧૭૭૦−૧૫૦૦=૨૭૦ રૂ. બાકીનાં ૧૫ છોકરાંના, તેથી ૨૭૦÷ ૧૫=૧૮ રૂ. દરેક છોકરાને, અને ૬૦−૧૮=૪૨ રૂ. દરેક પુરૂષને માટે ૪૨, ૩૦, ૧૮ જ.



૫૭. ક્ષેત્રફળ. ૧૬૦×૩૧ ૩/૭=૫૦૨૮ ૪/૭ ચો. યા. अ ब क ड કાટખૂણુ ચોખૂણનું ક્ષેત્રફળ—૪૮૪૦ ચો. યા. (अ इ क ड ચોખૂણુ જે ૧ એકર છે તે)

=૧૮૮ ૪/૭ ચો. યા. ब क इ કાટખૂણુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ. માટે ब इ બાજુ= ૧૮૮ ૪/૭ ચો. યા. કાટખૂણુ ત્રિકોણનું ક્ષેત્રફળ×૨÷૩૧ ૩/૭ યાર્ડ ब क બાજુ= ૧૨ યાર્ડ बથી इનું અંતર અથવા ૧૬૦−૧૨=૧૪૮ યાર્ડ अથી इનું અંતર જ.

૫૮. વર્ગમૂળ. ૫૩૪૫૫૭૯−૨૩૫=૫૩૪૫૩૪૪ સંખ્યાનો વર્ગ, માટે તેનું વર્ગમૂળ કાઢતાં ૨૩૧૨ સંખ્યા જ.

૫૯. વ્યાજ. ૭ આના લેખે વર્ષે ૪॥ રૂ. વ્યાજ થાય, માટે ૪॥×૩ +૧૦૦=૧૧૩॥ રૂ. રાશ ૧૦૦ રૂ. ની ૩ વર્ષે થાય; તેથી ૧૧૩॥ રૂ. રાશ: ૫૨૯$\frac{૨}{૩}$ રૂ. રાશ : : ૧૦૦ રૂ. મુદલ : ૪૬૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. મુદલ; હવે ૪॥×૭+૧૦૦ =૧૩૧॥ રૂ. રાશ ૧૦૦ રૂ. ની ૭ વર્ષે થાય, માટે ૧૦૦ રૂ. મુ. : ૪૬૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. મુ. : : ૧૩૧॥ રૂ. રાશ : રૂ. ૬૧૩—૧૦—૮ રાશ જ.

૬૦. નફાતોટો. મોળી બાસુદી ૬ શેરમાં ૩ શેર ખાંડ જોઇએ, તે બંનેની કીમત ૭॥ શે. ખાં : ૩ શે. ખાં. : : ૧ રૂ. : $\frac{૨}{૫}$ રૂ. માટે ૧+$\frac{૨}{૫}$=$\frac{૭}{૫}$ રૂ. બેસે ને ૬+૩=૯ શેર બાસુદી થાય; તૈયાર લાવે તો ૯ શેરના ૬॥ શે. : ૯ શે : : ૧ રૂ. : $\frac{૧૮}{૧૩}$ રૂ. બેસે. તેથી $\frac{૭}{૫}$−$\frac{૧૮}{૧૩}$=$\frac{૧}{૬૫}$ રૂ. તૈયાર બાસુદી લેવાગાં નફો, માટે $\frac{૧૮}{૧૩}$: ૫૦ : : $\frac{૧}{૬૫}$: $\frac{૫}{૯}$ રૂ. નફો ખાંડવાળી લેવામાં જ.

૬૧. નફાતોટો. ૧ માસ પછી ૧૦૦ રૂ. ના ૧૦૦$\frac{૩}{૮}$ રૂ. મળે, માટે ૧૦૦$\frac{૩}{૮}$ રૂ. : ૭૩ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ : ૭૨$\frac{૮}{૧૧}$ રૂ ખરીદીની હાલ કીમત; ને ચાર માસ પછી ૧૦૦ રૂ. ના ૧૦૧॥ રૂ. મળે, માટે ૧૦૧॥ રૂ : ૮૭ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. : ૮૫$\frac{૫}{૭}$ રૂ. વેચાણની હાલ કીમત. તેથી ૮૫$\frac{૫}{૭}$-૭૨$\frac{૮}{૧૧}$ =૧૨$\frac{૭૬}{૭૭}$ રૂ. ખરીદ કીમતપર નફો, માટે ૭૨$\frac{૮}{૧૧}$: ૧૦૦ : : ૧૨$\frac{૭૬}{૭૭}$: ૧૭$\frac{૬}{૭}$ સેકડે નફો જ.

૬૨. વ્યાજ. ૧ રૂ. નું ૧ વર્ષે ·૦૩ રૂ. વ્યાજ ને રાશ ૧·૦૩ થાય, દાખલામાં ૧·૦૩^{૫૦}=૪·૩૮૩૯૦૬ લખાવેલો છે, માટે ૧·૦૩^{૫૦}×૧·૦૩^{૫૦} =૪·૩૮૩૯૦૬×૪·૩૮૩૯૦૬ તેથી ૧·૦૩^{૧૦૦}=૧૯·૨૧૮૬૩૧ (સંક્ષેપ રીતે છ સ્થળ કાઢતાં); ને ૧·૦૩^{૨૫}×૧·૦૩^{૨૫}=૧·૦૩^{૫૦} થાય માટે ૧·૦૩^{૫૦}= ૪·૩૮૩૯૦૬ છ તેનું વર્ગમૂળ કાઢેથી ૧·૦૩^{૨૫}=૨·૦૯૩૭૭૭; હવે ૧·૦૩^{૧૦૦} ×૧·૦૩^{૨૫}=૧૯·૨૧૮૬૩૧×૨·૦૯૩૭૭૭ તેથી ૧·૦૩^{૧૨૫}=૪૦·૨૩૯૪ (સંક્ષેપ રીતે ચાર સ્થળ કાઢતાં) એ ૧ રૂ. ની ૧૨૫ વર્ષની રાશ થઇ, માટે ૧૦૦ રૂ. ની રાશ ૪૦·૨૩૯૪×૧૦૦=૪૦૨૩·૯૪, માટે ૯૫ : ૪૦૨૩·૯૪ : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૧૬૯·૪૨૯ રૂ. વ્યાજ જ.

૬૩. લોન. ધારો કે પ્રથમ ૧૦૦ રૂ. ની લોન હતી, તો ૧૦૦×$\frac{૩}{૫}$ =૬૦ રૂ. ની લોન વેચી, ને ૧૦૦—૬૦=૪૦ રૂ. ની લોન રાખી. વેચેલી લોનના ૧૦૦ રૂ. લોન : ૬૦ રૂ. લોન : : ૯૦$\frac{૫}{૮}$ રૂ. રોકડા : ૫૪$\frac{૩}{૮}$ રૂ. રોકડા ઉપજ્યા, ને તેનું વ્યાજ ૧૧૫ રૂ. રો. : ૫૪$\frac{૩}{૮}$ રૂ. રો. : : ૪ રૂ. વ્યાજ : ૧$\frac{૪૧}{૪૬}$ રૂ. ઉપજશે. ને રહેલી લોનનું વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. લોન : ૪૦ રૂ. લોન : : ૩ રૂ. વ્યા. : ૧$\frac{૧}{૫}$ રૂ. આવશે. તેથી કુલ વ્યાજ ૧$\frac{૪૧}{૪૬}$+૧$\frac{૧}{૫}$ =૩$\frac{૨૧}{૨૩૦}$ ઉપજશે, ને પ્રથમ ૩ રૂ. વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. ની લોનનું આવતું. માટે ૩$\frac{૨૧}{૨૩૦}$−૩=$\frac{૨૧}{૨૩૦}$ રૂ. વ્યાજનો વધારો થયો. $\frac{૨૧}{૨૩૦}$ રૂ. વધારો : ૭

રૂ. વધારો : : ૮૦$\frac{1}{2}$ રૂ. રોકડા : રૂ. ૬૯૪૭—૧૪—૮ રોકડા જ.

૬૪. વ્યાજ. પહેલા સંકેતમાં મુદ્દલ તે બીજા સંકેતમાં વ્યાજ મુદ્દલ છે, ને બીજા સંકેતમાં વ્યાજના પૈાં. ૬૩–૧૭ છે; માટે પહેલા સંકેતની મુદ્દલ રકમ બીજા સંકેતની મુદ્દલ રકમ કરતાં પૈાં. ૬૩–૧૭ જેટલી મોટી છે. આજ કારણથી બીજા સંકેતના વ્યાજ કરતાં પહેલા સંકેતનું વ્યાજ પૈાં. ૭૧–૧૬–૭$\frac{1}{2}$ –પૈાં. ૬૩–૧૭=પૈાં. ૭–૧૯–૭$\frac{1}{2}$ જેટલું વધારે થાય છે, અને તે વધારે વ્યાજ પૈાં. ૬૩–૧૭ નું બે વર્ષનું થયેલું ગણાય. માટે ૭$\frac{1}{2}\frac{4}{60}$ પૈાં. વ્યા. : ૭૧$\frac{1}{2}\frac{3}{60}$ પૈાં. વ્યા. : : ૬૩$\frac{17}{20}$ પૈાં. મુ. : પૈાં. ૫૭૪–૧૩ મુદ્દલ જવાબ (૧); ૬૩$\frac{17}{20}$ પૈાંડ. મુ. : ૧૦૦ પૈાં. મુ. : : ૭$\frac{1}{2}\frac{57}{60}$ પૈાં. વ્યા. : ૧૨॥ પૈાં. વ્યા., ૨ વર્ષ : ૧ વર્ષ : : ૧૨॥ પૈાં. વ્યા. : ૬। પૈાં. દર જવાબ (૨).

☞ આ હિસાબ મુદ્દત કાપવાના હિસાબની રીતે પણ સમજાવી શકાય. વ્યાજ વિષે વિશેષ વિચાર કલમ ૩ જુઓ.

૬૫. નફોતોટો. ધારો કે ૧૦૦ રૂ. નો માલ છે. સવારમાં નફા સાથે ૧૧૫ રૂ. ને બપોરે ૧૨૦ રૂ. ઉપજાવે છે, તેથી બપોરે ૧૨૦–૧૧૫=૫ રૂ. નફાના વધારે ઉપજાવે છે. હવે સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે $\frac{1}{16}$ રૂ. વધારે ઉપજાવે તો : ૫ રૂ. વધારે ઉપજાવે : : ૧ મણ વેચે : ૮૦ મણ વેચે, તેની મૂળ કીમત ૧૦૦ રૂ. છે માટે ૧૦૦÷૮૦=૧। રૂ. દર મણની કીમત જ.

૬૬. નફોતોટો. ૬૧+૯૫=૧૫૬ રૂ. પે. વ. ની પેદાશ, ૧૫૬×$\frac{5}{3}$= ૨૬૦ રૂ. બી. વ. ની પેદાશ, ૧૫૬+૨૬૦=૪૧૬ રૂ. બે વર્ષની કુલ પેદાશ. બે વર્ષે ૧૦૦ રૂ ખર્ચે ૩૮$\frac{2}{3}$ રૂ. નફાના બચે છે માટે ૧૦૦+૩૮$\frac{2}{3}$=૧૩૮$\frac{2}{3}$ રૂ. પેદાશે : ૪૧૬ રૂ. પે : : ૧૦૦ રૂ. ખર્ચ : ૩૦૦ રૂ. ખર્ચ. તેથી ૩૦૦—(૬૧ રૂ. પે. વ. મજુરી+૯૫ રૂ. પે. વ. મહેસુલ+૯૦ રૂ. બી. વ. મહેસુલ)=૫૪ રૂ. બી. વ. મજુરી જ.

૬૭. ક્ષેત્રફળ. ૨૫૨×૨૫૨=૬૩૫૦૪ ચો. વા. આખા ખેતરનું ક્ષેત્રફળ, ૨૨૦ × ૨૨૦ = ૪૮૪૦૦ ચો. વા. અંદરના ચોરસનું ક્ષેત્રફળ. માટે ૬૩૫૦૪–૪૮૪૦૦=૧૫૧૦૪ ચો. વા.+૪૮૪૦= ૩ એકર ૫૮૪ ચો. વા. માં વાવેતર જવાબ (૧); ૪૮૪૦૦÷૪૮૪૦=૧૦ એકર અંદરનો ચોરસ જવાબ (૨).

	૨૫૨	
૧૬	૨૨૦	૧૬

૬૮. વ્યાજ. ॥ રૂ. × ૯ = ૪॥ રૂ. ૯ માસનું વ્યાજ, માટે ૪॥ રૂ. વ્યા. : ૬૦ રૂ. વ્યા. : : ૧૦૦ રૂ. મુ. : $\frac{4000}{3}$ રૂ. મુદ્દલ. $\frac{4000}{3}$×૨ = $\frac{8000}{3}$ રૂ. આઠ આનાની તેરીખે નવ માસે મળવાના હોય તો ૧૦૪॥ રૂ. રાશ. : $\frac{8000}{3}$ રૂ. રાશ : : ૪॥ રૂ. કાપવા : રૂ. ૧૧૪–૧૩–૩$\frac{107}{209}$ કાપવા જવાબ.

૬૯. **મુદત કાપવાનું.** આ રીતની કલમ ૧૧ જુઓ. રૂ૧૩૭·૯૦૨૫ —૧૨૧·૫ = રૂ. ૧૬·૪૦૨૫ વ્યાજ રૂ. ૧૨૧·૫નું થયું, માટે ૧૬·૪૦૨૫ · રૂ. વ્યા. : ૧૩૭·૯૦૨૫ રૂ. વ્યા. : : ૧૨૧·૫ રૂ. મુ. = ૧૦૨૧$\frac{૧}{૬}$ રૂ. જ.

૭૦. **ત્રિરાશિ.** ૧૫૦ × ૪૮ = ૭૨૦૦ રૂ. પહેલે તથા બીજે વર્ષે પેદાશ. ૭૨૦૦ ÷ ૩૬ = ૨૦૦ એડીયાં બીજે વર્ષે પેદાશ.

૭૧. **નફો તોટો.** ૧ મૂ. કી. હોયતો $\frac{૩}{૮}$ નફો, માટે $\frac{૧૧}{૮}$ નફા સાથે : $\frac{૧૧}{૨}$ નફા સાથે : : ૧ મૂ. કી : ૪ રૂ. મૂ. કી. ૬॥—૪ = ૨॥ રૂ. મૂ. કી. પર નફો જવાબ (૧); ૪: ૧૦૦ : : ૨॥ : ૬૮॥ નફો સેંકડે જ. (૨).

૭૨. **નફો તોટો.** સેંકડે ૭ ટકા કમીશન આપે એટલે ૧૦૦ રૂ. ના માલના ૯૩ રૂ ઉપજાવવા હોય તો ૩॥ રૂ. એ વેચવી, પણ ૧૦૦ રૂ. ના માલના ૧૨૪ રૂ. ઉપજાવવા છે તો કેટલાએ વેચવી આનું દાખલાનું રૂપ થયું. માટે આવી જાતના હિસાબ નફા તોટાના પાંચમા પ્રકારમાં આવે તેથી ૯૩ : ૧૨૪ : : ૩॥ : ૫ રૂ.એ વેચવી જવાબ.

૭૩. **પ્રમાણ.** ૭॥ તોલા × $\frac{૧૮}{૨૪}$ = $\frac{૪૫}{૮}$ તો. શુદ્ધ સોનું, ૭॥ તોલા × $\frac{૬}{૨૪}$ = $\frac{૧૫}{૮}$ તો. ભેગ. હવે $\frac{૪૫}{૮}$ × ૨૦ = ૧૧૨$\frac{૧}{૨}$ રૂ. શુદ્ધ સોનાની કી., $\frac{૧૫}{૮}$ × $\frac{૧}{૨}$ = $\frac{૧૫}{૧૬}$ રૂ. ભેગની કી., $\frac{૧૫}{૨}$ × $\frac{૫}{૪}$ = ૯$\frac{૩}{૮}$ રૂ. મજુરી માટે ૧૧૨$\frac{૧}{૨}$ + $\frac{૧૫}{૧૬}$ + ૯$\frac{૩}{૮}$ = રૂ ૧૨૨—૧૩ જ.

૭૪. **ક્ષેત્રફળ.** ૩૫×૨= ૭૦ હાથ એ લંબાઇની ભીંતોની લંબાઇ +૧૫×૨= ૩૦ હાથ એ પહોળાઇની ભીંતોની લંબાઇ=૧૦૦ હાથ ચારે ભીંતોની લંબાઇ. ૧૦૦ હાથ×૦॥। હાથ=૭૫ ચો. હા. કૂલનું ક્ષેત્રફળ. ૧૦૦ ચો. હા. : ૧ ચો હા. : : રૂ. ૪૬—૧૪ : ૩૦—૧૦—૦ જ.

૭૫. **ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ.** (વ્યાજ વિષે વિશેષ વિચાર કલમ ૪ જુઓ). ૧૦૦૦૦ ÷ ૧૦૦= ૧૦૦ રૂ. એક રૂ.ની મુદત પ્રમાણે રાશ. ૧૦૦ રૂ.નું ત્રણ વર્ષે ૩૬ રૂ. વ્યાજ માટે ૧ રૂ.નું વર્ષે ·૩૬ રૂ. વ્યાજ, ને ૧ + ·૩૬ રૂ. = ૧·૩૬ રૂ. રાશ. ૧·૩૬^{૨}= ૧·૮૪૯૬ છ વર્ષની રાશ, ૧·૮૪૯૬^{૨}=૩·૪૨૧૦૨૦૧૬ બાર વર્ષની રાશ, ૩·૪૨૧૦૨૦૧૬^{૨} = ૧૧·૭૦૩૩૭૭ ચોવીશ વર્ષની રાશ (૭ સ્થળ રાખીને), ૧૧·૭૦૩૩૭૭×૩·૪૨૧૦૨૦૧૬=૪૦·૦૩૭૪૮૮ છત્રીશ વર્ષની રાશ (૭ સ્થળ રાખીને), ૪૦·૦૩૭૪૮૮×૧·૮૪૯૬= ૭૪·૦૫૩૩૩૬ બેતાળીશ વર્ષની રાશ (૭ સ્થળ) તેને ૧·૩૬એ ગુણતાં ગુણાકાર ૧૦૦ કરતાં વધી જશે માટે જવાબમાં ૪૨ વર્ષથી વધારે ને ૪૫ની અંદર આવશે. તે નક્કી કરવા માટે ૭૪·૦૫૩૩૩૬×૧૦૦=૭૪૦૫·૩૩૩૬ રૂ. રાશ ૪૨ વર્ષે ૧૦૦ રૂ.ની થઇ તે ૧૦૦૦૦ રૂ. રાશમાંથી બાદ કરતાં ૨૫૯૪ ·૬૬૬૪ રૂ. બાકી રહ્યા. હવે ૭૪૦૫·૩૩૩૬

રૂ.નું ૨૫૯૪·૬૬૬૪ રૂ. વ્યાજ દોકડાની તેરીખે કેટલી મુદ્દતે થાય તે કાઢવા માટે $\frac{૧૦૦×૨૫૯૪·૫૬૬૪}{૭૪૦૫·૩૩૩૬×૧૨}$= ૨·૯૧૯ વર્ષ અથવા ૨ વર્ષ ૩૩૫·૪૩૫ દિ. તે પ્રથમનાં ૪૨ વર્ષમાં ઉમેરતાં ૪૪ વર્ષ ૩૩૬ દિ. લગભગ જવાબ.

૭૬. વ્યાજ. પોતાને ૧૦૦ રૂ. ના વર્ષે ૧૦૬ રૂ. આપવા પડે, ને પોતાને ૧૦ ટકા લેખે ૭ માસે ૧૦૦ રૂ. ના ૧૦૫ રૂ. મળે, ને વર્ષ આખરે ૧૦૦ : ૧૦૫ : : ૧૦૫ : ૧૧૦। રૂ. મળે; માટે ૧૧૦।–૧૦૬=૪। રૂ. નફો. તેથી ૪। રૂ. નફો : ૨૦૪ રૂ. નફો : : ૧૦૦ રૂ: ૪૮૦૦ રૂ. વ્યાજે કાઢેલા જ.

૭૭. ક્ષેત્રમાપ. ૧૨૦×૨+૨૦૦×૨=૬૪૦ ગજ વાડ કરવી છે, ને રોજ ૬+૯=૧૫ ગજ વાડ થાયછે. માટે ૬૪૦÷૧૫=૪૨$\frac{૨}{૩}$ દિ. લાગે. જવાબ (૧); અને મજુરીના ૧૫ રૂ. ને કામનું પ્રમાણ ૬ : ૯ છે તે પ્રમાણમાં વહેંચતાં ૧૫ ભાગ : ૬ ભાગ : : ૧૫ રૂ. : ૬ રૂ. પહેલાને, માટે ૧૫–૬=૯રૂ. બીજાને જવાબ (૨).

૭૮. પ્રમાણ. ૧ તોલો ચાંદી તો $\frac{૧}{૨૦}$ તોલો ભેગ, ને $\frac{૧}{૨૦}$×$\frac{૧}{૬}$=$\frac{૧}{૧૨૦}$ તોલો જસ્તી; તેથી ૧+ $\frac{૧}{૨૦}$+$\frac{૧}{૧૨૦}$=$\frac{૧૨૭}{૧૨૦}$ તોલા મિશ્રણ થયું. તેથી $\frac{૧૨૭}{૧૨૦}$ તો. મિ. : ૧૨૦ તો. મિ. : : ૧ તો. ચાંદી : ૧૨૦ તોલા ચાંદી, માટે ૬ તોલા ભેગ, ને ૧ તોલો જસ્તી. જ.

૭૯. ત્રિરાશિ. ૦॥×૪=૨ રૂ. ચાર માણસ ઓછાં આવવાથી આવ્યા, તે આવેલાં દરેક માણસે બે આના પ્રમાણે વધારે આપી પૂરા કર્યા; માટે ૩૨ આના÷૨ આના=૧૬ માણસ આવેલાં, ને ૧૬+૪=૨૦ માણસ પ્રથમ આવવાનાં હતાં જ.

૮૦. પ્રમાણ. જેટલા મણ ખાંડ છે તેટલાજ મણ સોપારીની કીમત ખાંડની કીમત કરતાં ૭॥×૯=૬૭॥ રૂ. (૯ મણ સોપારીની કીમત) +૦॥ રૂ. (ખાંડમાં વધારેછે તે) =૬૮ રૂ. ઓછીછે. હવે ૧ મણ ખાંડની કીમત કરતાં ૧ મણ સોપારીની કીમત ૯॥–૭॥=૨ રૂ. ઓછી છે માટે ૨ રૂ. ઓછા : ૬૮ રૂ. ઓછા : : ૧ મણ ખાંડ : ૩૪ મણ ખાંડ, ને ૩૪ +૯=૪૩ મણ સોપારી જવાબ.

૮૧. નફો તોટો. ૧૬૦–૫૦=૧૧૦ રૂ. પહેલા ઘોડાની કીમતની બમણાઇ થઈ, માટે ૧૧૦÷૨=૫૫ રૂ. પહેલા ઘોડાની કીમત, ને ૧૬૦ –૫૫=૧૦૫ રૂ. બીજા ઘોડાની કીમત. ૧૦૦ : ૫૫ : : ૯૦ : ૪૯$\frac{૧}{૨}$ રૂ. પે. ઘો. ના ઉપજ્યા, ૧૦૦ : ૧૦૫ : : ૧૦૮ : ૧૧૩$\frac{૨}{૫}$ રૂ. બી. ઘો. ના ઉપજ્યા. તેથી ૪૯$\frac{૧}{૨}$+૧૧૩$\frac{૨}{૫}$=૧૬૨$\frac{૯}{૧૦}$ રૂ. બે ઘોડાના ઉપજ્યા, માટે ૧૬૨$\frac{૯}{૧૦}$ –૧૬૦=૨$\frac{૯}{૧૦}$ રૂ. નફો જ.

૮૨. **પ્રમાણ.** જો ૪ સ્ત્રી હોય તો ૭ છોકરાં હોય, માટે ૪×૩=૧૨ રૂ. સ્ત્રીને, અને ૭×૧=૭ રૂ. છોકરાંને મળે. તેથી ૧૨+૭=૧૯ રૂ. કુલે : ૫૭ રૂ. કુલે : : ૪ સ્ત્રી : ૧૨ સ્ત્રી, ૧૯ રૂ. : ૫૭ રૂ. : : ૭ છો. : ૨૧ છોકરાં જ.

૮૩. **દશાંશ અપૂર્ણાંક.** પહેલા ચાર દિવસમાં દરરોજ ગાડવામાં જે ઘી હોય તેનો ·૧ ભાગ જાયછે ને ·૯ ભાગ બાકી રહેછે માટે ૧૦×·૯=૯ શેર પે. દિ., ૯×·૯=૮·૧ શેર બી. દિ., ૮·૧×·૯=૭·૨૯ શેર ત્રી. દિ., ૭·૨૯×·૯=૬·૫૬૧ શેર ઘી ચો. દિ. રહે, તેથી ૧૦−૬·૫૬૧=૩·૪૩૯ શેર તેલ ચોથે દિવસે છે. પછીના ચાર દિવસમાં દરરોજ ગાડવામાં જે તેલ હોય તેનો ·૧ ભાગ જાયછે ને ·૯ ભાગ બાકી રહે છે માટે ૩·૪૩૯×·૯=૩·૦૯૫૧ શેર પાં. દિ., ૩·૦૯૫૧×·૯ = ૨·૭૮૫૫૯ શેર છ. દિ., ૨·૭૮૫૫૯×·૯=૨·૫૦૭૦૩૧ શેર સા. દિ., ને ૨·૫૦૭૦૩૧×·૯=૨·૨૫૬૩૨૭૯ શેર તેલ આઠમે દિવસે રહે, તેથી ૧૦−૨·૨૫૬૩૨૭૯ = ૭·૭૪૩૬૭૨૧ શેર ઘી રહે જ.

૮૪. **વ્યાજ.** ધારો કે ૧૦૦ રૂ. મુદલ છે તો તેનું ૮×૧૨=૯૬ રૂ. વ્યાજ ૧૨ વર્ષનું થય, તો બીજી વખત ૯૬ રૂ. વધારે વ્યાજે મૂકાય; તેથી ૧૦૦ : ૯૬ : : ૮ : ૭·૬૮ રૂ. વ્યાજના વધારે આવે. માટે ૭·૬૮ : ૩૮૪ : : ૧૦૦ : ૫૦૦૦ રૂ. મુદલ પ્રથમ; ને ૧૦૦ : ૫૦૦૦ : : ૧૯૬ રૂ. રાશ : ૯૮૦૦ રૂ. બીજી વખત વ્યાજે મૂકેલા જ.

૮૫. **પ્રમાણ.** બંને થાનમાં દર ગજે એક એક રૂ. નફાનો લેવાથી ૩૦ રૂ. નફાના રહે, માટે ૩૦ ગજ મશરૂ બંને થાનમાં થઈને છે. હવે જો બધો ૪॥ રૂ.ના ગજના ભાવનો હોય તો ૩૦×૪॥=૧૩૫ રૂ. બેસે, પણ ૧૩૫−૧૨૬॥=૮॥ રૂ. ઓછા બેઠેલા છે. તેનું કારણ એ કે પહેલા થાનમાં દર ગજે ०॥ રૂ. ઓછો બેઠેલ છે, માટે ०॥ : ૮॥ : : ૧ ગ. : ૧૭ ગજ ૪ રૂ. ભાવનું, ને ૩૦−૧૭=૧૩ ગજ ૪॥ રૂ. ભાવનું જ.

૮૬. **પ્રમાણ.** સ્ત્રીને પુંજનો કે તો છોકરાને કે એટલે સ્ત્રી કરતાં છોકરાને બમણું, અને છોકરાંને કે તો સ્ત્રીને કે એટલે છોકરી કરતાં સ્ત્રીને બમણું મળે. માટે છોકરી, સ્ત્રી, ને છોકરાના ભાગ ૧, ૨, ૪ પ્રમાણમાં થયા. માટે ૭ ભાગ : ૪ ભાગ : : ૭૦૦૦૦ રૂ. : ૪૦૦૦૦ રૂ. છોકરાને, માટે ૨૦૦૦૦ રૂ. સ્ત્રીને, અને ૧૦૦૦૦ રૂ. છોકરીને જ.

૮૭. **ક્ષેત્રફળ.** ૨॥ રૂ. : ૫૬ રૂ. : : ૯ ચો. ફુ : ૨૨૪ ચો. ફુ. શેત્રંજી, માટે ઓરડાનું ક્ષેત્રફળ ૨૨૪ ચો. ફુ.÷૧૪ ફુ. ઓરડાની પહોળાઇ =૧૬ ફુ. ઓરડાની લંબાઈ. ०॥ રૂ. : ૪૦ રૂ. : : ૯ ચો. ફુ. : ૭૨૦ ચો.

ફુ. ઓરડાની ભીંતોનું ક્ષેત્રફળ. હવે ઓરડાની ચાર ભીંતોની લંબાઇ ૧૬×૨+૧૪×૨=૬૦ ફુ. તેને ઊંચાઇએ ગુણીએ તો પૃષ્ટફળ આવે માટે પૃષ્ટફળ ૭૨૦ ચો. ફુ.÷૬૦ ફુ.=૧૨ ફુ. ઊંચાઇ જ.

૮૮. **ક્ષેત્રફળ.** નિયમ ૧૩ મો જુઓ. દોરડું તે ગોળની ત્રિજ્યા છે, ને ગોળનું ક્ષેત્રફળ ૧ એકર=૪૮૪૦ ચો. યા. છે. માટે ત્રિજ્યા^{૨}×૩·૧૪૧૬ =૪૮૪૦, તેથી ત્રિજ્યા=$\sqrt{\frac{૪૮૪૦}{૩·૧૪૧૬}}$=૩૯·૨૫ યા. જ.

૮૯. **અપૂર્ણાંક.** $\frac{૩}{૫}+\frac{૨}{૩}-\frac{૧}{૧૫}=\frac{૧૮}{૧૫}$ ભાજ્ય છે, $\frac{૨}{૩}+\frac{૧}{૩}-\frac{૧}{૨૧}=\frac{૨૦}{૨૧}$ ભાજક છે; માટે ભાગાકાર $\frac{૧૮}{૧૫}÷\frac{૨૦}{૨૧}=\frac{૧૮}{૧૫}×\frac{૨૧}{૨૦}=૧\frac{૧૩}{૫૦}$ જ.

૯૦. **પૃષ્ટફળ.** નિયમ ૪ જુઓ. ૧·૫×૩·૧૪૧૬=૪·૭૧૨૪ ફુટ પરિધ.×૩ ફુ. ઊં.=૧૪·૧૩૭૨ ચો. ફુ. નળાનું પૃષ્ટફળ, ને ૪·૭૧૨૪×૧·૫ ÷૪=૧·૭૬૭૧૫ ચો. ફુ. પાયાનું ક્ષેત્રફળ. માટે ૧૪·૧૩૭૨+૧·૭૬૭૧૫= ૧૫·૯૦૪૩૫ ચો. ફુ. કલઇ કરવી પડે. **ઘનફળ.** નિયમ ૩ જુઓ. ૧·૭૬૭૧૫ ×૩=૫·૩૦૧૪૫ ઘ. ફુ. પાણી માય જ.

૯૧. **ઘનફળ.** ૧૨ ઇં.×૧૨ ઇં×૧૨ ઇં=૧૭૨૮ ઘ. ઇં. ઘનનું ઘનફળ, ૨×૨×૨=૮ ઘ. ઇં. કટકાનું ઘનફળ. માટે ૧૭૨૮ ઘ. ઇં.÷૮ ઘ. ઇં.=૨૧૬ કડકા જ.

૯૨. ખાં. ૧૪−૮−૨૪=૧૧૫૪૪ શેર+ખાં. ૧−૦−૩૨=૮૩૨ શેર= $\frac{૧૨૧}{૮}$, રૂ. ૨−૧૦−૮=૨$\frac{૨}{૩}$, ૧$\frac{૩}{૫}$×$\frac{૫}{૨૪}$=$\frac{૧}{૩}$ માટે $\frac{૧૨૧}{૮}$×$\frac{૮}{૩}$×$\frac{૩}{૮}$=૧૧૧ જ.

૯૩. **પ્રમાણ.** ૨૫૦−૧૧૦=૧૪૦ મૈલ ટ્રેન ધીમે વેગે ચાલી, ધીમો વેગ ઉતાવળા વેગનો ૧−$\frac{૧}{૫}$=$\frac{૪}{૫}$ છે. માટે ટ્રેનને ૧૪૦ મૈલ ધીમે વેગે ચાલતાં જેટલો વખત લાગે, તેટલા વખતમાં ઉતાવળે વેગે ૧૪૦÷$\frac{૪}{૫}$=૧૭૫ મૈલ જાય, એટલે ૧૭૫−૧૪૦=૩૫ મૈલ વધારે જાય. એટલું વધારે ચાલવાને તેને ૧ ક. ૧૦ મિ. લાગેછે, માટે $\frac{૭}{૬}$ ક. : ૧ ક. :: ૩૫ મૈલ : ૩૦ મૈલનો વેગ જ.

૯૪. **લ. સા. ભા.** ૬,૯,૧૨,૧૫,૧૮,૨૧ એ ભાજકો આપેલાછે, તેનો નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય (લ. સા. ભા.) કાઢતાં ૧૨૬૦ આવશે. પણ લ. સા. ભા. એવો માગ્યોછે કે તેને આપેલા ભાજકોએ ભાગતાં તેમના દૃઢભાજક જેટલા એટલે ૩ શેષ વધે, માટે ૧૨૬૦+૩=૧૨૬૩ જ.

૯૫. **નફાતોટો.** ૬×૨૦=૧૨૦, ૭॥×૩૦=૨૨૫, ૧૦×૪૦=૪૦૦; માટે ૨૦+૩૦+૪૦=૯૦ મણના ૧૨૦+૨૨૫+૪૦૦=૭૪૫ રૂ. બેસે ૧૦૦ : ૭૪૫ :: ૧૧૦ : ૮૧૯॥ રૂ. ૯૦ મણના નફા સાથે ઉપજાવવા, માટે ૯૦ મણ : ૧ મણ :: ૮૧૯॥ રૂ. : ૨૯−૧−૮$\frac{૪}{૧૫}$ જ.

૯૬. **અપૂર્ણાંક.** ૧૨૪ ભાજક×૧૪૪ ભાગાકાર=૧૭૮૫૬. ભાજ્ય.

તે મૂળ સંખ્યાનો ૧−$\frac{૧}{૧૦}$=$\frac{૯}{૧૦}$ છે માટે મૂળ સંખ્યા= ૧૭૮૫૬ ÷ $\frac{૯}{૧૦}$ = ૧૯૮૪૦ જ.

૯૭. અપૂર્ણાંક. $\frac{૫}{૭}$×$\frac{૨}{૯}$×$\frac{૨૭}{૨}$=$\frac{૧૫}{૭}$, $\frac{૧}{૯}$×$\frac{૩}{૭}$=$\frac{૧}{૨૧}$+૪૦=૪૦$\frac{૧}{૨૧}$. $\frac{૧૫}{૭}$÷૪૦$\frac{૧}{૨૧}$ =$\frac{૧૫}{૭}$×$\frac{૨૧}{૮૪૧}$=$\frac{૪૫}{૮૪૧}$ જ.

૯૮. અંતર ભાગવા સંબંધી. પહેલી ટ્રેનના પાછલા ભાગ સાથે બીજી ટ્રેનનો આગલો ભાગ મળે, ત્યારે પહેલી ટ્રેનના આગલા ને બીજી ટ્રેનના પાછલા ભાગ વચ્ચે ૧૨૦+ ૭૫ = ૧૯૫ યાર્ડ અથવા $\frac{૩૯}{૩૫૨}$ મૈલનું અંતર થાય. હવે ૪૦−૧૬=૨૪ મૈલનું અંતર બીજી ટ્રેન ૧ કલાકમાં ભાગે, માટે ૨૪ મૈલ : $\frac{૩૯}{૩૫૨}$ મૈલ : : ૧ કલાક : ૧૬$\frac{૧૦૯}{૧૭૬}$ સે. જ.

૯૯. અપૂર્ણાંક. ૧−$\frac{૨}{૫}$=$\frac{૩}{૫}$ બાકી ભાગ ×$\frac{૨૫}{૭}$×$\frac{૧}{૩}$=$\frac{૫}{૭}$ ભાગ, પૈં. ૫૧ −૮−૬$\frac{૬}{૭}$=$\frac{૩૬૦}{૭}$ પૈં. ×$\frac{૯}{૪}$=$\frac{૮૧૦}{૭}$ પૈં. $\frac{૫}{૭}$ ભાગ=$\frac{૮૧૦}{૭}$ પૈં. તો ભાગ=$\frac{૮૧૦}{૭}$× $\frac{૭}{૫}$= ૧૬૨ પૈં. જ.

૧૦૦. લોન. ૪॥ ટકા વ્યા. : ૪ ટકા વ્યા. : : ૯૦ રૂ. રોકડા : ૮૦ રૂ. રોકડાનો ભાવ જ.

૧૦૧. દશાંશ. ૨૫−૨૦=૫ સે. નું અંતર ૯ ટકોરા વાગતાં એ ઘડીઆળમાં પડે, માટે ૯ ટકોરા : ૭ ટકોરા : : ૫ સે. =$\frac{૩૫}{૯}$ સે. અંતર. $\frac{૩૫}{૯}$ સે. એ ૬૦ સે. નો કયો દશાંશ છે માટે દશાંશ=$\frac{૩૫}{૯}$ સે. ÷૬૦સે.= $\frac{૭}{૧૦૮}$=.૦૬૪૮૧ં જ.

૧૦૨. ત્રિરાશિ. દરરોજ પેટીમાં જે બરફ હોય તેનો .૧ ભાગ પીગળી જાય, ને .૯ ભાગ બાકી રહે; માટે જો ૧ શેર હોય તો ૧× .૯ =.૯ પે. દિ., .૯×.૯=.૮૧ બી. દિ., .૮૧×.૯=.૭૨૯ ત્રી. દિ., .૭૨૯× .૯=.૬૫૬૧ ચો. દિ., ને .૬૫૬૧×.૯=.૫૯૦૪૯ શેર બાકી પાં. દિ. રહે. માટે $\frac{૫૯૦૪૯}{૧૦૦૦૦૦}$ શે. બા. : ૧૦ શે. બા. : : ૧ શેર : ૧૬$\frac{૫૫૨૧૬}{૫૯૦૪૯}$ શેર. જ.

૧૦૩. અંતર માપવા સંબંધી. ૫ મિ. ૩૫ સે.+૩ સે. =૫ મિ. ૩૮ સે. માં ब ૧ મૈલ−૧૫ યાર્ડ=૧૭૪૫ યાર્ડ ચાલ્યો. માટે ૧૭૪૫ યાર્ડ : ૧૭૬૦ યાર્ડ : : ૫$\frac{૧૯}{૩૦}$ મિ. : ૫ મિ. ૪૦$\frac{૩૧૫}{૩૪૯}$ સે. बને ૧ મૈલ ચાલતાં લાગે જ.

૧૦૪. અંતર માપવા સંબંધી. ૯$\frac{૧}{૪}$ મૈ. : ૭૪ મૈ. : : ૧ ક. : ૮ કલાક પહેલી ગાડીને લાગ્યા, માટે સાંજના ચાર વાગે પહોંચી ને બીજી ગાડી ૫ મિ. વહેલી એટલે સાંજના ૩ ને ૫૫ મિ. પહોંચી. હવે બીજી ગાડીનો વેગ પહેલી ગાડીના વેગનો $\frac{૮}{૫}$ છે માટે $\frac{૩૭}{૪}$×$\frac{૮}{૫}$=$\frac{૭૪}{૫}$ મૈલનો છે, તેથી $\frac{૭૪}{૫}$ મૈ. : ૭૪ મૈ. : : ૧ ક. : ૫ કલાક બીજી ગાડીને લાગ્યા. તેથી સાંજના ૩ ને ૫૫ મિ. માંથી ૫ કલાક જતાં સવારના ૧૦ ને ૫૫ મિનિટે નીકળેલી જ.

૧૦૫. બહુરાશિ. ૪ મૈ. : ૫ મૈ. } :: ૧૪ દિ. : ૧૫ દિ. બને
૭ ક. : ૬ ક. } લાગે જ.

૧૦૬. પ્રમાણ. પહેલા ને બીજા કલાસનું ભાડું રૂ. ૩$\frac{૧}{૨}\frac{૫}{૬}$: રૂ. ૧$\frac{૩}{૩}\frac{૧}{૨}$ ના પ્રમાણમાં એટલે ૨ : ૧ના પ્રમાણમાં છે માટે ૨+૧=૩ ભાગ : ૨ ભાગ :: રૂ. ૨૮–૧૫–૬= રૂ. ૧૯–૫–૦ પહેલા કલાસનું ભાડું તેથી રૂ. ૯-૧૦–૬ બીજા કલાસનું ભાડું જ.

૧૦૭ વર્ગમૂળ. ગુણાકાર $\sqrt{\cdot ૨}$ ÷ ગુણ્ય $\sqrt{\cdot ૦૨}$= ગુણક $\sqrt{૧૦}$ અથવા ૩·૧૬૨૨ જ.

૧૦૮. વર્ગમૂળ. ૨૫·૬૩૭૩૪નું વર્ગમૂળ ૫·૦૬૩ જ. ને ૭૨$\frac{૧}{૬}\frac{૨}{૨}\frac{૦}{૧}$ નો વર્ગ ૫૩૨૭$\frac{૧}{૧}\frac{૧}{૪}\frac{૬}{૬}\frac{૧}{૪}\frac{૭}{૧}$ જ.

૧૦૯. વર્ગમૂળ. ·૦૦૪×૧૫·૬૨૫=·૦૬૨૫નું વર્ગમૂળ ·૨૫ જ., $\cdot ૦૪^{૨}$=·૦૦૧૬ જ.

૧૧૦. નફો તોટો. ૪૦×૧૫×૨$\frac{૭}{૮}$=૧૭૨૫ રૂ. પહેલે વર્ષે ઉપજમાં-થી ૪૦×૫$\frac{૩}{૧}\frac{}{૬}$= ૨૦૭॥ રૂ. ખર્ચ જતાં ૧૫૧૭॥ રૂ. નફો; ૪૦×૨૦×૨$\frac{૧}{૧}\frac{}{૬}$ =૧૬૫૦ રૂ. બી. વ. ઉપજમાંથી ૪૦×૫$\frac{૭}{૧}\frac{}{૬}$= ૨૧૭॥ રૂ. ખર્ચ જતાં ૧૪૩૨॥ રૂ. નફો. માટે ૧૫૧૭॥–૧૪૩૨॥ = ૮૫ રૂ. પહેલે વર્ષે વધારે નફો જવાબ.

૧૧૧. બહુરાશિ. ૧૨૦ ગા. : ૧૦૦ મા.
૨ મૈ. : ૩ મૈ.
૨૪ દિ. : ૨૦ દિ. } :: ૧૨ ક. : ૧૨$\frac{૧}{૨}$ કલાક પ્ર-માણે માટે ૧૨$\frac{૧}{૨}$–૧૨=$\frac{૧}{૨}$ કલાક પ્રમાણે દરરોજ વ-ધારે કામ કરવું જ.

૧૧૨. રેષામાપ. નિયમ ૧લો જુઓ. કાટખૂણુ ત્રિકોણનો કર્ણ કા-ઢવા માટે $\sqrt{૧૩૫^{૨}+૭૨^{૨}}$ =$\sqrt{૨૩૪૦૯}$=૧૫૩ મૈલ જ.

૧૧૩. રેષામાપ. ચોરસની એક બાજુનો વર્ગ×૨ = કર્ણનો વર્ગ, માટે કર્ણ ૩૫૩·૫૫^{૨}=૧૨૪૯૯૭૬૦૨૫÷૨=૬૨૪૯૮·૮૦૧૨૫ બાજુનો વર્ગ, માટે એનું વર્ગમૂળ ૨૪૯·૯૯૭ યાર્ડ જ.

૧૧૪. લોન. ૯૧ રૂ. રોકડા : ૪૦૯૫ રૂ. રો. :: ૧૦૦ રૂ. લોન = ૪૫૦૦ રૂ. ની લોન મળે, ને ૧૦૦ રૂ. લો. : ૪૫૦૦ રૂ. લો. :: ૩ ટકા વ્યાજ=૧૩૫ રૂ. વાર્ષિક ઉપજ. ૧૦૦ રૂ. લો. : ૩૦૦૦ રૂ. લો. :: ૯૩$\frac{૧}{૨}$ રૂ. રો. : ૨૮૦૫ રૂ. રો., ૧૦૦ રૂ. લો. : ૧૫૦૦ રૂ. લો. :: ૮૫ રૂ. રો. : ૧૨૭૫ રૂ. રો.; માટે ૨૮૦૫+૧૨૭૫=૪૦૮૦ રૂ. રોકડા ઉપજ્યા, તેથી ૪૦૯૫–૪૦૮૦=૧૫ રૂ. ખોટ જવાબ (૧); ૧૦૨ રૂ. રો. : ૪૦૮૦ રૂ. રો. :: ૪$\frac{૧}{૨}$ ટકા વ્યા. : ૧૮૦ રૂ. વાર્ષિક ઉપજ થાય તેથી ૧૮૦–

૧૩૫=૪૫ રૂ. વાર્ષિક ઉપજમાં લાભ જવાબ (૨).

૧૧૫. ઉમરનો. છોકરાની હાલની ઉમર ૪૫ વર્ષ–૩૦ વર્ષ=૧૫ વર્ષનો છોકરો હતો, ત્યારે બાપની ઉમર ૧૫×૩ = ૪૫ વર્ષની હતી, માટે હાલ બાપની ઉમર ૪૫+૩૦=૭૫ વર્ષની જ.

૧૧૬. ઉમરનો. છોકરાની હાલની ઉમરથી બાપની ઉમર ૩ ગણી છે, માટે એ બંનેની ઉમર વચ્ચે છોકરાની હાલની ઉમરની બમણાઇ જેટલો તફાવત છે; અને તફાવતથી બાપની ઉમર $\frac{3}{2}$ ગણી છે. ૯ વર્ષ પહેલાં છોકરાની ઉમરથી બાપની ઉમર પાંચ ગણી હતી, તેથી તે વખતે બંનેની ઉમર વચ્ચે છોકરાની તે વખતની ઉમરની ચોગણાઇ જેટલો તફાવત હતો; તે તફાવતથી બાપની તે વખતની ઉમર $\frac{5}{4}$ ગણી હતી. હવે ઉમરમાં તફાવત તો હમેશાં સરખોજ રહે, માટે તફાવત×$\frac{3}{2}$ બાપની હાલની ઉમર–તફાવત×$\frac{5}{4}$ બાપની નવ વર્ષ પહેલાંની ઉમર=૯ વર્ષ, તેથી તફાવત×$\frac{1}{4}$=૯ વર્ષ, તો તફાવત=૩૬ વર્ષ. માટે બાપની હાલની ઉમર ૩૬×$\frac{3}{2}$=૫૪ વર્ષ, ને ૫૪÷૩=૧૮ વર્ષ છોકરાની ઉમર જ.

૧૧૭. ઉમરનો. ૧૫ વર્ષ પહેલાં છોકરાની ઉમરથી બાપની ઉમર છગણી હતી, તેથી તે વખતે બંનેની ઉમર વચ્ચે છોકરાની તે વખતની ઉમરની પાંચ ગણાઇ જેટલો તફાવત હતો; અને તફાવતથી બાપની તે વખતની ઉમર $\frac{6}{5}$ ગણી હતી. હવે બંનેની ઉમર વચ્ચે ૩૫ વર્ષનો તફાવત છે એ આપેલું છે, માટે તફાવત ૩૫×$\frac{6}{5}$=૪૨ વર્ષ બાપની ૧૫ વર્ષ પહેલાંની ઉમર માટે ૪૨+૧૫=૫૭ વર્ષ બાપની હાલની ઉમર, ને ૫૭–૩૫ =૨૨ વર્ષ દીકરાની હાલની ઉમર જ.

૧૧૮. ઉમરનો. અની ઉમર ૫૦ વર્ષ–૫ વર્ષ તેના દીકરાની ઉમર=૪૫ વર્ષ બાપ દીકરાની ઉમર વચ્ચે અંતર. હવે બાપની ઉમર ૨ તો દીકરાની ઉમર ૧ એ પ્રમાણે કરવું છે માટે એ બંનેની ઉમર વચ્ચે દીકરાની ઉમર જેટલો તફાવત. ને તફાવતથી બમણી બાપની ઉમર કરવી છે; માટે તફાવત ૪૫×૨=૯૦ વર્ષ બાપની ઉમર થવી જોઇએ, તેથી ૯૦–૫૦ વર્ષ બાપની હાલની ઉમર=૪૦ વર્ષે થાય જ.

૧૧૯. ઉમરનો. બ કરતાં અ ૬ વર્ષે મોટો છે, ૧૨ વર્ષ પહેલાં બની ઉમરથી અની ઉમર બમણી હતી. તેથી તે વખતે બંનેની ઉમર વચ્ચે બની ઉમર જેટલો તફાવત, અને તફાવતથી બમણી તે વખતે અની ઉમર હતી. હવે તફાવત ૬ વર્ષનો છે માટે તફાવત×૨=૧૨ વર્ષ અની ૧૨ વર્ષ પહેલાંની ઉમર માટે હાલ ૧૨+૧૨ = ૨૪ વર્ષ અની ઉમર, ૨૪–૬=૧૮ વર્ષ બની ઉમર, ૨૪+૧૫=૩૯ વર્ષ કની ઉમર જ.

૧૨૦. ઘડીઆળનો. (પાછળ આપેલી સમજુતી જુઓ.) ૧૧ ઘરનું અંતર પાડવાને : ૬ ઘરનું અંતર પાડવાને :: ૧ કલાક : $\frac{૬}{૧૧}$ કલાક એટલે બાર ઉપર ૩૨$\frac{૮}{૧૧}$ મિ. સામસામા; ૧૧ ઘરનું અંતર પાડવાને : ૩ ઘરનું અંતર પાડવાને :: ૧ કલાક : $\frac{૩}{૧૧}$ કલાક, તથા ૧૧ ઘરનું અંતર પાડવાને : ૯ ઘરનું અંતર પાડવાને :: ૧ કલાક : $\frac{૯}{૧૧}$ કલાક; એટલે બારપર ૧૬$\frac{૪}{૧૧}$ મિનિટે તથા ૪૯$\frac{૧}{૧૧}$ મિનિટે કાટખૂણે થાય એટલે ૧૫ મિ. ઘરનું અંતર રહે જ.

૧૨૧. ઘડીઆળનો. ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૧૨ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : ૧$\frac{૧}{૧૧}$ ક. એટલે ૭ સાતપર ૫$\frac{૫}{૧૧}$ મિ. સામસામા; ૧૧ ઘ. અં.ભા. : ૩ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : $\frac{૩}{૧૧}$ ક. તથા ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૯ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : $\frac{૯}{૧૧}$ ક. એટલે ૬ ઉપર ૧૬$\frac{૪}{૧૧}$ મિ. તથા ૪૯$\frac{૧}{૧૧}$ મિનિટે કાટખૂણે જ.

૧૨૨. ઘડીઆળનો. ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૧૧ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : ૧ ક. માટે પાંચ પછી ૭ વાગે, અને ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૫ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : $\frac{૫}{૧૧}$ ક. માટે ૧૧ પછી ૨૭$\frac{૩}{૧૧}$ મિનિટે સામસામા થાય. ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૫ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : $\frac{૫}{૧૧}$ ક. માટે પાંચ પછી ૨૭$\frac{૩}{૧૧}$ મિનિટે, અને ૧૧ ઘ. અં. ભા. : ૧૧ ઘ. અં. ભા. :: ૧ ક. : ૧ ક. માટે ૧૧ પછી બાર વાગે ભેગા થાય જ.

૧૨૩. ઘડીઆળનો. બપોર પછી મધ્યરાત થવાને ૧૨ કલાક જોઈએ, તેના જવાબ આપનારે બે ભાગ કર્યા. ૧ બપોરથી હમણા સુધીનો ભાગ, ૨ હમણાથી મધ્યરાત સૂધીનો ભાગ. હવે પહેલો ભાગ બીજા ભાગનો $\frac{૧}{૩}$ છે, માટે ૧ બીજો ભાગ+$\frac{૧}{૩}$ પહેલો ભાગ=$\frac{૪}{૩}$ ભાગ : $\frac{૧}{૩}$ ભાગ :: ૧૨ ક. : ૩ કલાક બાર પછી થયેલા જ.

૧૨૪. ઘડીઆળનો. શનીવારની રાતના બારથી મંગળવારે બારપર ત્રણ મિનિટ સૂધીમાં ઉતાવળું ઘડીઆળ ૬૦$\frac{૧}{૨૦}$ કલાક ચાલે ત્યારે ખરા ૬૦ કલાક થાય. હવે શનીવારની રાતના બારથી ગુરૂવારની સાંજના ૪ સૂધીમાં ઉતાવળું ઘડીઆળ ૧૧૨ કલાક ચાલે, માટે ૬૦$\frac{૧}{૨૦}$ ક. ઉ. ઘ. : ૧૧૨ ક. ઉ. ઘ. :: ૬૦ ક. : ૧૧૧ ક. ૫૪ મિ. ૨૪$\frac{૩૩૬}{૧૨૦૧}$ સે. તે શનીવારની મધ્યરાતથી ગણતાં ગુરૂવારે સાંજના ૩ ક. ૫૪ મિ. ૨૪$\frac{૩૩૬}{૧૨૦૧}$ સે જ.

૧૨૫. કામનો. ૭×૨૦=૧૪૦ ક. માં અ ૧ કામ કરે તો ૧ ક. માં $\frac{૧}{૧૪૦}$ કામ કરે, ૮×૧૪=૧૧૨ ક. માં બ ૧ કામ કરે તો ૧ ક. માં $\frac{૧}{૧૧૨}$ કામ કરે; તેથી અ ને બ મળી ૧ કલાકમાં $\frac{૧}{૧૪૦}$+$\frac{૧}{૧૧૨}$=$\frac{૯}{૫૬૦}$ કામ કરે, હવે દરરોજ ૧ કલાક કામ કરે તો ૧૦ દિ. માં $\frac{૯}{૫૬૦}$×૧૦=$\frac{૯}{૫૬}$ કામ થાય. માટે

$\frac{૬}{૫૬}$ કા. : ૧ કા. : : ૧ ક. : ૯$\frac{૩}{૧૬}$ કલાક પ્રમાણે જ.

૧૨૬. કામનો. ધારો કે અ ૩$\frac{૧}{૨}$ દિ. માં ૧ કામ કરે, તો ૧ દિ. માં $\frac{૨}{૭}$ કામ કરે, બ તેજ કામ ૫ દિ. માં કરે માટે ૧ દિ માં $\frac{૧}{૫}$ કામ કરે. તેથી $\frac{૨}{૭}+\frac{૧}{૫}=\frac{૧૭}{૩૫}$ કામ અ ને બ મળીને કરે, તેમાં અ $\frac{૨}{૭}$ ને બ $\frac{૧}{૫}$ કામ કરે. આ પ્રમાણુપરથી અ ને બ એક કામ ૮$\frac{૩}{૪}$ દિ. માં કરેછે, તેમાં અ ને બ કેટલું કરે તે કાઢવા $\frac{૧૭}{૩૫}$ કામ : ૧ કામ : : $\frac{૨}{૭}$: $\frac{૧૦}{૧૭}$ કામ અ ૮$\frac{૩}{૪}$ દિ માં કરે, $\frac{૧૭}{૩૫}$ કામ : ૧ કામ : : $\frac{૧}{૫}$: $\frac{૭}{૧૭}$ કામ બ ૮$\frac{૩}{૪}$ દિ. માં કરે. માટે $\frac{૧૦}{૧૭}$ કા. : ૧ કા : : ૮$\frac{૩}{૪}$ દિ. : ૧૪$\frac{૭}{૮}$ દિ. માં અ, ને $\frac{૭}{૧૭}$ કામ : ૧ કામ : : ૮$\frac{૩}{૪}$ દિ. : ૨૧$\frac{૧}{૪}$ દિ. માં બ લાગ્યો રહે જ.

૧૨૭. કામનો. અનું ૧ દિ. નું કામ $\frac{૧}{૩૪}$+બનું ૧દિ. નું કામ $\frac{૧}{૩૮}=\frac{૧૮}{૩૨૩}$ કામ અ ને બ મળી ૧ દિ. માં કરે. હવે બ કરતાં અએ ૪ દિ. માં $\frac{૨}{૧૭}$ કામ વધારે કર્યું છે, માટે અ તથા બએ મળી ૧$-\frac{૨}{૧૭}=\frac{૧૫}{૧૭}$ કામ કર્યું. તેથી $\frac{૧૮}{૩૨૩}$ કામ : $\frac{૧૫}{૧૭}$ કામ : : ૧ દિ : ૧૫$\frac{૫}{૬}$ દિ. લાગે. તેથી ૧૫$\frac{૫}{૬}$+૪=૧૯$\frac{૫}{૬}$ દિ. જ.

૧૨૮. કામનો. આખા કામમાં અએ ૨+૩=૫ દિ., બએ ૨ દિ., કએ ૨+૮$\frac{૩}{૫}$+૩=૧૩$\frac{૩}{૫}$ દિ., ને ડએ ૩ દિ. કર્યું. તેથી અએ ૫ દિ માં $\frac{૧}{૫}$, બએ ૨ દિ. માં $\frac{૧}{૧૦}$, ને કએ ૧૩$\frac{૩}{૫}$ દિ. માં $\frac{૧૭}{૩૦}$ કામ કર્યું, માટે $\frac{૧}{૫}+\frac{૧}{૧૦}+\frac{૧૭}{૩૦}=\frac{૧૩}{૧૫}$ કામ અ, બ, કએ કર્યું, ને ૧$-\frac{૧૩}{૧૫}=\frac{૨}{૧૫}$ કામ ડએ ૩ દિ. માં કર્યું. માટે $\frac{૨}{૧૫}$ કામ : ૧ કામ : : ૩ દિ.=૨૨$\frac{૧}{૨}$ દિ. ડને લાગે જ., ને મજુરીના રૂ. ને કામના પ્રમાણમાં વહેંચતાં ૧૨૦×$\frac{૧}{૫}$=૨૪ રૂ. અ, ૧૨૦×$\frac{૧}{૧૦}$=૧૨ રૂ. બ, ૧૨૦×$\frac{૧૭}{૩૦}$=૬૮ રૂ. ક, ને ૧૨૦×$\frac{૨}{૧૫}$=૧૬ રૂ. ડને જ.

૧૨૯. કામનો. ૧૩૫ રૂ. અ+બના, +૧૨૬ રૂ. બ+કના, +૧૧૮। રૂ. અ+કના,=૩૭૯। રૂ. ૨ અ+૨ બ+૨ કના. માટે ૩૭૯।÷૨=૧૮૯॥≈ રૂ. અ+બ+કના. તેમાંથી અનુક્રમે ૧૨૬ રૂ. બ+કના જતાં ૬૩॥≈ અના, ૧૧૮। રૂ. અ+કના જતાં ૭૧।≈ બના, ને ૧૩૫ રૂ. અ+બના જતાં ૫૪॥≈ કના જ.

૧૩૦. કામનો. $\frac{૧}{૧૦}$ કામ અ+બનું, + $\frac{૧}{૧૫}$ કા. બ+કનું, +$\frac{૧}{૨૫}$ કા. અ+કનું ૧ દિવસનું=$\frac{૩૧}{૧૫૦}$ કામ ૨ અ+૨બ+૨કનું દરરોજનું, માટે $\frac{૩૧}{૧૫૦}$ ÷૨= $\frac{૩૧}{૩૦૦}$ કામ અ+બ+કનું દરરોજનું. તેમાંથી $\frac{૧}{૧૦}$ કામ અ+બનું જતાં $\frac{૧}{૩૦૦}$ કામ કનું દરરોજનું આવ્યું. હવે $\frac{૩૧}{૩૦૦}$×૫=$\frac{૩૧}{૬૦}$ કામ અ+બ+કનું પાંચ દિવસનું, ને $\frac{૧}{૧૫}$×૫=$\frac{૧}{૩}$ કામ બ+કનું બીજા ૫ દિ. નું આવ્યું. તે આખા કામમાંથી બાદ કરતાં ૧− ($\frac{૩૧}{૬૦}+\frac{૧}{૩}$) =$\frac{૯}{૬૦}$ કામ બાકીનું ક એકલાએ કર્યું. માટે $\frac{૧}{૩૦૦}$ કામ : $\frac{૯}{૬૦}$ કામ : : ૧ દિ. : ૪૫ દિ. જ.

૧૩૧. કામનો. $\frac{૧}{૧૬}$ કામ અ+બ+કનું ૧ દિ.નું—$\frac{૧}{૨૮}$ કામ અ

+बનું ૧ દિ.નું=$\frac{૭}{૧૯૮}$ કામ क એકલેા ૧ દિ.માં કરે, માટે $\frac{૭}{૧૯૮}$ કામ : ૧ કામ : : ૧ દિ. = ૨૮$\frac{૨}{૭}$ દિ.માં क કરે. જ.

૧૩૨. કામનેા. $\frac{૧}{૪}$ કામ अએ, +$\frac{૧}{૬}$ કામ बએ, + $\frac{૩}{૧૦}$ કામ कએ, =$\frac{૪૩}{૬૦}$ કામ ત્રણેનું થયું, તેથી ૧−$\frac{૪૩}{૬૦}$=$\frac{૧૭}{૬૦}$ કામ બાકી રહ્યું; હવે $\frac{૧}{૪}$+$\frac{૧}{૬}$+$\frac{૧}{૧૦}$ =$\frac{૩૧}{૬૦}$ કામ अ+ब+क ૧ દિ.માં કરે, માટે $\frac{૩૧}{૬૦}$ કામ : $\frac{૧૭}{૬૦}$ કામ : : ૧ દિ. : $\frac{૧૭}{૩૧}$ દિ. જ.

૧૩૩. નળનેા. ખાલી ટાંકીમાં ચાર વાગ્યા સૂધીમાં अ નળથી બે વાગ્યા પછી બે કલાકમાં $\frac{૧}{૩}$×૨=$\frac{૨}{૩}$, ને ब નળથી ત્રણ વાગ્યા પછી ૧ કલાકમાં $\frac{૧}{૪}$ ટાંકી પાણી આવ્યું. માટે $\frac{૨}{૩}$+$\frac{૧}{૪}$=$\frac{૧૧}{૧૨}$ ટાંકી પાણી આવ્યું. હવે ૧ કલાકમાં $\frac{૧}{૩}$+$\frac{૧}{૪}$=$\frac{૭}{૧૨}$ ટાંકી પાણી अ+ब નળથી આવે, ને क નળથી આખી ટાંકી ખાલી થાય, માટે ૧−$\frac{૭}{૧૨}$=$\frac{૫}{૧૨}$ ટાંકી ૧ કલાકમાં ખાલી થાય; માટે $\frac{૫}{૧૨}$ ટાંકી : $\frac{૧૧}{૧૨}$ ટાંકી : : ૧ ક. : ૨$\frac{૧}{૫}$ ક. માટે ૪+૨$\frac{૧}{૫}$= ૬$\frac{૧}{૫}$ કલાક એટલે ૬ ઉપર ૧૨ મિનિટે જ.

૧૩૪. પ્રમાણ. હેાડી પ્રવાહ સામે તેના વેગમાંથી પ્રવાહનેા વેગ બાદ કરીએ તેટલું, ને પ્રવાહ સાથે તેના વેગમાં પ્રવાહનેા વેગ ઉમેરીએ તેટલું ચાલે. હવે अથી ब સૂધી અંતર જતાં ૬૦ મિનિટ લાગે છે, ને તેટલુંજ અંતર પાછું આવતાં એટલે बથી अ સૂધી આવતાં ૫૫ મિનિટ એટલે ૫ મિનિટ એાછી લાગે છે. માટે अથી ब સૂધી જવું પ્રવાહ સામે છે ને बથી अ સૂધી આવવું પ્રવાહ સાથે છે. માટે જતી વખત ૧ મિ. માં હેાડીનું ચાલવું હેાડીનેા વેગ−પ્રવાહનેા વેગ= अથી ब સૂધી અંતરનેા $\frac{૧}{૬૦}$, ને આવતાં ૧ મિ.માં હેાડીનું ચાલવું હેાડીનેા વેગ+પ્રવાહનેા વેગ= अથી ब સૂધી અંતરનેા $\frac{૧}{૫૫}$. બીજા પ્રમાણમાંથી પહેલું પ્રમાણ બાદ કરતાં પ્રવાહનેા વેગ×૨= અંતરનેા $\frac{૧}{૫૫}$−અંતરનેા $\frac{૧}{૬૦}$, માટે પ્રવાહનેા વેગ = ($\frac{૧}{૫૫}$−$\frac{૧}{૬૦}$)÷૨=$\frac{૧}{૧૩૨૦}$ અંતર; અને હેાડીનેા વેગ+$\frac{૧}{૧૩૨૦}$ અંતર=$\frac{૧}{૫૫}$ અંતર, તેથી હેાડીનેા વેગ=$\frac{૧}{૫૫}$−$\frac{૧}{૧૩૨૦}$=$\frac{૨૩}{૧૩૨૦}$ અંતર. માટે પ્રવાહનેા વેગ : હેાડીનેા વેગ : : $\frac{૧}{૧૩૨૦}$: $\frac{૨૩}{૧૩૨૦}$ સરખા છેદ કાઢી નાંખતા ગુણેાત્તર ૧:૨૩ જવાબ.

૧૩૫. પ્રમાણ. ૦ાા+૦ાાા=૧ા કલાક: ૭ા ક. : : ૦ાા ક : ૩ કલાક જ.

૧૩૬. પ્રમાણ. ૩ા મૈલ : ૪ મૈલ : : ૧ ક. : $\frac{૮}{૭}$ ક. ૪ મૈલ જતાં લાગે, ને ૪ મૈલ આવતાં ૧ કલાક લાગે છે, માટે ૪ મૈલ જતાં આવતાં $\frac{૮}{૭}$+૧=$\frac{૧૫}{૭}$ કલાક લાગે; તેથી $\frac{૧૫}{૭}$ ક. : ૫ ક. : : ૪ મૈ. : ૯$\frac{૧}{૩}$ મૈલ જવાબ.

૧૩૭. અંતર ભાગવાનેા. ૧૫ × ૨ = ૩૦ મૈલ अના ગયા પછી

व નીકળ્યો. હવે अ દરરોજ ૧૫ ને व ૨૦ મૈલ ચાલે છે માટે ૨૦−૧૫ = ૫ મૈલનું અંતર ભાગવું : ૩૦ મૈ. અં. ભા. : : ૧ દિ. : ૬ દિ. માં व, अને પકડે. તેટલામાં તેને ૨૦ × ૬ = ૧૨૦ મૈલ ચાલવું પડે. क ને તેટલું ચાલતાં ૧૨૦ ÷ ૩૦ = ૪ દિ. લાગે, માટે वના નીકળ્યા પછી क ૬−૪ = ૨ દિવસે નીકળે. જ.

૧૩૮. અંતર ભાગવાનો. ૧।।। × ૩ = ૫। ગાઉ ગયા પછી બીજો માણસ નીકળ્યો. હવે દર કલાકે પહેલો માણસ ૧।।। ને બીજો માણસ ૨॥ ગાઉ ચાલે છે માટે ૨॥−૧।।। = ૦।।। ગાઉનું અંતર ભાગવું : ૫। ગા. અં. ભા. : : ૧ ક. : ૭ કલાક. માટે ૬ + ૩ + ૭ = ૧૬ એટલે સાંજના ૪ વાગે ને ૨॥ × ૭ = ૧૭॥ ગાઉ ગયા પછી જ.

૧૩૯. અંતર ભાગવાનો. પહેલો માણસ બે કલાકમાં ૮૦×૨॥×૧૨૦=૨૪૦૦૦ ફૂટ ગયા પછી બીજો માણસ નીકળ્યો. દર મિનિટે પહેલો માણસ ૮૦×૨॥=૨૦૦ ને બીજો ૯૦×૨।।।=૨૪૭॥ ફૂટ ચાલેછે. માટે ૨૪૭॥ −૨૦૦=૪૭$\frac{૧}{૨}$ ફૂટનું અંતર ભાગવું: ૨૪૦૦૦ ફૂ. અં. ભા. : : ૧ મિ. : ૫૦૫$\frac{૫}{૧૯}$ મિ. એટલે ૮ કલાક ૨૫$\frac{૫}{૧૯}$ મિ. લાગે. તેથી ૮+ ૨ + ૮ ક. ૨૫$\frac{૫}{૧૯}$ મિ.=૧૮ ક. ૨૫$\frac{૫}{૧૯}$ મિ. એટલે સાંજના ૬ ઉપર ૨૫$\frac{૫}{૧૯}$ મિનિટે, ને ૨૪૭$\frac{૧}{૨}$×૫૦૫$\frac{૫}{૧૯}$=$\frac{૨૩૭૫૦૦૦}{૧૯}$ ફૂટ÷૫૨૮૦=૨૩$\frac{૧૩}{૧૯}$ મૈલપર જ.

૧૪૦. અંતર ભાગવાનો. ૧૨૦÷૨૪=૫ કલાક માણસની ગાડીને લાગે, અને તે બારપર બે વાગે નીકળી છે માટે સાંજના ૭ વાગે પહોંચે. ભારખાનાની ગાડીને પણ તેજ વખતે પહોંચવું છે, તેને ૧૫ મૈલ : ૧૨૦ મૈલ : : $\frac{૫}{૬}$ ક. : ૬$\frac{૨}{૩}$ કલાક લાગે, માટે ૭−૬$\frac{૨}{૩}$=$\frac{૧}{૩}$ કલાકે એટલે બારપર ૨૦ મિનિટે જ.

૧૪૧. પ્રમાણ. ૪$\frac{૧}{૬}$ કલાક−$\frac{૧}{૨}$ કલાક રોકાયલો=૩$\frac{૨}{૩}$ કલાક જતાં આવતાં લાગ્યા. ૩॥ મૈલ જતાં ૧ કલાક લાગેછે, ને આવતાં ૭$\frac{૧}{૪}$ મૈલ : ૩$\frac{૩}{૪}$ મૈલ : : ૧ ક. : $\frac{૧૫}{૨૯}$ કલાક લાગે. માટે ૩॥ મૈલ જતાં આવતાં ૧+ $\frac{૧૫}{૨૯}$=૧$\frac{૧૫}{૨૯}$ કલાક લાગે. માટે ૧$\frac{૧૫}{૨૯}$ ક. : ૩$\frac{૨}{૩}$ ક. : : ૩$\frac{૩}{૪}$ મૈ. : ૯$\frac{૧}{૧૬}$ મૈ. જ.

૧૪૨. નફોતોટો. ૧૦૦ રૂ.ના ખરીદેલા માલના નફા સાથે ૧૦૦ +૧૨॥=૧૧૨॥ રૂ. ઉપજાવવા છે. હવે તે જેની ૧૦૦ રૂ. કીમત ઠરાવે તેના તેને ૧૦૦−૧૦=૯૦ રૂ. ઉપજે; માટે ૯૦ રૂ. ઉપજાવવા : ૧૧૨॥ રૂ. ઉપજાવવા : : ૧૦૦ રૂ. કી. ઠરાવેલી : ૧૨૫ રૂ. ઠરાવેલી કીમત જ.

૧૪૩. નફોતોટો. ૧૦૦ રૂ. પ્રથમ કીમત તેની ૧૦૦+૨૫=૧૨૫ રૂ. હાલની કીમત છે, ને જેની ૧૦૦ રૂ. હાલ કીમત છે તેની ૧૦૦+૨૦ =૧૨૦ રૂ. થવાની કીમત છે; માટે ૧૦૦ રૂ. હા. કી. : ૧૨૫ રૂ. હા. કી. :

:: ૧૨૦ રૂ. થવાની કી. : ૧૫૦ રૂ. થવાની કી. તેથી ૧૫૦ રૂ. થવાની કી. : ૧૫ રૂ. થવાની કી. :: ૧૦૦ રૂ. પ્રથમ કી. : ૧૦ રૂ. પ્રથમ કીમત જ.

૧૪૪. નફાતોટો. ૧૦૦૦÷૮=૧૨૫ ડઝન મોજાં ખરીધાં. હવે તે વેચવામાં તેને ૧૦ ડઝન વેચવાથી જેટલા પૈસા ઉપજે તેટલો નફો લેવો છે માટે ૧૨૫-૧૦=૧૧૫ ડઝનના ૧૦૦૦ રૂ. ઉપજાવવા જોઇએ, તેથી ૧૦૦૦÷૧૧૫=૮ ૧૬/૨૩ રૂ.એ ડઝન વેચે જ.

૧૪૫. વ્યાજ. રૂ. ૨૫૦ તા. ૧ લી મેથી તા. ૧ લી અકટોબર લગીના ૩૦+૩૦+૩૧+૩૧+૩૦+૧=૧૫૩ દિવસ મોડા આપવા છે, માટે રૂ. ૭૫૦ કેટલા વહેલા આપવા જોઇએ કે વ્યાજખાદ ન લાગતાં સરભર થાય, માટે ૭૫૦ રૂ. : ૨૫૦ રૂ. :: ૧૫૩ દિ. : ૫૧ દિ. વહેલા આપવા, તે તા. ૧ લી મેથી બાદ કરતાં તા. ૧૧ મી માર્ચે આપવા જ.

૧૪૬. નફાતોટો. ૧૦૦ રૂ. વેચાણ કીમત-૩। રૂ. વટાવ=૯૬॥।રૂ. બાકી રહે. તેપર સેંકડે ૪ ટકા કમીશન આપ્યું માટે ૧૦૦ રૂ. : ૯૬ ૩/૪ રૂ. :: ૪ રૂ. : ૩ ૮૭/૧૦૦ રૂ. કમીશન આપ્યું તે બાદ કરતાં ૯૬ ૩/૪-૩ ૮૭/૧૦૦ =૯૨ ૨૨/૨૫ રૂ. રોકડા રહે. માટે ૯૨ ૨૨/૨૫ રૂ. રો. : ૧૦૦૦ રૂ. રો. :: ૧૦૦ રૂ. વે. કી. : ૧૦૭૬ ૭૬૪/૧૧૬૧ રૂ. વેચાણ કીમત જ.

૧૪૭. કામનો. ૪૫ દિ. : ૧૫ દિ. :: ૧ કામ : ૧/૩ કામ. ૧૫ દિવસમાં ૩૫ માણસોએ કર્યું, બીજા ૧૫ દિ. માં ૩૫-૭=૨૮ માણસો રહે તે ૩૫ મા. : ૨૮ મા. :: ૧/૩ કામ : ૨૮/૧૦૫ કામ કરે, ત્રીજા ૧૫ દિ.માં ૨૮-૭=૨૧ માણસો રહે તે ૩૫ મા. : ૨૧ મા. :: ૧/૩ કામ : ૨૧/૧૦૫ કામ કરે, ચોથા ૧૫ દિ.માં ૨૧-૭=૧૪ માણસો રહે તે ૩૫ મા. : ૧૪મા. :: ૧/૩ કામ : ૧૪/૧૦૫ કામ કરે, પાંચમા ૧૫ દિ. માં ૧૪-૭=૭ માણસો રહે તે ૩૫ મા. : ૭ મા. :: ૧/૩ કામ : ૭/૧૦૫ કામ કરે; તેથી ૧/૩ + ૨૮/૧૦૫ + ૨૧/૧૦૫ + ૧૪/૧૦૫ + ૭/૧૦૫ =૧ કામ થઇ રહ્યું માટે ૧૫×૫=૭૫ દિ. લાગે જ.

૧૪૮. પ્રમાણ. બ કરતાં અની ૧૭૫૦ રૂ. મુડી વધારેછે માટે તેને ૧૬૦૦-૧૩૦૦=૩૦૦ રૂ. વધારે નફો થયો તેથી ૩૦૦ રૂ. નફો : ૧૬૦૦ રૂ. નફો :: ૧૭૫૦ રૂ. મુડી : ૯૩૩૩ ૧/૩ રૂ. મુડી અની, ને ૯૩૩૩ ૧/૩ -૧૭૫૦=૭૫૮૩ ૧/૩ રૂ. મુડી બની જ.

૧૪૯. અંતર ભાંગવાનો. ૩૦૮-૨૭૭=૩૧ યાંર્ડ બ કરતાં અ વધારે દૂર છે, માટે એટલું અંતર અ કાપે તો બંને દરવાજાથી સરખે અંતરે આવી રહે. હવે ૧ સે.માં અ ૨॥ ને બ ૨ યાર્ડ ચાલેછે. માટે ૨॥-૨=૦॥ યા. અં. ભા. : ૩૧ યા. અં. ભા. :: ૧ સે. : ૧ મિ. ૨ સે. જ.

૧૫૦. અંતર ભાગવાનો. ૪ સે. : ૬ સે. : : ૧૧ હાથ : ૧૬$\frac{૧}{૨}$ હાથ અ ૬ સે. માં ચાલે, ને બ, તેટલા વખતમાં ૧૭ હાથ ચાલેછે, માટે ૬ સે. માં ૧૭–૧૬$\frac{૧}{૨}$=$\frac{૧}{૨}$ હાથનું અંતર ભગાય, તેથી $\frac{૧}{૨}$ હા. અં. ભા. : ૧૩૫ હા. અં. ભા. : : ૬ સે. : ૨૭ મિનિટ લાગે. ૬ સે. : ૧૬૨૦ સે. : : ૧૬$\frac{૧}{૨}$ હાથ : ૪૪૫૫ હાથ અ ચાલે, ને બ ૬ સે. : ૧૬૨૦ સે. : : ૧૭ હાથ : ૪૫૯૦ હાથ ચાલે. લાકડું ૧૩૫ હાથ લાંબું છે માટે ૧૩૫×૨=૨૭૦ હાથનો એક ફેરો થાય તેથી ૪૪૫૫÷૨૭૦=૧૬$\frac{૧}{૨}$ પ્રદક્ષિણા અને, ને ૪૫૯૦÷૨૭૦=૧૭ પ્રદક્ષિણા બને થાય.

લા. અં. બીજા અઘરા પરચૂરણ દાખલા.

૧. લ. સા. ભા. અ, બ, ક, ડ અનુક્રમે ૧૪૦, ૧૮૨, ૨૬૦, ને ૪૫૫ કલાકમાં એક પ્રદક્ષિણા પૂરી કરેછે તે વખત તે નિઃશેષ ભાજકો છે, તેનો નાનામાં નાનો સાધારણ ભાજ્ય (લ. સા. ભા.) કાઢતાં ૧૮૨૦ કલાક આવશે, તે વખતે બધા ભેગા થશે. હવે દરેકની પ્રદક્ષિણા માગેલી છે માટે લ. સા. ભા. ૧૮૨૦ કલાકને દરેકની એક પ્રદક્ષિણાના કલાકે ભાગતાં અની ૧૩, બની ૧૦, કની ૭, અને ડની ૪ પ્રદક્ષિણા જ.

૨. પ્રમાણ. પે. ભા.×૧૫+બી. ભા.×૧૫=પે. ભા.×૧૦+બી. ભા.×૧૮ માટે પે. ભા. ×૫=બી. ભા.×૩, તેથી પે. ભા. =બી. ભા.×$\frac{૩}{૫}$; તેથી બીજો ભાગ ૧ હોય તો પહેલો ભાગ $\frac{૩}{૫}$ ને આખી સંખ્યા ૧+$\frac{૩}{૫}$=$\frac{૮}{૫}$ થાય. પે. ભા. આખી સંખ્યાનો $\frac{૩}{૫}$ ÷ $\frac{૮}{૫}$ = $\frac{૩}{૮}$ ને બી. ભા. આખી સંખ્યાનો ૧÷$\frac{૮}{૫}$=$\frac{૫}{૮}$ જવાબ.

૩. નફોતોટો. ચા અને કાફી બંનેમાં સેંકડે ૨॥ ટકા નફો લીધો હોત તો ૧૦૦ પૌં. : ૪$\frac{૧}{૩}$ પૌં. : : ૧૦૨$\frac{૧}{૨}$ પૌં. : ૪$\frac{૫૩}{૧૨૦}$ પૌંડ ઉપજત, પણ ૪$\frac{૫૩}{૧૨૦}$–૪$\frac{૬૧}{૨૪૦}$= $\frac{૪૫}{૨૪૦}$ પૌંડ ઓછા ઉપજ્યા છે; તેનું કારણ એ કે કાફીમાં સેંકડે ૨॥ ટકા નફો ન લેતાં ઉલટા ૪॥ ટકા ઓછા લીધેલા છે, એટલે ૨॥+૪॥=૭ ટકા સેંકડે ઓછા લીધેલા છે. માટે ૭ પૌં. : $\frac{૪૫}{૨૪૦}$ પૌં. : : ૧૦૦ પૌં. : $\frac{૭૫}{૨૮}$ પૌંડ ૨૫ શેર કાફીની મૂળ કીમત, માટે $\frac{૭૫}{૨૮}$ ÷૨૫=પૌં. ૦–૨–૧$\frac{૫}{૭}$ દર શેર કાફીની કીમત જવાબ (૧), ને ૪$\frac{૧}{૩}$–$\frac{૭૫}{૨૮}$ =$\frac{૧૩૯}{૮૪}$ પૌંડ ૧૨ શેર ચાની કીમત માટે $\frac{૧૩૯}{૮૪}$÷૧૨=પૌં. ૦–૨–૯$\frac{૨}{૨૧}$ દર શેર ચાની કીમત જવાબ (૨).

૪. પ્રમાણ. ગઈ સાલ ૧૦૦ પુ. ને ૧૦૦ સ્ત્રી હોય, તો આ સાલ ૧૦૦–૪.૬=૯૫.૪ પુરૂષ ને ૧૦૦+૯.૮=૧૦૯.૮ સ્ત્રી થાય; તે સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે ૧૦૧.૮ પુ.+ ૧૦૧.૮ સ્ત્રી બરાબર થાય. તેથી ૯૫.૪ પુ. +૧૦૯.૮ સ્ત્રી=૧૦૧.૮ પુ.+૧૦૧.૮ સ્ત્રી. માટે ૬.૪ પુ.=૮ સ્ત્રી, તો પુરૂષ=૮

+૬·૪=$\frac{૫}{૪}$ સ્ત્રી. માટે સ્ત્રી ૧ હોય તો $\frac{૫}{૪}$ પુરૂષ. તેથી પુરૂષ અને સ્ત્રીનું ગુણોત્તર $\frac{૫}{૪}$÷૧=$\frac{૫}{૪}$ અથવા ૫:૪ જવાબ.

૫. ઉમરનો. બાપની હાલની ઉમર દીકરાની હાલની ઉમરથી ૩ ગણી છે, અને માની હાલની ઉમર બાપની હાલની ઉમરનું અર્ધ છે. માટે માની હાલની ઉમર દીકરાની હાલની ઉમરથી $\frac{૩}{૨}$ ગણીછે. તેથી મા અને દીકરાની ઉમર વચ્ચે દીકરાની હાલની ઉમરના $\frac{૧}{૨}$ ગણો તફાવત છે. હવે એ તફાવત ૧૫ વર્ષ છે. માટે દીકરાની ઉમર × $\frac{૧}{૨}$ = ૧૫ વર્ષ તો દીકરાની ઉમર ૧૫ ÷ $\frac{૧}{૨}$=૩૦ વર્ષ, તેથી માની ઉમર ૪૫, ને બાપની ૯૦ વર્ષ જવાબ.

૬. ઉમરનો. હાલ અની ઉમર ૯ તો બની ૭ છે, માટે એ બેની વચમાં ૨ નો તફાવત છે, અને એ તફાવતથી બના હાલની ઉમર ૭÷૨= $\frac{૭}{૨}$ ગણી છે. ૩૪ વર્ષ પહેલાં અની ઉમર ૫ તો બની ૨ હતી, માટે એ બેની વચમાં ૩નો તફાવત હતો, અને એ તફાવતથી બની ૩૪ વર્ષ પહેલાંની ઉમર ૨+૩=$\frac{૨}{૩}$ ગણી હતી. માટે તફાવત×$\frac{૭}{૨}$−તફાવત×$\frac{૨}{૩}$=૩૪ વર્ષ, માટે તફાવત×($\frac{૭}{૨}$−$\frac{૨}{૩}$=$\frac{૧૭}{૬}$)= ૩૪ વર્ષ, તો તફાવત=૩૪÷$\frac{૧૭}{૬}$=૧૨ વર્ષ. હવે તફાવતથી બની હાલની ઉમર $\frac{૭}{૨}$ ગણી છે માટે ૧૨×$\frac{૭}{૨}$=૪૨ વર્ષ બની હાલની ઉમર, ને ૪૨+૧૨=૫૪ વર્ષ અની ઉમર જ.

૭. ઉમરનો. બાપની ઉમર=બાપની ઉમર×$\frac{૫}{૮}$+છોકરાની ઉમર ૧૨ ×$\frac{૫}{૮}$+૧૨, માટે બાપની ઉમર−બાપની ઉમર×$\frac{૫}{૮}$ = ૭ાા+૧૨, તો બાપની ઉમર × $\frac{૩}{૮}$ = ૧૯ાા તો બાપની ઉમર=૧૯ાા÷$\frac{૩}{૮}$=૫૨ વર્ષ જ.

૮. ઘડીઆળનો. ૧૧ ધ. ચાં. ભા. : ૮−૬=૨ ધ. ચાં. ભા. : : ૧ ક. : $\frac{૨}{૧૧}$ ક. માટે ૮$\frac{૨}{૧૧}$ ખોટા ઘડીઆળમાં વાગેલા. હવે તે ઘડીઆળ ૪$\frac{૩}{૪}$ વાગે બરાબર હતું માટે તે ૮$\frac{૨}{૧૧}$−૪$\frac{૩}{૪}$=૩$\frac{૧૯}{૪૪}$ કલાક ચાલ્યું. હવે ખોટું ઘડીઆળ ૧ કલાકમાં ૧ કલાક ૨૪ સે. =૧$\frac{૧}{૧૫૦}$ કલાક ચાલે છે માટે ૧$\frac{૧}{૧૫૦}$ ક. : ૩ $\frac{૧૯}{૪૪}$ ક. : : ૧ ક. :૩$\frac{૧૮}{૪૪}$ કલાક ખરો વખત થાય માટે ૪$\frac{૩}{૪}$+૩$\frac{૧૮}{૪૪}$=૮$\frac{૭}{૪૪}$ કલાક તેથી ૮ ઉપર ૯$\frac{૬}{૧૧}$ મિ. ખરો વખત જ.

૯. કામનો. ૬×૧ાા=૯ દિ.માં क ૧ાા કામ કરે, તો ૯+૨=૪ાા દિ.માં બ તે કામના $\frac{૭}{૮}$ કરે, માટે $\frac{૭}{૮}$ કામ : ૧ કામ : : $\frac{૯}{૨}$ દિ. : $\frac{૩૬}{૭}$ દિ.માં બ ૧ કામ કરે. $\frac{૩૬}{૭}$×$\frac{૫}{૬}$=$\frac{૩૦}{૭}$ દિ.માં બ તે કામના $\frac{૫}{૬}$ કરે. તો $\frac{૩૦}{૭}$×$\frac{૨}{૩}$=$\frac{૨૦}{૭}$ દિ.માં અ $\frac{૧}{૪}$ કામ કરે, તેથી $\frac{૧}{૪}$ કામ : ૧ કામ : : $\frac{૨૦}{૭}$ દિ. : $\frac{૮૦}{૭}$ દિ.માં અ ૧ કામ કરે. હવે $\frac{૩૬}{૭}$ દિ.માં બ ૧ કામ કરે તો ૧ દિ.માં $\frac{૭}{૩૬}$ ને $\frac{૮૦}{૭}$ દિ.માં અ ૧ કામ કરે તો ૧ દિ.માં $\frac{૭}{૮૦}$ કામ કરે માટે અને બ મળી ૧ દિ.માં $\frac{૭}{૩૬}$+$\frac{૭}{૮૦}$=$\frac{૨૦૩}{૭૨૦}$ કામ કરે, તેથી $\frac{૨૦૩}{૭૨૦}$ કામ : ૧ કામ : : ૧ દિ. : ૩$\frac{૧૧૧}{૨૦૩}$ દિ. જ.

૧૦. કામનો. અનું ૧ દિવસનું કામ કરતાં અને ૧ દિ. લાગે તો બને અમુક દિવસ લાગે છે એમ ધાર્યું. હવે સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે બનું ૧ દિવસનું કામ કરતાં અને અમુક દિ.×$\frac{૧૧}{૧૨}$ દિવસ લાગે ને બને ૧ દિ. લાગે. બંને જણા બંને વખત નિયમિત કામ કરેછે માટે પ્રમાણના પહેલા યુગ્મમાં અનું ૧ દિવસનું કામ કરતાં અ અને બને જે દિવસ લાગે છે તે ગોઠવ્યા, ને બીજા યુગ્મમાં બનું ૧ દિવસનું કામ કરતાં અ અને બને જે દિવસ લાગે છે તે ગોઠવ્યા; તો ૧ દિ. : અમુક દિ. : : અમુક દિ.×$\frac{૧૧}{૧૨}$: ૧ દિ. પ્રમાણમાં મધ્ય પદોનો ગુણાકાર આદિ–અંત પદોના ગુણાકારની બરાબર હોયછે માટે અમુક દિ.×અમુક દિ.×$\frac{૧૧}{૧૨}$=૧ દિ.×૧ દિ. માટે અમુક દિવસ^{૨}×$\frac{૧૧}{૧૨}$=૧ તો અમુક દિવસ^{૨}=૧÷$\frac{૧૧}{૧૨}$=$\frac{૧૨}{૧૧}$=૧.૦૯ બંને બાજુનું વર્ગમૂળ કાઢતાં અમુક દિવસ=૧.૦૪૪૪૬ દિવસ બને અનું ૧ દિ. નું કામ કરતાં લાગે. હવે અ ૧ દિવસમાં ૧૪.૨૮૮૪ ઘનયાર્ડ માટી ખોદી કાઢે છે માટે બ ૧.૦૪૪૪૬ દિ. : ૧ દિ. : : ૧૪.૨૮૮૪ ઘ. યા. : ૧૩.૬૮૦૧ ઘ. યા. માટી બ ૧ દિ. માં ખોદે જ.

૧૧. પ્રમાણ. (પરચૂરણ દા. ૧૩૪ માની સમજુતી જુઓ). ૧૦ મિ. : ૬૦ મિ. : : ૦॥ મૈ. : ૪॥ મૈલ ૧ કલાકમાં પ્રવાહ સાથે હોડીનો વેગ, ૧૫ મિ. : ૬૦ મિ : : ૦॥ મૈ. : ૩ મૈલ ૧ કલાકમાં હોડીનો વેગ. માટે ૪॥–૩=૧॥ મૈલ પ્રવાહનો વેગ, ને ૩–૧॥=૧॥ મૈલ પ્રવાહ સામે હોડીનો વેગ.

૧૨. પ્રમાણ. હોડીનો વેગ–પ્રવાહનો વેગ=૪ મૈલ. હવે પ્રવાહનો વેગ ૩ મૈલ છે માટે હોડીનો વેગ–૩ મૈલ=૪ મૈલ. માટે હોડીનો વેગ ૪+૩=૭ મૈલ. હવે હોડીનો વેગ ૭ મૈલ+પ્રવાહનો વેગ ૩ મૈલ=૧૦ મૈલ દર કલાકે હોડી પ્રવાહ સાથે ચાલે. માટે ૧૦ મૈલ : ૫ મૈલ : : ૧ કલાક : $\frac{૧}{૨}$ કલાક જ.

૧૩. પ્રમાણ. સ્થિર પાણીમાં હોડી ૧॥ મૈલ જઇને પાછી આવે, માટે ૧॥+૧॥=૩ મૈલ દર કલાકે હોડીનો વેગ, ને પ્રવાહનો વેગ દર કલાકે ૧॥ મૈલ છે માટે પ્રવાહ સાથે ૩+૧॥=૪॥ મૈલ ને પ્રવાહ સામે ૩–૧॥=૧॥ મૈલ જાય. હવે ૧॥ મૈલ જઇને આવવું છે માટે પ્રવાહ સાથે ૧॥÷૪॥=$\frac{૧}{૩}$ કલાક ને પ્રવાહ સામે ૧॥÷૧॥=૧ કલાક લાગે. તેથી $\frac{૧}{૩}$+૧=૧$\frac{૧}{૩}$ કલાક જ.

૧૪. પ્રમાણ. ૨૦ મિ. : ૬૦ મિ. : : ૧॥ મૈ. : ૪॥ મૈ. પ્રવાહ સાથે હોડીનો વેગ, ૦॥ ક. : ૧ ક. : : ૧॥ મૈ. : ૩ મૈ. હોડીનો વેગ. માટે ૪॥–૩=૧॥ મૈલ પ્રવાહનો વેગ, જવાબ (૧); ૩–૧॥=૧॥ મૈલ પ્રવાહ

સામે હોડીનો વેગ માટે ૧॥ મેલ પ્રવાહ સામે આવતાં ૧ કલાક લાગે. જવાબ (૨).

૧૫. ત્રિરાશિ. ૧૨ મિ. : ૬૦ મિ. : : ૩॥ ટન : ૧૮॥ ટન ૧ કલાકમાં પાણી આવે, ને ૧ કલાકમાં ૧૨ ટન પાણી ઉલેચાય તેથી ૧૮॥–૧૨=૬॥ ટન પાણી ૧ કલાકમાં રહે. માટે ૬॥ ટન : ૬૦ ટન : : ૧ ક. : $\frac{૧૨૦}{૧૩}$ કલાકમાં ૬૦ ટન પાણી ભરાઇ રહે માટે તેટલા વખતમાં ૪૦ મૈલ ચાલવું જોઇએ. તેથી $\frac{૧૨૦}{૧૩}$ ક. : ૧ ક. : : ૪૦ મૈ. : ૪॥ મૈલને વેગે ચાલવું જ.

૧૬. પ્રમાણ. અમુક વખતમાં હોડીની ગતિ–ભરતીની ગતિ = ૩ મૈલ.

,, હોડીની ગતિ + ભરતીની ગતિ = ૫ મૈલ.

સરવાળો કરવાથી હોડીની ગતિ × ૨ = ૮ મૈલ, માટે અમુક વખતમાં સ્થિર પાણીમાં હોડીની ગતિ = ૮ ÷ ૨ = ૪ મૈલ. (આ પરથી એવો નિયમ નીકળે છે કે ભરતી સામેની ને સાથેની ગતિનો સરવાળો કરી બેએ ભાગ્યાથી સ્થિર પાણીમાં હોડીની ગતિ નીકળે). હોડીની ગતિ + ભરતીની ગતિ = ૫ મૈલ છે, માટે ૪ મૈલ + ભરતીની ગતિ = ૫ મૈલ, માટે ભરતીની ગતિ = ૫–૪ = ૧ મૈલ. તેથી અમુક વખતમાં ભરતીનો વેગ સ્થિર પાણીમાં હોડીના ગતિના વેગનો ૧ ÷ ૪ = $\frac{૧}{૪}$ છે.

૧ કલાકમાં ભરતીનો વેગ ૦॥ મૈલ વધે તો ભરતી સામે ૧ મૈલ જેટલાં વખતમાં જાય, તેટલા વખતમાં ભરતી સાથે ૨ મૈલ જાય; માટે સ્થિર પાણીમાં હોડીનો વેગ ૧ + ૨ = ૩ ÷ ૨ = ૧॥ મૈલ. ને ભરતીનો વેગ = ભરતી સાથેના વેગમાંથી સ્થિર પાણીમાં હોડીનો વેગ બાદ કર્યાથી ૨–૧॥ = ૦॥ મૈલ. તેથી ૧ કલાકમાં ભરતીનો વેગ સ્થિર પાણીમાં હોડીના વેગનો ૦॥ ÷ ૧॥ = $\frac{૧}{૩}$ છે.

પહેલી કરતાં બીજી વખતની ભરતીનો વેગ કલાકે ૦॥ મૈલ વધારે છે તે સ્થિર પાણીમાં હોડીની ગતિના $\frac{૧}{૩}$ માંથી સ્થિર પાણીમાં હોડીની ગતિનો $\frac{૧}{૪}$ બાદ કરીએ તેની બરાબર છે માટે સ્થિર પાણીમાં હોડીની ગતિ × ($\frac{૧}{૩}$ – $\frac{૧}{૪}$ = $\frac{૧}{૧૨}$) = ૦॥ મૈલ, માટે સ્થિર પાણીમાં દર કલાકે હોડીની ગતિ ૦॥ ÷ $\frac{૧}{૧૨}$ = ૬ મૈલ જવાબ.

૧૭. અંતર ભાગવાનો. અમદાવાદથી ત્રીજા કલાસની ટ્રેન સવારના ૮ વાગે નીકળી, તે ૧ કલાકમાં ૨૪ મૈલ ચાલ્યા પછી બીજી ટ્રેન નવ વાગે નીકળી. માટે એ બે ટ્રેન વચ્ચે ૨૪ મૈલનું અંતર છે તે ભાગવું જોઇએ. હવે તે બીજી ટ્રેન ૧ કલાકમાં ૪૨–૨૪ = ૧૮ મૈલનું અંતર ભાગે, તેથી ૧૮ મૈ. અં. ભા. : ૨૪ મૈ. અં. ભા. : : ૧ ક. : ૧$\frac{૧}{૩}$ ક.માં એટલે ૯ + ૧$\frac{૧}{૩}$ = ૧૦ ને ૨૦ મિનિટે ને અમદાવાદથી ૪૨ × ૧$\frac{૧}{૩}$ =

૫૬ મૈલ ૫ર ૫કડે. હવે આજ વખતે સુરતની ટ્રેનને મળવું છે તેા તે સુ-રતથી ૧૧૯–૫૬ = ૬૩ મૈલ ચાલીને આવે તેા મળે. તેને ૨૧ મૈલ : ૬૩ મૈલ : : ૧ કલાક : ૩ કલાક લાગે માટે ૧૦$\frac{૧}{૩}$ ક.–૩ક. = ૭ કલાકને ૨૦ મિનિટે નીકળવી જોઇએ. જ.

૧૮. અંતર માપવાનેા. ધારેા કે વ થી સુ સૂધાનું અંતર ૮૦ મૈલ છે પ્રથમ ઉતાવળી ટ્રેન વ થી

+૩૦+

વ ૨૫ બ અ ૨૫ સુ

આવીને, અને ધીમી ટ્રેન સુ થી આવીને અ આગળ ભેગી થઇ, બીજી વ-ખત ઉતાવળી ટ્રેન સુ થી આવીને ને ધીમી ટ્રેન વ થી આવીને બ આ-ગળ ભેગી થઇ. માટે અ ને બ વચ્ચે અંતર ૩૦ મૈલ, ને સુ તથા અ વ-ચ્ચે અને વ તથા બ વચ્ચે મળીને અંતર ૮૦–૩૦ = ૫૦ મૈલ. તે બં-ને અંતર સરખાં છે કેમકે ધીમી ટ્રેન બંને વખત સરખું ચાલી છે. મા-ટે વડેાદરેથી ૫૦ ÷ ૨ = ૨૫ મૈલ ૫ર બંને ટ્રેન બીજી વખત ભેગી થ-ઇ. જવાબ (૧); ભેગી થવામાં ઉતાવળી ટ્રેન ધીમી ટ્રેન કરતાં ૩૦ મૈ-લ વધારે ચાલી છે. હવે ૧૦ મૈલ વધારે ચાલવામાં ૧ કલાક લાગે છે માટે ૩૦ ÷ ૧૦ = ૩ કલાક ભેગી થતાં લાગે, ને ૩ કલાકમાં ધીમી ટ્રેન ૨૫ મૈલ ચાલે છે માટે ૧ કલાકમાં ૨૫ ÷ ૩ = ૮$\frac{૧}{૩}$ મૈલ, અને ઉતાવ-ળી ટ્રેન ૩ કલાકમાં ૨૫ + ૩૦ = ૫૫ મૈલ ચાલે માટે ૧ કલાકમાં ૫૫ ÷ ૩ = ૧૮$\frac{૧}{૩}$ મૈલ જ.

૧૯. અપૂર્ણાંક. (અપૂર્ણાંક વિષે વિશેષ વિચાર કલમ ૩૭ જુઓ). $\frac{૨૦}{૭}\div\frac{૨૯}{૬}=\frac{૨૦}{૭}\times\frac{૬}{૨૯}=\frac{૧૨૦}{૨૦૩}$. $\frac{૩૫૩૩૭}{૧૦૦૦}\times\frac{૧૦}{૮૪}=\frac{૩૫૩૩૭}{૮૪૦૦}$, $\frac{૧૦૫}{૧}\times\frac{૧૨૦}{૨૦૩}\times\frac{૩૫૩૩૭}{૮૪૦૦}=$ ૨૬૮૫ નાની સંખ્યા; દ. ભા. ૧૭૯× લ. સા. ભા. ૫૬૩૮૫=૧૦૦૯૨૯૧૫ એ સંખ્યાનેા ગુણાકાર; માટે મેાટી સંખ્યા ૧૦૦૯૨૯૧૫÷૨૬૮૫=૩૭૫૯.

૨૦. કામનેા. ૮ સિ.+૬ ખા. મળી ૨૪૦+૫=૪૮ ધ. ફૂ. માટી ૧ દિ.માં ખેાદે, ને ૧૨ સિ.+૧૨ ખા. મળી ૫૮૮+૭=૮૪ ધ. ફૂ. માટી ૧ દિ.માં ખેાદે. બંનેમાં ખારવાની સંખ્યા સરખી કરવા માટે પહેલા પ્ર-માણને બમણા કર્યા તેા ૧૬ સિ.+૧૨ ખા. મળી ૯૬ ધ. ફૂ. માટી ૧ દિ.માં ખેાદે, આમાંથી બીજું પ્રમાણ બાદ કરતાં ૪ સિ. દરરેાજ ૯૬–૮૪=૧૨ ધ. ફૂ. માટી ખેાદે, તેથી એક સિપાઇ દરરેાજ ૩ ધ. ફૂ. માટી ખેાદે. પહેલા પ્રમાણમાં સિપાઇનું કામ દાખલ કરતાં ૨૪ ધ. ફૂ.+૬ ખા.નું કામ=૪૮ ધ. ફૂ. તેથી ૬ ખારવા દરરેાજ ૪૮–૨૪=૨૪ ધ. ફૂ. માટી ખેાદે. તેા ૧ ખારવેા દરરેાજ ૪ ધ. ફૂ. માટી ખેાદે. હવે જો ૩૦ જણ બધા ખારવાજ હેાત તેા ૩૦×૪×૧૧=૧૩૨૦ ધ. ફૂ. માટી ૧૧ દિ.માં

ખોદાત, પણ ૧૩૨૦−૧૧૮૮=૧૩૨ ઘ. ફૂ. માટી ઓછી ખોદાયલી છે. તેનું કારણ એકે તેમાં કેટલાક સિપાઈ હતા. હવે ૧ સિપાઇ ૧ ખારવા કરતાં દરરોજ ૧ ઘ. ફૂ. માટી ઓછી ખોદે છે માટે ૧૧ દિ.માં ૧૧ ઘ.ફૂ. માટી ઓછી ખોદે, તેથી ૧૧ ઘ. ફૂ. : ૧૩૨ ઘ. ફૂ. : : ૧ સિ. : ૧૨ સિપાઇ જવાબ.

☞ ગણિતમાં "જો ૩૦ ખારવા ને સિપાઇઓ મળીને" એને બદલે "જો ખારવા ને સિપાઇઓ મળીને ૩૦ જણે" આમ લખ્યું હોત તો અર્થ વધારે સ્પષ્ટ થાત.

૨૧. પ્રમાણ. ૯ ઘો. કી.+૭ ગા. કી.=૬ ઘો. કી.+૧૩ ગા. કી. માટે ૩ ઘો. કી.=૬ ગા. કી. તેથી ૧ ઘો. કી.=૨ ગા. કી. માટે ગાયની કીમતના $\frac{૫}{૬}$ તે ઘોડાની કીમતના $\frac{૫}{૧૨}$ની બરાબર. સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે ઘો. કી×$\frac{૫}{૧૨}$=ઘો. કી. ×$\frac{૧}{૧૨}$+૮૦ રૂ. માટે ઘો. કી.×$\frac{૪}{૧૨}$=૮૦ રૂ. તો ઘો. કી. =૮૦÷$\frac{૪}{૧૨}$=૨૪૦ રૂ. ને ગાયની કીમત ૧૨૦ રૂ. જ.

૨૨. પ્રમાણ. પાણી થીજે ને ઉકળે એ બેની વચ્ચે ઉષ્ણતા સેન્ટીગ્રેડના ૧૦૦ અંશ અને ફારનહાઇટના ૨૧૨−૩૨=૧૮૦ અંશ બરાબર હોયછે. હવે ફારનહાઇટના ૬૮ અંશ પાણી થીજે ત્યાંથી ૬૮−૩૨ = ૩૬ અંશ છે માટે ૧૮૦ ફા. અં. : ૩૬ ફા. અં. : : ૧૦૦ સે. અં. : ૨૦ સે. અં. જવાબ.

૨૩. પ્રમાણ. ब પાસે ૧ ભાગ તો अ પાસે $\frac{૪}{૯}$ ભાગ પૈસા છે. હવે ब ૧૦ રૂ. હારે ને अ ૧૦ રૂ. જીતે તો બંને પાસે બરાબર થાયછે, માટે ૧ ભાગ−૧૦ રૂ.=$\frac{૪}{૯}$ ભાગ+૧૦ રૂ. તેથી $\frac{૫}{૯}$ ભાગ=૨૦ રૂ. માટે ૧ ભાગ=૨૦÷$\frac{૫}{૯}$=૩૬ રૂ. ब પાસે, ને ૩૬×$\frac{૪}{૯}$=૧૬ રૂ. अ પાસે જ.

૨૪. પ્રમાણ. अ પાસે ૧ ભાગ તો ब પાસે ૩ ભાગ પૈસા છે. હવે સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે ૧ ભાગ+૫૦ રૂ. : ૩ ભાગ+૫૦ રૂ. : : ૩ : ૭. પ્રમાણમાં મધ્ય પદોનો ગુણાકાર આદિ અંત પદોના ગુણાકારની બરાબર હોયછે માટે ૯ ભાગ + ૧૫૦ રૂ.=૭ ભાગ + ૩૫૦ રૂ. તેથી ૨ ભાગ=૨૦૦ રૂ. તો ૧ ભાગ=૧૦૦ રૂ. अ પાસે, ને ૧૦૦×૩ = ૩૦૦ રૂ. ब પાસે જ.

૨૫. સરાસરીનો. ૨૦+૩૫=૫૫ શેરની કીમત ૫૫×૩$\frac{૨}{૩}$=૨૦૧$\frac{૨}{૩}$ રૂ. હવે જો ૩૫ શેર હલકી જાતની ન હોતાં સારી જાતની હોત તો દર શેરે રૂ. ૦−૧૪−૮ લેખે ૩૫×$\frac{૧૧}{૧૨}$=૩૨$\frac{૧}{૧૨}$ રૂ. વધારે બેસત એટલે ૫૫ શેર સારી જાતનીના ૨૦૧$\frac{૨}{૩}$+૩૨$\frac{૧}{૧૨}$=૨૩૩$\frac{૩}{૪}$ રૂ. બેસત. તેથી ૧ શેર સારી ચાના ૨૩૩$\frac{૩}{૪}$÷૫૫=રૂ. ૪−૪−૦, ને શેર હલકી ચાના તેથી રૂ. ૦−૧૪−૮ ઓછા એટલે રૂ. ૩−૫−૪ જ.

૨૬. નફાતોટો. ૧૦૦ મણ : ૨૪ મણ : : ૨૦ મણ : $\frac{૨૪}{૫}$ મણની વેચાણ કીમત જેટલો નફો. તે પહેલી, બીજી, ત્રીજી વખત ૧, ૨, ૩ના પ્રમાણમાં થયેલો છે માટે ૬ ભાગ : ૧ ભાગ : : $\frac{૨૪}{૫}$ મણ : $\frac{૪}{૫}$ મણ, બીજી વખત $\frac{૪}{૫}$×૨=$\frac{૮}{૫}$ મણ, ને ત્રીજી વખત $\frac{૪}{૫}$×૩ = $\frac{૧૨}{૫}$ મણની વેચાણ કીમત જેટલો નફો અનુક્રમે ૨૪×$\frac{૧}{૩}$= ૮ મણ, ૨૪×$\frac{૧}{૪}$=૬ મણ, ને ૨૪–(૮+૬)=૧૦ મણની વેચાણ કીગતપર થયેલો છે. હવે ૮ મણની વેચાણ કીમતે $\frac{૪}{૫}$ મણની વેચાણ કીમત જેટલો નફો માટે ૮ રૂ. એ $\frac{૪}{૫}$ રૂ. નફો ગણાય, તેથી ૮ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : $\frac{૪}{૫}$ રૂ. : ૧૦ રૂ., ૬ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : $\frac{૮}{૫}$ રૂ. : ૨૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ., ને ૧૦ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : $\frac{૧૨}{૫}$ રૂ. : ૨૪ રૂ. નફો જ.

૨૭. નફાતોટો. ૧૧+૫=૧૬ શેર ચાના ૧૬×૩$\frac{૫}{૮}$=૫૮ રૂ. ઉપજ્યા, માટે ૧૧૬ રૂ. : ૫૮ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. : ૫૦ રૂ. ૧૬ શેર ચાની મૂળ કીમત. પણ તેમાં ૫ શેર ઉતરતી જાતને બદલે ઊંચી જાતની હોત તો ૫×૦॥=૨॥ રૂ. વધારે એટલે ૫૦+૨॥=૫૨॥ રૂ. બેસત. તેથી ૧ શેર ઊંચી જાતની કીમત ૫૨॥÷૧૬=રૂ. ૩–૪–૬, ને તેથી ૦॥ રૂ. ઓછો એટલે રૂ. ૨–૧૨–૬ હલકી જાતની કીમત જ.

૨૮. પ્રમાણ. નાના કરતાં ત્રીજાને ૯, બીજાને ત્રીજાથી ૧૨ એટલે નાનાથી ૨૧, ને પહેલાને બીજાથી ૧૮ એટલે નાનાથી ૩૯ રૂ. વધારે મળ્યા. તેથી તેની કુલ પુંજી નાનાની ચોગણાઇ કરતાં ૯+૨૧+૩૯ રૂ. વધારે છે, તે સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે નાનાની ૭ ગણાઇ કરતાં ૬ રૂ. વધારેનો બરાબર છે. માટે નાનાનો ભાગ×૪+૬૯ રૂ.=નાનાનો ભાગ×૭+૬ રૂ. તેથી નાનાનો ભાગ×૩=૬૩, માટે નાનાનો ભાગ ૨૧ રૂ., ત્રીજાનો ૩૦, બીજાનો ૪૨, ને પહેલાનો ૬૦ રૂ; અને કુલ પુંજી ૨૧+૩૦+૪૨+૬૦= ૧૫૩ રૂ. જવાબ.

૨૯. પ્રમાણ. પે. : બી. : : $\frac{૧}{૨}$: $\frac{૨}{૩}$. પ્રમાણમાં મધ્ય પદોનો ગુણાકાર આદિ અંતના ગુણાકારની બરાબર છે, માટે $\frac{૧}{૨}$ બી =$\frac{૨}{૩}$ પે. તો બીજી=$\frac{૨}{૩}$÷$\frac{૧}{૨}$=$\frac{૪}{૩}$ પહેલી. ને પે.+૬ : બી.+૫ : : $\frac{૨}{૫}$: $\frac{૧}{૨}$. બીજીને ઠેકાણે તેની કીમત દાખલ કરવાથી પે.+૬ : $\frac{૪}{૩}$ પે.+૫ : : $\frac{૨}{૫}$: $\frac{૧}{૨}$ એટલે $\frac{૮}{૧૫}$ પે+૨=$\frac{૧}{૨}$ પે+૩ તો ($\frac{૮}{૧૫}$–$\frac{૧}{૨}$) પે.=૩–૨, તો $\frac{૧}{૩૦}$ પહેલી=૧, માટે પહેલી =૩૦, ને બીજી=૩૦×$\frac{૪}{૩}$=૪૦ જ.

૩૦. બહુરાશિ. પ્રથગનાં ૨ માણસ ૧ કલાકમાં જેટલું કામ કરે, તેટલું કામ પછીનાં ૩ માણસ ૧॥ કલાકમાં કરે છે પરંતુ તે કામ પ્રથમ જેટલા એટલે ૧ કલાકમાં પૂરૂં કરવું હોય તો ૩×૧॥=૪॥ માણસ જોઇએ

એ. એટલે પ્રથમ અને પછીના માણસના કામનું ગુણોત્તર ૨ : ૪॥ થયું.

૧$\frac{૨}{૩}$ ગણા માણસો	: ૧ ગણા માણસો.	: : ૨૫ દિ. : ૧૩૫ દિ. જ.
૧ કામ	: ૨ કામ.	
૨	: ૪$\frac{૧}{૨}$	
$\frac{૧}{૨}$ કલાક	: ૧ કલાક.	

૩૧. પૃષ્ટફળ ઘનફળ. ઘનને ૭ બાજુ સરખી હોયછે માટે એક બાજુનું પૃષ્ટફળ ૮૬·૬૪ ચો. ફુ. ÷૬=૧૪·૪૪ ચો. ફુ. છે. હવે ઘનની સઘળી બાજુ ચોરસ હોયછે, તેથી તેની કોર $\sqrt{}$૧૪·૪૪ ચો. ફુ.=૩·૮ ફુ. હવે ૩·૮^{૩}=૫૪·૮૭૨ ઘ. ફુ. ઘનનું ઘનફળ; અને પાટીયાનું ઘનફળ ·૧ ×૧·૯ ×૧·૯=·૩૬૧ ઘ. ફુ. તેથી ૫૪·૮૭૨ ઘ. ફુ. ÷ ·૩૬૧ ઘ. ફુ = ૧૫૨ પાટીયાં જ.

૩૨. ત્રિરાશિ. ૧૦૦ રૂ. : ૧ રૂ. :: $\frac{૧૫}{૪}$ રૂ. : $\frac{૩}{૮૦}$ રૂ. નાદારીનો ખર્ચ. ૧−$\frac{૩}{૮૦}$=$\frac{૭૭}{૮૦}$ રૂ. જો પોતાનું તમામ લેણું બરાબર વસુલ થયું હોત તો પોતાના લેણદારોને દર રૂપિએ આપી શકત, પરંતુ પોતાના રૂ.૩૦૦૦ ના લેણામાં ૩૦૦૦×$\frac{૧}{૩}$=૧૦૦૦ રૂ. આવ્યા એટલે ૨૦૦૦ રૂ. ઓછા આવ્યા; તેથી દરરૂપિએ $\frac{૭૭}{૮૦}$ રૂ. ને બદલે $\frac{૯}{૧૬}$ રૂ. આપ્યા એટલે $\frac{૭૭}{૮૦}$−$\frac{૯}{૧૬}$=$\frac{૨}{૫}$ રૂ. ઓછા આપ્યા, માટે $\frac{૨}{૫}$ રૂ. : ૨૦૦૦ રૂ. :: ૧ રૂ. : ૫૦૦૦ રૂ. કરજ જ.

૩૩. ઘનફળ. સ્તંભ માંહેથી ૬ ઇંચ વ્યાસનો છે, અને પતરૂં બંને તરફ બબે ઇંચ જાડાઇનું છે માટે વ્યાસ બહારથી ૬+૨+૨=૧૦ ઇંચનો છે. બહારથી ૧૦ ઇંચ ને માંહેથી ૬ ઇંચ વ્યાસના બે ગોળ વચ્ચેની જગા ક્ષેત્રફળના ૧૪ મા નિયમની ૩ કલમ પ્રમાણે (૧૦+૬)×(૧૦−૬)×·૭૮૫૪ =૫૦·૨૬૫૬ ચો. ઇં. થાય તેને ઊંચાઇના ૧૨૦ ઇંચે ગુણતાં ૬૦૩૧·૮૭૨ ઘ. ઇં. સ્તંભના લોઢાનું ઘનફળ. હવે ૧ ઘ. ફુ. પાણીનું વજન ૧૦૦૦ ઔંસ તો ૧ ઘ. ફુ. લોઢાનું વજન ૧૦૦૦×૭॥=૭૫૦૦ ઔંસ થાય. તેથી ૧૭૨૮ ઘ. ઇં. : ૬૦૩૧·૮૭૨ ઘ. ઇં. : : ૭૫૦૦ ઔંસ : ૨૬૧૮૦ ઔંસ=હં. ૧૪−૨−૧૨−૪ જ.

૩૪. વ્યાજ. ખર્ચ, અનાગત, વ્યાજ, ને બાકીના રૂ. ૩૨૦૦૦ મળી કુલ ઉપજ. બાકીના રૂ. ૩૨૦૦૦ તે ૧−$\frac{૧}{૫}$=$\frac{૪}{૫}$ ભંડોળનું ૪ ટકા લેખે વ્યાજ થઇ રહેછે માટે ૪ રૂ. વ્યા. : ૩૨૦૦૦ રૂ. વ્યા. : : ૧૦૦ રૂ. ભં. : ૮૦૦૦૦૦ રૂ. ભં. $\frac{૪}{૫}$ ભં. : ૧ભં. :: ૮૦૦૦૦૦ રૂ. : ૧૦૦૦૦૦૦ રૂ. ભંડોળ જવાબ (૧); ૧૦૦૦૦૦૦ રૂ. ભં.×$\frac{૧}{૫}$=૨૦૦૦૦૦ રૂ. ભંડોળનું ૫ ટકા લેખે વ્યાજ ૧૦૦ રૂ. : ૨૦૦૦૦૦ રૂ. :: ૫ ટકા વ્યા. : ૧૦૦૦૦ રૂ. વ્યાજ થાય. ૧૦૦૦૦ રૂ. વ્યાજના+૩૨૦૦૦ રૂ. બાકીના=૪૨૦૦૦ રૂ. તે ૧૦૦−

(૪૮ ટકા ખર્ચ+૧૦ ટકા અનામત) = ૪૨ ટકાની બરાબર છે. માટે ૪૨ ટકા : ૪૨૦૦૦ રૂ. :: ૧૦૦ રૂ. ઉપજ : ૧૦૦૦૦૦ રૂ. ઉપજ જ. (૨).

૩૫. ત્રિરાશિ. ૧૦૦ રૂ. ઉપજ—૫ રૂ. ઉપજ વસુલ કરવાનું ખર્ચ =૯૫ રૂ. બાકી રહે, તે પર સેંકડે ૧।। ટકો કર ભરવો પડેછે માટે ૧૦૦ ના ૯૮·૫ રૂ. બાકી રહે તેથી ૧૦૦ : ૯૫ : : ૯૮·૫ : ૯૩·૫૭૫ રૂ. કર ભરતાં બાકી રહે. તેથી ૯૩·૫૭૫ : ૪૪૯૧·૬ :: ૧૦૦:૪૮૦૦ રૂ. જ.

૩૬. રેખામાપ. આમાં ઘનનો કર્ણ કાઢવાનો છે. ઘનનો કર્ણ તે ઘનની બાજુનો કર્ણ તે લંબાઇ, અને ઘનની ઊંચાઇ તે પહોળાઇવાળા લંબચોરસના કર્ણની બરાબર છે. માટે $\frac{૪}{૩}$નો વર્ગ×૨=$\frac{૩૨}{૯}$નું વર્ગમૂળ કાઢીએ તે ઘનની બાજુનો કર્ણ થશે, તે એક બાજુ; ને $\frac{૪}{૩}$ ફુ. ઊંચાઇ તે બીજી બાજુવાળા લંબ ચોરસનો કર્ણ $\sqrt{\frac{૩૨}{૯}}$નો વર્ગ+$\frac{૪}{૩}$ નો વર્ગ=$\frac{૩૨}{૯}+\frac{૧૬}{૯}=\frac{૪૮}{૯}$= ૫·૩ના વર્ગમૂળ ૨·૩૦૯૪ની બરાબર છે. માટે કાણાની લંબાઇ ૨·૩૦૯૪ જ.

૩૭. વર્ગમૂળ. ૧૦÷$\sqrt{૨}$ એને અંશ તથા છેદમાં લખતાં $\frac{૧૦}{\sqrt{૨}}$ હવે અપૂર્ણાંકના અંશ તથા છેદને એકજ રકમે ગુણીએ તો કીમતમાં ફેર પડતો નથી માટે $\sqrt{૨}$ એ બંનેને ગુણ્યા તો $\frac{૧૦\sqrt{૨}}{\sqrt{૨}\times\sqrt{૨}}=\frac{૧૦\sqrt{૨}}{૨}$ =૫$\sqrt{૨}$ સિદ્ધ.

૩૮. વર્ગમૂળ. ૬૦ ગિનિ×$\frac{૨૧}{૨૦}$=૬૩ પૈાંડ. ૬૩ પૈાં.×અપૂર્ણાંક=રકમ, અને રકમ×તેજ અપૂર્ણાંક=૨૮ પૈાંડ. હવે રકમને ઠેકાણે તેની કીમત માંડતાં ૬૩ પૈાં.×અપૂર્ણાંક×તેજ અપૂર્ણાંક=૨૮ પૈાં. માટે અપૂર્ણાંકના વર્ગ=૨૮ પૈાં ÷૬૩ પૈાં.=$\frac{૪}{૯}$, બંને બાજુનું વર્ગમૂળ કાઢતાં અપૂર્ણાંક=$\frac{૨}{૩}$. માટે રકમ=૬૩ પૈાં.×$\frac{૨}{૩}$=૪૨ પૈાંડ જવાબ.

૩૯. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ. (વ્યાજવિષે વિશેષ વિચાર કલમ ૪ क જુઓ). ૨૦·૪૦ રૂ. ÷૨૫૦=·૦૮૧૬ રૂ. એક રૂપિઆનું બે વર્ષનું વ્યાજ +૧ રૂ. મુદ્દલ=૧·૦૮૧૬ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની બે વર્ષની થઇ, તેનું વર્ગમૂળ કાઢતાં ૧·૦૪ રૂ. રાશ ૧ રૂ. ની ૧ વર્ષની થઇ. તેમાંથી ૧ રૂ. મુદ્દલનો બાદ કરતાં ·૦૪ રૂ. વ્યાજ ૧ રૂ. નું ૧ વર્ષનું થયું, તેને ૧૦૦ એ ગુણતાં ૪ રૂ. દર જવાબ.

૪૦. લેાન. ૧૦૦ રૂ. ઉપજ : ૩૦૦૦ રૂ. ઉપજ : : ૧૨ ટકા : ૩૬૦ રૂ. ગરામત ખર્ચ, માટે ૩૦૦૦—૩૬૦=૨૬૪૦ રૂ. ૧ વર્ષની ચોખ્ખી ઉપજ. ૩૦૦૦×૨૪=૭૨૦૦૦ રૂ. એ જમીન વેચી. ૯૭।। રૂ. રોકડા : ૭૨૦૦૦ રૂ. રોકડા : : ૩ ટકા વ્યાજ : ૨૨૧૫$\frac{૫}{૧૩}$ રૂ. વ્યાજ લેાનનું આવે. તેથી ૨૬૪૦—૨૨૧૫$\frac{૫}{૧૩}$=૪૨૪$\frac{૮}{૧૩}$ રૂ. લેાનથી ઓછું વ્યાજ આવે જ.

૪૧. ક્ષેત્રફળ. ૨૦×૧૬=૩૨૦ ચો. ફુ. ભોંય તળીયાનું ક્ષેત્રફળ, ને તેટલુંજ છતનું ક્ષેત્રફળ. સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે ૩૨૦+૩૨૦=૬૪૦ ચો. ફુ. ચારે ભીંતોનું ક્ષેત્રફળ છે, અને ચારે ભીંતોની લંબાઇ ૨૦×૨+૧૬×૨=૭૨ ફુટ છે માટે ભીંતોની ઊંચાઇ ૬૪૦ ચો. ફુ.÷૭૨ ફુટ=૮$\frac{૮}{૯}$ ફુટ જ.

૪૨. પંત્યાળો. ૩૦૦૦+૪૦૦૦+૫૦૦૦=૧૨૦૦૦ કુલ મુડી. ૧૦૦ રૂ. : ૧૨૦૦૦ રૂ. : : ૭॥ રૂ. : ૯૦૦ રૂ. ખર્ચ માટે ૧૩૮૦–૯૦૦=૪૮૦ રૂ ચોખો નફો. તે મુડીના પ્રમાણમાં વહેંચતાં ૪૮૦×$\frac{૩૦૦૦}{૧૨૦૦૦}$=૧૨૦ રૂ. અને, ૪૮૦×$\frac{૪૦૦૦}{૧૨૦૦૦}$=૧૬૦ રૂ. બને, ને ૪૮૦×$\frac{૫૦૦૦}{૧૨૦૦૦}$=૨૦૦ રૂ. કને પંત્યાળા વેપારમાં નફો. હવે લોન લે તો ૯૦ રૂ. રો : ૩૦૦૦ રૂ. રો : : ૩ ટકા : ૧૦૦ રૂ. વ્યા. અને, ૯૦ રૂ. રો. : ૪૦૦૦ રૂ. રો. : : ૩ ટકા : ૧૩૩$\frac{૧}{૩}$ રૂ. વ્યા. બને, ને ૯૦ રૂ. રો. : ૫૦૦૦ રૂ. રો. : : ૩ ટકા : ૧૬૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. વ્યા. કને મળે. તેથી અને ૧૨૦–૧૦૦=૨૦, બને ૧૬૦–૧૩૩$\frac{૧}{૩}$= ૨૬$\frac{૨}{૩}$, અને કને ૨૦૦–૧૬૬$\frac{૨}{૩}$=૩૩$\frac{૧}{૩}$ રૂ. લોનથી ઓછા મળે જ.

૪૩. પ્રમાણ. ચોથી ચોકીએ આપતાં પહેલાં જે હતી તેનો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ–૧=૧ તો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ=૧+૧=૨ તો ભાગ=૨÷$\frac{૧}{૨}$=૪, ત્રીજી ચોકીએ આપતાં પહેલાં જે હતી તેનો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ–૧=૪ તો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ=૪+૧=૫ તો ભાગ =૫÷$\frac{૧}{૨}$=૧૦, બીજી ચોકીએ આપતાં પહેલાં જે હતી તેનો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ–૧ =૧૦ તો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ=૧૦+૧=૧૧ તો ભાગ=૧૧÷$\frac{૧}{૨}$=૨૨, ને પહેલી ચોકીએ આપતાં પહેલાં જે હતી તેનો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ–૧=૨૨ તો $\frac{૧}{૨}$ ભાગ=૨૨+૧=૨૩ તો ભાગ=૨૩÷$\frac{૧}{૨}$=૪૬ કેરીઓ પ્રથમ હતી જ.

૪૪. નફોતોટો. ૧૦૦ આના : ૧૦ આના : : ૭૦ આના : ૭ આના દૂધના, ૧૦૦ આના : ૧૦ આના : : ૨૦ આના : ૨ આના ખર્ચના. ૭ આના+૨ આના=૯ આના મૂળ કીમતના ૧૦ આના ઉપજે માટે ૧૦–૯=૧ આનો નફો. ૧૦૦ આના : ૭ આના : : ૧૫૦ આના : ૧૦॥ આના દૂધના, ૧૦૦ આના : ૨ આના : : ૧૨૫ આના : ૨॥ આના ખર્ચના. માટે ૧૦॥ આના દૂધના+૨॥ આના ખર્ચના+૧ આનો નફાનો= ૧૪ આને વેચે જ.

૪૫. બહુરાશિ. ૧ ગણા દિ. : ૨ ગણાદિ.
૧ ગણા મા. : ૧॥ ગણામા.
૧ ગણી મજુરી:૧$\frac{૧}{૩}$ગણી મજુરી.
૮×૫=૪૦ ક. : ૧૦×૫=૫૦ ક.
} : : ૧૦૦૦ રૂ. : ૫૦૦૦ રૂ. જ.

૪૬. નફોતોટો. ૧૨૮ વારની વેચાણ કીમતમાં સંકેતમાં કહ્યા પ્રમાણે ૧૨ વારની વેચાણ કીમત ઉમેરે તો મૂળ કીમત ૧૦૦ રૂ. પૂરા થાય માટે ૧૪૦ વાર : ૧ વાર : : ૧૦૦ રૂ. : $\frac{૫}{૭}$ રૂ. એ વાર વેચેલું જ.

૪૭. નફાતેાટેા. ૫ ધા : ૩૨ ધા : : ૧$\frac{૧૩}{૧૬}$ રૂ. : ૧૧$\frac{૩}{૫}$ રૂ. ૩૨ ધાના એટલા. તેટલા પૈસા ૨૯ ધા વેચવાગાં ઉપજાવે તેા છેવટના ૩ ધા- ના પૈસા. વેચાણુ કીમતે જે ઉપજે તે સંકેતમાં કહ્યા મુજબ મૂળ કીમત પર નફામાં રહે. માટે ૨૯ ધા : ૧ ધા : : ૧૧$\frac{૩}{૫}$ રૂ. : $\frac{૨}{૫}$ રૂ. = ૬$\frac{૨}{૫}$ આને વંચેલેા જ.

૪૮. સરાસરીનેા. ૧૦, ૧૧, ને ૧૧ આ પ્રમાણમાં અનુક્રમે ૩, ૭, ને ૧૨ માસે રૂ ૩૨૫૦ આપવાના, તેથાં

૪॥	૩	૨॥ + ૭॥ = ૧૦
	૭	૧॥ = ૧॥
	૧૨	૧॥ = ૧॥

૧૦ + ૧॥ + ૧॥ = ૧૩ રૂ. : ૩૨૫૦ રૂ. : : ૧૦ રૂ. : ૨૫૦૦ રૂ. ત્રણુ માસે, ૧૩ રૂ. : ૩૨૫૦ રૂ. : : ૧॥ રૂ. : ૩૭૫ રૂ. સાત માસે, ૧૩ રૂ. : ૩૨૫૦ રૂ. : : ૧॥ રૂ. : ૩૭૫ રૂા. બાર માસે જવાબ.

૪૯. સરાસરીનેા. ૩૨૫૦ રૂ. ૪॥ માસે આપવાના માટે તેનેા ૩૨૫૦ × ૪॥ = ૧૪૬૨૫ સર થાય, તેમાં ૬૦૦ રૂ. ૭ માસે આપવાના માટે તે- નેા ૬૦૦ × ૭ = ૪૨૦૦ સર થાય; માટે સંકેતમાં કહ્યા મુજબ ૩૨૫૦— ૬૦૦ = ૨૬૫૦ રૂ. ના એવા બે ભાગ કરવા કે તે હરેક ભાગ અનુક્રમે ૩ ને ૧૨ માસે આપે તેા તેના સરનેા સરવાળેા ૧૪૬૨૫–૪૨૦૦ = ૧૦૪૨૫ સર થાય. હવે ૨૬૫૦ રૂ. બધા ત્રણુ માસેજ આપી દે તેા તેનેા સર ૨૬૫૦ × ૩ = ૭૯૫૦ થાય, પણુ આપણે ૧૦૪૨૫ સર કરવેા છે એટલે ૧૦૪૨૫– ૭૯૫૦ = ૨૪૭૫ સર વધારે કરવેા છે. હવે ૧ રૂ. ત્રણુ માસને બદલે ૧૨ માસે આપે તેા તેનેા ૧૨–૩ = ૯ સર વધારે થાય. તેથી ૯ સર : ૨૪૭૫ સર : : ૧ રૂ. : ૨૭૫ રૂ. બાર માસે આપવાના, ને ૨૬૫૦— ૨૭૫ = ૨૩૭૫ રૂ. ત્રણુ માસે આપવાના જ.

૫૦. નફા તેાટેા. ૧૨ માસ : ૪ માસ : : ૪ ટકા : ૧$\frac{૧}{૩}$ રૂ. વ્યા. + ૧૦૦ રૂ. મુદ્દલ = ૧૦૧$\frac{૧}{૩}$ રૂ. વાયદાના તેની હાલ કીમત ૧૦૦ રૂ. મા- ટે ૧૦૧$\frac{૧}{૩}$ રૂ : ૧૧$\frac{૭}{૮}$ રૂ. : : ૧૦૦ રૂ. : ૧૧$\frac{૨૩}{૩૨}$ રૂ. હાલ કીમત. તે પર સેંકડે ૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. નફા રહે છે માટે ૧૦૦ રૂ. : ૧૧$\frac{૨૩}{૩૨}$ રૂ. : : ૧૦૬$\frac{૨}{૩}$ રૂ. : ૧૨$\frac{૧}{૨}$ રૂ. રેાકડેથી વેચાણું કીમત, પરંતુ વાયદેથી ૧૨$\frac{૩}{૪}$ રૂ. લીધેલા છે; તેથી ૧૨$\frac{૧}{૨}$ રૂ. નું $\frac{૧}{૪}$ રૂ. વ્યાજ દર સેંકડે દર વર્ષે ૪ ટકા લેખે ક્યા- રે થાય એવું દાખલાનું સ્વરૂપ થયું તેથી.

૧૨$\frac{૧}{૨}$ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. } : : ૧૨ માસ : ૬ માસ જવાબ.
૪ રૂ. : $\frac{૧}{૪}$ રૂ. }

૫૧. બહુરાશિ. છેલ્લા ૪ દિ. માં ૪ જાસ્તી માણસેાએ કેટલું કામ કર્યું તે કાઢવાને—

૧૦॥ ક. : ૭॥ ક. :: ૫૬૬ ઘ. ફૂ. : ૯૨ ઘ. ફૂ. માટે પ્રથમનાં મા-
૧૫ મા. : ૪ મા. ણસોએ ૫૭૫—૯૨ = ૪૮૩ ઘ. ફૂ. ખાડો ખોદ્યો
૮ દિ. : ૪ દિ. તે કાઢવાને—

૭॥ ક. : ૧૦॥ ક. :: ૧૫ માણસ : ૭ માણસ જવાબ.
૫૬૬ ઘ. ફૂ. : ૪૮૩ ઘ. ફૂ.
૧૨ દિ. : ૮ દિ.

૫૨. નફોતોટો. ૧૨૪ રૂ. નફા સાથે : ૧૩ રૂ. નફા સાથે : : ૧૦૦ રૂ. મૂળ કીમત : ૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$ રૂ. મૂળ કીમત, માટે ૧૨$\frac{૧}{૨}$—૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$=૨$\frac{૧}{૬૨}$ રૂ. રોકડેથી વેચતાં મૂળ કીમતપર નફો. માટે ૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : ૨$\frac{૧}{૬૨}$ રૂ. : ૧૯$\frac{૩}{૧૩}$ રૂ. સેંકડે નફો જ. (ગણિતનો જવાબ ખોટો છે).

૫૩. વ્યાજ. રોકડેથી ખરીદ કરે તો ૧૦૦—૨૫=૭૫ ટકા કીમતના લે, ને વળી ૧૨ નંગનાં ૧૩ નંગ આપે, માટે ૧૩ નંગ : ૧૨ નંગ : : ૭૫ ટકા : ૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકા કીમતના ૧૨ નંગના બેસે. વાયદેથી ખરીદ કરે તો ૧૨ નંગના ૧૦૦—૨૯=૭૧ ટકા કીમતના લે. તેથી ૭૧—૬૯$\frac{૩}{૧૩}$=૧$\frac{૧૦}{૧૩}$ ટકા વ્યાજ ૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકાનું દર સેંકડે દરવર્ષે ૪ ટકા લેખે કેટલી મુદતે થાય તે કાઢવાને.

૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકા મુદલ : ૧૦૦ ટકા મુદલ :: ૧૨ માસ : ૭$\frac{૨}{૩}$ માસ જ.
૪ ટકા વ્યાજ : ૧$\frac{૧૦}{૧૩}$ ટકા વ્યાજ

૫૪. નફોતોટો. આ હિસાબમાં ચાની કીમત બે જાતની આપેલી છે. ૧. રોકડેથી, ૨. વાયદેથી. રોકડાનો ભાવ તે મૂળ કીમતપર સેંકડે ૨૧$\frac{૩}{૭}$ ટકા નફો ચડીને થયેલો છે. હવે જેની પાસે રોકડી કીમત જે નફા સાથે ચઢીને ઠરાવેલી છે તે તરત આપવાની ન હોય તો તેનું વ્યાજ તેણે આપવું જોઇએ, અને એ વ્યાજ સાથેનો ભાવ તે વાયદાનો ભાવ છે.

૭ પૈાંડ ચાનું ૭ માસનું વ્યાજ ૮—૭=૧ પૈાંડ ચા છે. તેથી ૧ વર્ષનું વ્યાજ ૨ પૈાંડ ચા છે. ૭ પૈાંડ ચાની નફા સાથેની કીમતે ૨ પૈાંડ ચાની નફા સાથેની કીમત જેટલું વ્યાજ છે માટે ૭ પૈાંડ ચાની મૂળ કીમતે ૨ પૈાંડ ચાની મૂળ કીમત જેટલું વ્યાજ થયું. હવે ૭ પૈાંડ ચાએ ૨ પૈાંડ ચા વ્યાજ મળે, તો ૭ રૂ.એ ૨ રૂ. વ્યાજ મળે તેથી ૭ રૂ. : ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ રૂ. : : ૨ રૂ. વ્યા. : ૩૪$\frac{૩૪}{૪૯}$ રૂ. વ્યાજ. તેથી ૧૦૦ રૂ. ના નફા સાથે ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ રૂ. થાયછે, તેમાં વાયદાનું તેનું વ્યાજ ઉમેરતાં ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ + ૩૪$\frac{૩૪}{૪૯}$ = ૧૫૬$\frac{૬}{૪૯}$ રૂ. થયા. માટે વાયદાનો ભાવ મૂળ કીમત કરતાં સેંકડે ૧૫૬$\frac{૬}{૪૯}$—૧૦૦ = ૫૬$\frac{૬}{૪૯}$ રૂ. વધારે જવાબ. (ગણિતનો જવાબ ખોટો છે. એમાં વાયદાનું વ્યાજ મૂળ કીમતનું ગણેલું છે, પણ નફા સાથેની કીમતનું ગણવું જોઇએ).

૫૫. પ્રમાણ. સંકેતમાં ક્ષા પ્રમાણે બના રૂપિઆ—૧ રૂ. = અના રૂપિઆ + ૧ રૂ. માટે બના રૂ. = અના રૂપિઆ + ૨ રૂ.; તે વધેલા,

વસા પહેલાને આ-

૧૦॥ ક. : ૭॥ ક. } : : ૯૬૬ ધ. ફૂ. : ૯૨ ધ. ફૂ. માટે પ્રથમનાં મા-
૧૫ મા. : ૪ મા. } ણસોએ ૫૭૫−૯૨ = ૪૮૩ ધ. ફૂ. ખાડો ખોદ્યો
૮ દિ. : ૪ દિ. } તે કાઢવાને—

૭॥ ક. : ૧૦॥ ક. } : : ૧૫ માણસ : ૭ માણસ જવાબ.
૯૬૬ ધ. ફૂ. : ૪૮૩ ધ. ફૂ. }
૧૨ દિ. : ૮ દિ. }

૫૨. નફોતોટો. ૧૨૪ રૂ. નફા સાથે : ૧૩ રૂ. નફા સાથે : : ૧૦૦ રૂ. મૂળ કીમત : ૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$ રૂ. મૂળ કીમત, માટે ૧૨$\frac{૧}{૨}$−૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$=૨$\frac{૧}{૬૨}$ રૂ. રોકડેથી વેચતાં મૂળ કીમતપર નફો. માટે ૧૦$\frac{૧૫}{૩૧}$ રૂ. : ૧૦૦ રૂ. : : ૨$\frac{૧}{૬૨}$ રૂ. : ૧૯$\frac{૩}{૧૩}$ રૂ. સેંકડે નફો જ. (ગણિતનો જવાબ ખોટો છે).

૫૩. વ્યાજ. રોકડેથી ખરીદ કરે તો ૧૦૦−૨૫=૭૫ ટકા કીમતના લે, ને વળી ૧૨ નંગનાં ૧૩ નંગ આપે, માટે ૧૩ નંગ : ૧૨ નંગ : : ૭૫ ટકા : ૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકા કીમતના ૧૨ નંગના બેસે. વાયદેથી ખરીદ કરે તો ૧૨ નંગના ૧૦૦−૨૯=૭૧ ટકા કીમતના લે. તેથી ૭૧−૬૯$\frac{૩}{૧૩}$=૧$\frac{૧૦}{૧૩}$ ટકા વ્યાજ ૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકાનું દર સેંકડે દરવર્ષે ૪ ટકા લેખે કેટલી મુદતે થાય તે કાઢવાને.

૬૯$\frac{૩}{૧૩}$ ટકા મુદલ : ૧૦૦ ટકા મુદલ } : : ૧૨ માસ : ૭$\frac{૨}{૩}$ માસ જ.
૪ ટકા વ્યાજ : ૧$\frac{૧૦}{૧૩}$ ટકા વ્યાજ }

૫૪. નફોતોટો. આ હિસાબમાં ચાની કીમત બે જાતની આપેલી છે. ૧. રોકડેથી, ૨. વાયદેથી, રોકડાનો ભાવ તે મૂળ કીમતપર સેંકડે ૨૧$\frac{૩}{૭}$ ટકા નફો ચડીને થયેલો છે. હવે જેની પાસે રોકડી કીમત જે નફા સાથે ચઢીને ઠરાવેલી છે તે તરત આપવાની ન હોય તો તેનું વ્યાજ તેણે આપવું જોઇએ, અને એ વ્યાજ સાથેનો ભાવ તે વાયદાનો ભાવ છે.

૭ પૌંડ ચાનું છ માસનું વ્યાજ ૮−૭=૧ પૌંડ ચા છે. તેથી ૧ વર્ષનું વ્યાજ ૨ પૌંડ ચા છે. ૭ પૌંડ ચાની નફા સાથેની કીમતે ૨ પૌંડ ચાની નફા સાથેની કીમત જેટલું વ્યાજ છે માટે ૭ પૌંડ ચાની મૂળ કીમતે ૨ પૌંડ ચાની મૂળ કીમત જેટલું વ્યાજ થયું. હવે ૭ પૌંડ ચાએ ૨ પૌંડ ચા વ્યાજ મળે, તો ૭ રૂ.એ ૨ રૂ. વ્યાજ મળે તેથી ૭ રૂ. : ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ રૂ. : : ૨ રૂ. વ્યા. : ૩૪$\frac{૩૪}{૪૯}$ રૂ. વ્યાજ. તેથી ૧૦૦ રૂ. ના નફા સાથે ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ રૂ. થાયછે, તેમાં વાયદાનું તેનું વ્યાજ ઉમેરતાં ૧૨૧$\frac{૩}{૭}$ + ૩૪$\frac{૩૪}{૪૯}$ = ૧૫૬$\frac{૬}{૪૯}$ રૂ. થયા. માટે વાયદાનો ભાવ મૂળ કીમત કરતાં સેંકડે ૧૫૬$\frac{૬}{૪૯}$—૧૦૦ = ૫૬$\frac{૬}{૪૯}$ રૂ. વધારે જવાબ. (ગણિતનો જવાબ ખોટો છે. એમાં વાયદાનુ વ્યાજ મૂળ કીમતનું ગણેલું છે, પણ નફા સાથેની કીમતનું ગણવું જોઇએ).

૫૫. પ્રમાણ. સંકેતમાં ક્યા પ્રમાણે બના રૂપિયા—૧ રૂ. = અના રૂપિયા + ૧ રૂ. માટે બના રૂ. = અના રૂપિયા + ૨ રૂ.; ને

બીજો ભાગ, $\frac{૧૬૧૨૫}{૧૯૩૬}$ રૂ. મુ. : ૧૦૦ રૂ. મુ. : : $\frac{૧૨૦}{૬૧}$ રૂ. : ૬૮ $\frac{૧૦}{૪૫}$ રૂ. ત્રીજો ભાગ જ.

૬૦. પ્રમાણ. ૫ ટકા લેખે ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે નાના, વચલા, ને મોટા છોકરાની ઉમર ૨૧ વર્ષની થાયછે ત્યારે તેમના ભાગોની રાશ સરખી થાયછે. પરંતુ નાના છોકરાની ઉમર ૨૧ વર્ષની થાય ત્યારે વચલાની ૨૩ ને મોટાની ૨૫ વર્ષની થાય. માટે નાનાની ૨૧ વર્ષની ઉમરે તેની પાસે તેના ભાગના વ્યાજ મુદ્દલ સાથે જેટલા પૈસા થાય, તે વખતે વચલા પાસે નાનાની રાશપર બે વર્ષનું, અને મોટા પાસે નાનાની રાશપર ચાર વર્ષનું વ્યાજ ચઢીને જે રકમ થાય તેટલા પૈસા થશે. માટે જો નાના છોકરાનો ભાગ ૧ રૂ. લઇએ, તો વચલાનો ભાગ ૧ રૂ.ની બે વર્ષની રાશ ૧.૦૫^{૨} = ૧.૧૦૨૫ રૂ. થશે, ને મોટાનો ભાગ ૧ રૂ. ની ચાર વર્ષની રાશ ૧.૦૫^{૪} =૧.૨૧૫૫૦૬૨૫ રૂ. થશે. માટે એ પ્રમાણમાં ૫૩૦૮૮૧ રૂ. વહેંચતાં ૧ + ૧.૧૦૨૫ + ૧.૨૧૫૫૦૬૨૫ = ૩.૩૧૮૦૦૬૨૫ રૂ. : ૫૩૦૮૮૧ રૂ. : : ૧ રૂ. : ૧૬૦૦૦૦ રૂ. નાનાને, ૩.૩૧૮૦૦૬૨૫ રૂ. : ૫૩૦૮૮૧ રૂ. :: ૧.૧૦૨૫ રૂ. : ૧૭૬૪૦૦ રૂ. વચલાને, અને ૩.૩૧૮૦૦૬૨૫ રૂ. : ૫૩૦૮૮૧ રૂ. : : ૧.૨૧૫૫૦૬૨૫ રૂ. :૧૯૪૪૮૧ રૂ. મોટાને જ.

૬૧. પ્રમાણ. ઘેટાંનાં બે સરખાં ટોળાં હતાં. પહેલામાંથી ૩૯ ને બીજામાંથી ૯૩ ઘેટાં વેચ્યાં એટલે પહેલા કરતાં બીજામાં ૯૩−૩૯ = ૫૪ ઘેટાં ઘટયાં. તેથી બીજા ટોળા કરતાં પહેલું ટોળું બમણું થયું. માટે બીજા ટોળામાં અંતર જેટલાં એટલે ૫૪ ઘેટાં બાકી રહે, તે ૯૩ ઘેટાં વેચ્યા પછી રહેછે. માટે દરેક ટોળામાં ૫૪ + ૯૩ = ૧૪૭ ઘેટાં જવાબ.

૬૨. પ્રમાણ. સંકેતમાં કહ્યા મુજબ પાંદડાં = પોપટ−૧, ને પાંદડાં—૧ = પોપટ ÷ ૨. આમાં પાંદડાંને ઠેકાણે તેની કીમત પોપટ−૧ છે તે જોડી તો પોપટ−૧−૧ = પોપટ ÷ ૨ માટે પોપટ ÷ ૨ = ૨ તો પોપટ = ૨ × ૨ = ૪ ને પાંદડાં = ૪−૧ = ૩ જ.

૬૩. ચાર સાદી રીત. છેવટે ૯ પૈસા બાકી રહ્યા, ને ૫ પૈસા ત્રીજાને આપ્યા; માટે ૯ + ૫ = ૧૪ પૈસા ત્રીજાને આપ્યા પહેલાં તે પાસે હતા. તે બીજાને આપ્યા પછી બાકી વધ્યા તેના બમણા કરેલ છે માટે બીજાને આપ્યા પછી ૧૪ ÷ ૨ = ૭ પૈસા બાકી વધેલા, ને ૫ પૈસા બીજાને આપેલા છે માટે ૭ + ૫ = ૧૨ પૈસા બીજાને આપ્યા પહેલાં તેની પાસે હતા. તે પહેલાને આપ્યા પછી બાકી વધ્યા તેના બમણા કરેલા છે માટે પહેલાને આપ્યા પછી ૧૨ ÷ ૨ = ૬ પૈસા બાકી વધેલા, ને ૫ પૈસા પહેલાને આપેલા છે માટે ૬ + ૫ = ૧૧ પૈસા પહેલાને આપ્યા પહેલાં હતા. જ.

૬૪. **કામનો.** ૨૪ દિ. : ૧ દિ. : : $\frac{૪}{૫}$ કામ : $\frac{૧}{૩૦}$ કામ अ, ब, क મળી ૧ દિ. માં કરે, ૨૮ દિ. : ૧ દિ. : : $\frac{૫}{૬}$ કામ : $\frac{૫}{૧૬૮}$ કામ अ ને क અથવા ब ને क મળી ૧ દિ. માં કરે. માટે $\frac{૧}{૩૦}-\frac{૫}{૧૬૮}=\frac{૧૭}{૧૨૬૦}$ કામ ૧ દિ. માં अ અથવા ब કરે. $\frac{૫}{૧૬૮}-\frac{૧૭}{૧૨૬૦}=\frac{૮}{૧૨૬૦}$ કામ ૧ દિ. માં क એકલો કરે. $\frac{૧૭}{૧૨૬૦}$ કામ : ૧ કામ : : ૧ દિ. : ૭૪$\frac{૨}{૧૭}$ દિ. માં अ અથવા ब આખું કામ કરે, ને $\frac{૮}{૧૨૬૦}$ કામ : ૧ કામ : : ૧ દિ. : ૧૫૭$\frac{૧}{૨}$ દિ. માં क આખું કામ કરે. જ.

૬૫. **પ્રમાણુ.** પ્રથમનું + ૭ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૨૯ બળદને ૭ દિ. ચાલે. (૧)

„ + ૯ „ ૨૫ બળદને ૯ દિ. ચાલે. (૨)

પહેલા પ્રમાણુમાં ૨૯ બળદને બદલે બીજા પ્રમાણુ જેટલા ૨૫ બળદ હોય તો પહેલા પ્રમાણુનું ઘાસ કેટલા દિવસ ચાલે તે ત્રિરાશિથી કાઢ્યું તો ૨૫ બ. : ૨૯ બ. : : ૭ દિ. : ૮$\frac{૩}{૨૫}$ દિ. ચાલે તથો નીચે મુજબ બે પ્રમાણુ થયાં.

પ્રથમનું + ૭ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૨૫ બળદને ૮$\frac{૩}{૨૫}$ દિ. ચાલે. (૧)
„ + ૯ „ ૨૫ ૯ દિ. ચાલે. (૨)

માટે ૯—૭ = ૨ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૨૫ બળદને ૯—૮$\frac{૩}{૨૫}$ = $\frac{૨૨}{૨૫}$ દિ. ચાલે. આ પ્રમાણુને બીજા પ્રમાણુમાં જોડી તે પરથી પ્રથમનું ઘાસ કેટલા દિવસનું ઊગેલું છે તે કાઢીએ—$\frac{૨૨}{૨૫}$ દિ. માં : ૯ દિ. માં : : ૨ દિ. નું ઊગેલું : ૨૦$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ જોઇએ, તે ૨૫ બળદને ૯ દિ. ચાલે. માટે ૨૦$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ = પ્રથમનું + ૯ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ, તેથી પ્રથમના ઘાસ = ૨૦$\frac{૫}{૧૧}$—૯ = ૧૧$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ છે તે ૬ દિવસમાં કેટલા બળદને ચાલશે એમ માગ્યું છે માટે ૧૧$\frac{૫}{૧૧}$ + ૬ = ૧૭$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ થશે. હવે ૨૦$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૨૫ બળદને ૯ દિ. ચાલે તો ૧૭$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૬ દિ. ચલાવવાને કેટલા બળદ જોઇએ તે બહુરાશિથી કાઢ્યું તો—

૨૦$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું : ૧૭$\frac{૫}{૧૧}$ દિ. નું ઊગેલું }
૬ દિ. માં : ૯ દિ. માં } : : ૨૫ બળદ : ૩૨ બળદ જ.

૬૬. **પ્રમાણુ.** પ્રથમનું + ૩૦ દિ. ઊગેલું ઘાસ ૧૭ બળદને ૩૦ દિ. ચાલે. (૧)

„ + ૨૪ „ ૧૯ બળદને ૨૪ દિ. ચાલે. (૨)

પહેલા પ્રમાણુમાં ૧૭ બળદને બદલે બીજા પ્રમાણુ જેટલા ૧૯ બળદ હોય તો પહેલા પ્રમાણુનું ઘાસ કેટલા દિવસ ચાલે તે ત્રિરાશિથી કા-

ઢ્યું તો ૧૯ બ. : ૧૭ બ. : : ૩૦ દિ. : $\frac{૫૧૦}{૧૯}$ દિ. ચાલે તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણુ થયાં.

પ્રથમનું + ૩૦ દિ. ઊગેલું ઘાસ ૧૯ બળદને $\frac{૫૧૦}{૧૯}$ દિ. ચાલે. (૧)

" + ૨૪ " ૧૯ બળદને ૨૪ દિ. ચાલે. (૨)

માટે ૩૦−૨૪ = ૬ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૧૯ બળદને $\frac{૫૧૦}{૧૯}$−૨૪=$\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. ચાલે. આ પ્રમાણુને બીજા પ્રમાણુમાં જોડી તે પરથી પ્રથમનું ઘાસ કેટલા દિવસનું ઊગેલું છે તે કાઢીએ તો—$\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. માં : ૨૪ દિ. માં : : ૬ દિ. નું ઊગેલું : $\frac{૧૫૨}{૩}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ જોઇએ. તે ૧૯ બળદને ૨૪ દિ. ચાલે. માટે $\frac{૧૫૨}{૩}$ દિ. ઊગેલું ઘાસ = પ્રથમ + ૨૪ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ, તેથી પ્રથમના ઘાસ = $\frac{૧૫૨}{૩}$−૨૪ = $\frac{૮૦}{૩}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ છે, તે દિવસમાં કેટલા બળદને ચાલશે એમ માગ્યું છે માટે ૨૬$\frac{૨}{૩}$ + ૮ = ૩૪$\frac{૨}{૩}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ થશે. પરંતુ ૬ દિવસ પછી ૪ બળદ કમી કરવાના છે માટે ૮−૬ = ૨ છેલ્લા દિવસમાં ૪ બળદ ચરે તેટલું ઘાસ વધવાનું તે કાઢવા સારૂ ૧૯ બળદ $\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. માં ૬ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ચરે તો ૪ બળદ ૨ દિ. માં કેટલા દિવસનું ઊગેલું ઘાસ ચરે તે કાઢ્યું તો—

૧૯ બળદ : ૪ બળદ }
$\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. માં : ૨ દિ. માં } : : ૬ દિ. નું ઊગેલું : $\frac{૮}{૯}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ વધવાનું, માટે ૩૪$\frac{૨}{૩}$+$\frac{૮}{૯}$=૩૫$\frac{૫}{૯}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ થશે. હવે ૧૯ બળદ $\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. માં ૬ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ચરે તો ૮ દિ. માં ૩૫$\frac{૫}{૯}$ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ચરવાને કેટલા બળદ જોઇએ તે બહુરાશિથી કાઢ્યું તો—

૮ દિ. માં : $\frac{૫૪}{૧૯}$ દિ. માં. }
૬ દિ. નું ઊગેલું : $\frac{૩૨૦}{૯}$ દિ. નું ઊગેલું. } : : ૧૯ બળદ : ૪૦ બળદ જ.

૬૭. પ્રમાણુ. પ્રથમનું+૧૩ દિ. નું ઊગેલું ૧૩૩ બળદને ૧૩ દિ. ચાલે.(૧)

" +૧૬ " ૧૧૨ બળદને ૧૬ દિ. ચાલે (૨)

પહેલા પ્રમાણુમાં ૧૩૩ બળદને બદલે બીજા પ્રમાણુ જેટલા ૧૧૨ બળદ હોય તો પહેલા પ્રમાણુનું ઘાસ કેટલા દિવસ ચાલે તે ત્રિરાશિથી કાઢ્યું તો—૧૧૨ બ. : ૧૩૩ બ. : : ૧૩ દિ.: $\frac{૨૪૭}{૧૬}$ દિ. ચાલે. તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણુ થયાં.

પ્રથમનું+૧૩ દિ. નું ઊગેલું ૧૧૨ બળદને $\frac{૨૪૭}{૧૬}$ દિ. ચાલે. (૧)

" + ૧૬ " ૧૧૨ બળદને ૧૬ દિ. ચાલે. (૨)

માટે ૧૬−૧૩=૩ દિ. નું ઊગેલું ઘાસ ૧૧૨ બળદને ૧૬−$\frac{૨૪૭}{૧૬}$=$\frac{૯}{૧૬}$ દિ. ચાલે. આ પ્રમાણુને બીજા પ્રમાણુમાં જોડી તે પરથી પ્રથમનું ઘાસ કેટલા દિવસનું ઊગેલું છે તે કાઢીએ તો—$\frac{૯}{૧૬}$ દિ. માં : ૧૬ દિ. માં : : ૩

૩ દિ. નું ઉગેલું : ૮૫$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ. તે ૧૧૨ બળદને ૧૬ દિ. ચાલે. માટે ૮૫$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ=પ્રથમનું+૧૬ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ, તેથી પ્રથમના ઘાસ=૮૫$\frac{૧}{૩}$—૧૬=૬૯$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ છે. હવે ૧૧૨ બળદને ૧૬ દિ. માં ૮૫$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ, તો ૧૨૫ બળદને ૧ દિ. માં કેટલા દિવસનું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ તે કાઢયું તો—

૧૧૨ બળદ : ૧૨૫ બળદ }
૧૬ દિ. માં : ૧ દિ. માં } : : ૮૫$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું : ૫$\frac{૨૦}{૨૧}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ. અને દરરોજ ૧ દિ. નું નવું ઘાસ ઉગે માટે ૫$\frac{૨૦}{૨૧}$—૧=૪$\frac{૨૦}{૨૧}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ પ્રથમના ઘાસમાંથી દરરોજ ૧૨૫ બળદ ચરે, તેથી ૬૯$\frac{૧}{૩}$ દિ. નું ઉગેલું પ્રથમનું ઘાસ÷૪$\frac{૨૦}{૨૧}$ દિ. નું ઉગેલું પ્રથમનું ઘાસ=૧૪ દિ. જવાબ.

૬૮. પ્રમાણ. પ્રથમનું+૧૨$\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું ૨૦ બળદને ૧૨$\frac{૩}{૪}$ દિ. ચાલે. (૧)
„ +૧૨ „ ૨૧ બળદને ૧૨ દિ. ચાલે. (૨)

પહેલા પ્રમાણમાં ૨૦ બળદને બદલે બીજા પ્રમાણ જેટલા ૨૧ બળદ હોય તો પહેલા પ્રમાણનું ઘાસ કેટલા દિવસ ચાલે તે ત્રિરાશિથી કાઢયું તો—૨૧ બ. : ૨૦ બ. : : ૧૨$\frac{૩}{૪}$ દિ. : ૧૨$\frac{૧}{૭}$ દિ. ચાલે. તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણ થયાં.

પ્રથમનું+૧૨$\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું ૨૧ બળદને૧૨$\frac{૧}{૭}$ દિ. ચાલે. (૧)
„ +૧૨ „ ૨૧ બળદને ૧૨ દિ. ચાલે. (૨)

માટે ૧૨$\frac{૩}{૪}$—૧૨=$\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ ૨૧ બળદને ૧૨$\frac{૧}{૭}$—૧૨=$\frac{૧}{૭}$ દિ. ચાલે. આ પ્રમાણને બીજા પ્રમાણમાં જોડી તે પરથી પ્રથમનું ઘાસ કેટલા દિવસનું ઉગેલું છે તે કાઢીએ તો—$\frac{૧}{૭}$ દિ. માં : ૧૨ દિ. માં : : $\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું : ૬૩ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ. તે ૨૧ બળદને ૧૨ દિવસ ચાલે. માટે ૬૩ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ = પ્રથમનું+૧૨ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ. માટે પ્રથમના ઘાસ=૬૩—૧૨=૫૧ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ છે. હવે $\frac{૧}{૭}$ દિ. માં ૨૧ બળદને $\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ, તો ૨૬ બળદને ૧ દિ. માં કેટલા દિવસનું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ તે કાઢયું તો—

૨૧ બ. : ૨૬ બ. }
$\frac{૧}{૭}$ દિ. માં : ૧ દિ. માં } : : $\frac{૩}{૪}$ દિ. નું ઉગેલું : ૬$\frac{૧}{૨}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ જોઇએ. અને દરરોજ ૧ દિ. નું નવું ઘાસ ઉગે માટે ૬$\frac{૧}{૨}$—૧=૫$\frac{૧}{૨}$ દિ. નું ઉગેલું ઘાસ પ્રથમના ઘાસમાંથી દરરોજ ૨૬ બળદ ચરે, તેથી ૫$\frac{૧}{૨}$ દિ. નું ઉગેલું પ્રથમ ઘાસ : ૫૧ દિ. નું ઉગેલું પ્રથમ ઘાસ : : ૧ દિ. ચાલે : ૯$\frac{૩}{૧૧}$ દિ. ચાલે જવાબ.

૬૯. પ્રમાણ. આખી ટાંકી+૫$\frac{૧}{૨}$ મિ.નું પાણી ૨૪ નળ ૫$\frac{૧}{૨}$ મિ. માં ખાલી કરે. (૧)

આખી ટાંકી + ૧૩ મિ. નું પાણી ૧૫ નળ ૧૩ મિ. ના ખાલી કરે. (૨)

પહેલા પ્રમાણુમાં ૨૪ નળને બદલે બીજા પ્રમાણુ જેટલા ૧૫ નળ હોય તો પહેલા પ્રમાણુનું પાણી કેટલા મિ.માં ખાલી કરે તે ત્રિરાશિથી કાઢયું તો—૧૫ નળ : ૨૪ નળ :: $૫\frac{૧}{૨}$ મિ. : $૮\frac{૪}{૫}$ મિ.માં ખાલી કરે. તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણુ થયાં.

આખી ટાંકી+$૫\frac{૧}{૨}$ મિ.નું પાણી ૧૫ નળ $૮\frac{૪}{૫}$ મિ.માં ખાલી કરે.(૧)
" +૧૩ " ૧૫ નળ ૧૩ મિ.માં ખાલી કરે. (૨)

માટે ૧૩–$૫\frac{૧}{૨}$=$૭\frac{૧}{૨}$ મિ.નું પાણી ૧૫ નળ ૧૩–$૮\frac{૪}{૫}$=$૪\frac{૧}{૫}$ મિ.માં ખાલી કરે. આ પ્રમાણુ બીજા પ્રમાણુમાં જોડી તે પરથી પ્રથમ આખી ટાંકીનું પાણી કેટલા મિ. નું આવેલું છે તે કાઢીએ—$૪\frac{૧}{૫}$ મિ. માં : ૧૩ મિ. માં : : $૭\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી : $૨૩\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી. તે ૧૫ નળ ૧૩ મિ. માં ખાલી કરે. માટે $૨૩\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી=આખી ટાંકી+૧૩ મિ. નું પાણી માટે આખી ટાંકી=$૨૩\frac{૩}{૧૪}$–૧૩=$૧૦\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી છે, તે ૩૩ મિ. માં ખાલી કરવું છે માટે $૧૦\frac{૩}{૧૪}$+૩૩=$૪૩\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી થશે. હવે $૭\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી ૧૫ નળ $૪\frac{૧}{૫}$ મિ. માં ખાલી કરે, તો $૪૩\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી ૩૩ મિ. માં ખાલી કરવાને કેટલા નળ જોઇએ તે કાઢયું તો—

$૭\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી : $૪૩\frac{૩}{૧૪}$ મિ. નું પાણી } : : ૧૫ નળ : ૧૧ નળ જવાબ.
૩૩ મિ. માં : $૪\frac{૧}{૫}$ મિ. માં. }

૭૦. પ્રમાણુ. મૂળનું + $૭\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી ૧૨ નળ $૭\frac{૧}{૨}$ મિ. માં ખાલી કરે. (૧)

મૂળનું + ૧૬ મિ. નું પાણી ૭ નળ ૧૬ મિ. માં ખાલી કરે. (૨)

પહેલા પ્રમાણુમાં ૧૨ નળને બદલે બીજા પ્રમાણુ જેટલાં ૭ નળ હોત તો પહેલા પ્રમાણુનું પાણી કેટલા મિ. માં ખાલી કરે તે ત્રિરાશિથી કાઢયું તો—૭ નળ : ૧૨ નળ : : $૭\frac{૧}{૨}$ મિ. : $૧૨\frac{૬}{૭}$ મિ. માં ખાલી કરે, તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણુ થયાં.

મૂળનું+$૭\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી ૭ નળ $૧૨\frac{૬}{૭}$ મિ. માં ખાલી કરે. (૧)
" +૧૬ " ૭ નળ ૧૬ મિ. માં ખાલી કરે. (૨)

માટે ૧૬–$૭\frac{૧}{૨}$=$૮\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી ૭ નળ ૧૬–$૧૨\frac{૬}{૭}$=$૩\frac{૧}{૭}$ મિ. માં ખાલી કરે. આ પ્રમાણુને બીજા પ્રમાણુમાં જોડી તે પરથી મૂળનું પ કેટલા મિ. નું છે તે કાઢીએ—$૩\frac{૧}{૭}$ મિ. માં : ૧૬ મિ. માં : : $૮\frac{૧}{૨}$ નું પાણી : $૪૩\frac{૩}{૧૧}$ મિ. નું પાણી. તે ૭ નળ ૧૬ મિ. માં ખાલી કરે.

માટે ૪૩$\frac{૪}{૧૧}$ મિ. નું પાણી=મૂળનું+૧૬ મિ નું પાણી. માટે મૂળનું =૪૩$\frac{૪}{૧૧}$−૧૬=૨૭$\frac{૪}{૧૧}$ મિ. નું પાણી છે, તે ૫૦ મિ. માં ખાલી કરવું છે માટને ૨૭$\frac{૩}{૧૧}$+૫૦=૭૭$\frac{૩}{૧૧}$ મિ. નું પાણી થશે. હવે ૮$\frac{૧}{૨}$ મિ. નું પાણી ૭ નળ ૩$\frac{૧}{૩}$ મિ. માં ખાલી કરે તેા ૭૭$\frac{૪}{૧૧}$ મિ. નું પાણી ૫૦ મિ. માં ખાલી કરવાને કેટલા નળ જોઇએ તે કાઢ્યું તેા—

૮$\frac{૧}{૨}$ મિ. નુ પાણી : ૭૭$\frac{૪}{૧૧}$ મિ. નું પાણી }
૫૦ મિ. માં : ૩$\frac{૧}{૩}$ મિ. માં. } : : ૭ નળ : ૪ નળ જવાબ.

૭૧. પ્રમાણ. ચઢેલું વ્યાજ + ૧૧ અ. નું વ્યા. ૧૫ મજુરને ૧૧ અ. ચાલે. (૧)

" + ૫ " ૩૧ મજુરને ૫ અ. ચાલે. (૨)

પહેલા પ્રમાણમાં ૧૫ મજુરને બદલે ૩૧ મજુર (બીજા પ્રમાણ જેટલા) હેાત તેા પહેલા પ્રમાણનું વ્યાજ કેટલા અઠવાડીયાં ચાલે તે ત્રિરાશિથી કાઢ્યું તેા-૩૧ મજુર : ૧૫ મજુર : : ૧૧ અઠ. : $\frac{૧૬૫}{૩૧}$ અઠ. ચાલે. તેથી નીચે મુજબ બે પ્રમાણ થયાં.

ચઢેલું વ્યા. + ૧૧ અઠ. નું વ્યા. ૩૧ મજુરને $\frac{૧૬૫}{૩૧}$ અઠ. ચાલે. (૧)

" + ૫ " ૩૧ મજુરને ૫ અઠ. ચાલે. (૨)

માટે ૧૧−૫ = ૬ અઠ. નું વ્યાજ ૩૧ મજુરને $\frac{૧૬૫}{૩૧}$−૫ = $\frac{૧૦}{૩૧}$ અઠ. ચાલે. આ પ્રમાણને બીજા પ્રમાણમાં જોડી તે પરથી કેટલાં અઠવાડીયાંનું ચઢેલું વ્યાજ છે તે કાઢીએ—$\frac{૧૦}{૩૧}$ અઠ. માં : ૫ અઠ. માં : : ૬ અઠ. નું વ્યા. : ૯૩ અઠ. નું વ્યાજ. તે ૩૧ મજુરને ૫ અઠવાડીયાં પહેાંચે. માટે ૯૩ અઠ. નું વ્યાજ = ચઢેલું વ્યાજ + ૫ અઠ. નું વ્યાજ માટે ચ.ઢે.. વ્યાજ = ૯૩−૫ = ૮૮ અઠ. નું વ્યાજ. હવે $\frac{૧૦}{૩૧}$ અઠ. માં ૩૧ મજુરને ૬ અઠ. નું વ્યાજ પહેાંચે, તેા ૧ અઠ. માં ૯ મજુરને કેટલા અઠ. નું વ્યાજ જોઇએ તે કાઢ્યું તેા—

$\frac{૧૦}{૩૧}$ અઠ માં : ૧ અઠ. માં. }
૩૧ મજુર : ૯ મજુર. } : : ૬ અઠ. નું વ્યાજ : ૫$\frac{૨}{૫}$ અઠ. નું વ્યાજ જોઇએ. અને દર અઠવાડીયે ૧ અઠવાડીયાંનું વ્યાજ આવે માટે ૫$\frac{૨}{૫}$−૧ = ૪$\frac{૨}{૫}$ અઠ. નું વ્યાજ ચઢેલા વ્યાજમાંથી ૯ મજુરને દર અઠવાડીયે આપવા જોઇએ માટે ૮૮ અઠ. નું ચઢેલું વ્યાજ + ૪$\frac{૨}{૫}$ અઠ. નું ચઢેલું વ્યાજ = ૨૦ અઠવાડીયાં જવાબ.



અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ વિષે મત.

આ પુસ્તકનાં પ્રથમનાં છ ફારમપર મરહુમ રા. સા. મહીપતરામ રૂપરામ નીલકંઠ. સી. આઈ. ઈ. લખેછે કે—

"પુસ્તક સારૂં છે, અને ઉત્તેજન આપવા લાયક છે. રચનાર ગુજરાત ટ્રેઇનિંગ કાલેજમાં કેળવાયલા સૌથી સારા સ્કોલરોમાંનો એકછે, અને શિક્ષણપદ્ધતિના વિષયનો એ કાળજીથી અભ્યાસ કરેછે એ જોઇને હું ખુશી થયોછું. ગૂજરાત ટ્રેઇનિંગ કાલેજમાં શીખવાતી શિક્ષણપદ્ધતિની ચોપડીમાં અને ગુજરાતશાળાપત્રમાં હમણાં પ્રસિદ્ધ થતા પાઠોમાં સમજાવેલા નિયમોનું આ ચોપડીમાં વધારે વિગતથી અને ઘણાજ દાખલા આપીને વિવેચન કર્યું છે. આંકના પાડા અને સાદા સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ને ભાગાકાર શીખવવાની અને સમજાવવાની રીતો આ ચોપડીમાં સારી રીતે લખી છે, અને દાખલા આપીને સમજાવી છે. આ ચોપડી આપણી ગૂજરાતી નિશાળોના નીચલા ધોરણોના શિક્ષકોને ઉપયોગી થઈ પડશે."

રા. સા. ગણપતરામ અનુપરામ. ત્રવાડી. સોરઠ પ્રાંતના ડેપ્યુટી એજ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર સાહેબ લખેછે કે—

"તમે જે પુસ્તક કરવાનાછો, તેનો ઘણો ભાગ હું વાંચી ગયો; અને તે વાંચવામાં મેં જે વખત ગાળ્યો, તેનો સારો બદલો મળ્યોછે."

"બને તેટલી સરળતાથી પ્રમાણપૂર્વક ઢબમાં તમારી પદ્ધતિનું વિવેચન કરવાની અંદર તમે મહેનત લેવામાં કાંઇ કસર રાખી નથી."

"તમે એક જાતનો મગજનો ખોરાક આપેલોછે, અને જો બને તો તેનો કોઇએ લાભ લેવા ચૂકવું નહિ. મારા વિચાર પ્રમાણે વિચારશક્તિ અને વિચારશક્તિની કેળવણી ઘણી અવશ્યની છે. અને તેટલાજ માટે દરેક મહેતાજીએ, દરેક આસિસ્ટંટ મહેતાજીએ, અને ઉપલા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓએ તમારા પુસ્તકનો કાળજીથી અભ્યાસ કરવો જોઇએ."

"સંપૂર્ણ શાસ્ત્રોનો અભ્યાસ એ બધા અભ્યાસોથી ચઢીઆતો છે. અને આવાં શાસ્ત્રોનાં મૂળતત્વો જેના ઉપર આધાર રાખેછે તેનાં કારણો તથા તે શીખવવાની પદ્ધતિનો અભ્યાસ તે એક ઊંચા પ્રકારનો અભ્યાસ છે, અને તે મનને એક સર્વોત્તમ કસરત છે. આ કામ તમે માથે લીધું છે તેને માટે કેળવણીમાં હિત ધરાવનારા સર્વે ગૃહસ્થો તરફથી તમને ઉત્તેજન અને મુબારકબાદી ઘટે છે."

મહેરબાન. વિઠ્ઠલજી કેશવજી. દવે. બી. એ. કચ્છ પ્રાંત એજ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર સાહેબ લખે છે કે—

"એ પુસ્તક હું ઉપર ઉપરથી વાંચી ગયો તો તેમાં અંકગણિતનો વિ-

પથ વિદ્યાર્થીઓને રસિક થઇ પરે અને તે શીખવાથી તેમની માનસિ-
કિતઓ સતેજ અને પ્રફુલ્લિત થાય એવી ખરી પદ્ધતિ સરલ ભાષામાં દ-
ર્શાવેલી છે તે જોઈ મને બહુજ આનંદ થયો છે. હર્બટ સ્પેન્સર ઇત્યાદિ
જે પ્રસિદ્ધ વિદ્વાનોએ કેળવણીના વિષયપર ખાસ મનન કરેલું છે તેઓ જે
ધોરણપર કેળવણી આપવાની ભલામણ કરે છે તેવાંજ ધોરણ ઉપર ત-
મારૂં પુસ્તક રચાયલું છે "

"રા. સા. મહીપતરામ તમારૂં પુસ્તક ગુજરાતી નિશાળોનાં નીચલાં ધોરણના શિક્ષકોને ઉપયોગી થઇ પડશે એમ લખે છે પરંતુ મારો તો મજબૂત અભિપ્રાય છે કે તમામ સ્કૂલો (હાઇસ્કૂલો સુદ્ધાંત) ના તમામ માસ્તરોએ તમારૂં પુસ્તક અવશ્ય કરી મનન કરવા યોગ્ય છે. † ઈંગ્રેજી સ્કૂલોમાં ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ, લોન અને શેરના હિસાબ તથા નફાતોટા ઇત્યાદિ હિસાબની બાબતો શીખવવાની છે તે તમારી પદ્ધતિ મુજબ શીખવવામાં આવે તો વિદ્યાર્થીઓને સંગીન લાભ થયા વગર રહે નહિ. . . "

"તમારૂં પુસ્તક કચ્છની શાળાઓમાં "ટેક્સ્ટ બુક" તરીકે દાખલ કરવાનો મેં નિશ્ચય કર્યો છે, અને કચ્છ રાજ્ય તરફથી તેને આશ્રય મળવાની મજબૂત ભલામણ કરીછે."

"આવાં ઉત્કૃષ્ટ પુસ્તકોનો લાભ ઘણા લોકો લઈ શકે માટે તેની કિમ્મત થોડી રાખવામાં તમે સ્તુતિપાત્ર ડહાપણ વાપરેલું છે."

રા. સા. મોહનલાલ રણછોડદાસ. ઝવેરી. સુરત વિભાગના માજી ડેપ્યુટી એજ્યુકેશનલ ઇન્સ્પેકટર સાહેબ લખેછે કે—

"ઘણોખરો એ પુસ્તકનો ભાગ વાંચી જોતાં મને લાગેછે કે જેમના ઉપયોગાર્થે અર્થે તમે શ્રમ લઇ એ પુસ્તક રચ્યું છે તેમને ખરેખરૂં કામ લાગે એવું એ છે. ગણિતની રીતો તથા તેનાં કારણો ઘણી સ્પષ્ટતાથી સમજાવેલાં છે તેમજ ભાષા ને દૃષ્ટાંતો પણ સરલ ને સમજ પડે એવાંછે. હું ધારૂંછું કે એ પુસ્તક દરેક નિશાળની લૈબ્રરીમાં રાખવા લાયક છે."

કાઠિઆવાડ હાઈસ્કૂલના હેડમાસ્તર સાહેબ ડી. ઇ. ગીબી. એસ્કવાયર. બી. એ. લખેછે કે—

તમારી અંકગણિતની ચોપડી મારા ધારવા પ્રમાણે જુવાન વિદ્યાર્થીઓને ઉપયોગી થઇ પડશે. કેટલીક બાબતના ખુલાસા એમ લાગેછે કે તંગી પૂરી પાડવાને પૂરતા છે.

બરોડા સ્ટેટના ડિરેકટર ઓફ વર્નાકયુલર ઇન્સ્ટ્રકશન સાહેબ બાહાદુરે બુક કમિટીના અભિપ્રાયથી એનૂકરેજમેન્ટ ખાતેથી આ પુસ્તકને ઉત્તેજન આપેલું છે.

---

† રા. સા. મહીપતરામભાઇનો અભિપ્રાય પ્રથમનાં છ ફારમ પરછે. કર્ત્તા.

શાળાઓમાં ખાસ ઉપયોગી થઇ પડેલાં પુસ્

અમારા તરફથી બહાર પડેલાં નીચે લખેલાં શુદ્ધ, સરલ, ...જ વેંચાતાં પુસ્તકો નીચે લખેલે ઠેકાણે રોકડી કિમ્મતે અથવા અનુરજીસ્ટર્ડ બુક પાકેટથી મળશે.

૧. સરલ દેશીનામાની પદ્ધતિ, છઠ્ઠી આવૃત્તિ. કચ્છ ગાયકવાડ સરકારના કેળવણીખાતાએ પસંદ કરેલ છે. કિમ્મત ... આના, પોસ્ટેજ માફ઼જ.

૨. અંકગણિત શીખવવાની પદ્ધતિ, બીજી આવૃત્તિ સુ... વધારા સહિત. એમાં મોટા અંકગણિતનાં અઘરાં મનોયત્ન, સવાળા પર... અને અઘરા પરચૂરણ દાખલા પણ સમજુતી સાથે ગણી આપેલા છે. ... સ્તક મે. મુંબઇ ઇલાકાના ડિરેક્ટર ઑફ પબ્લિક ઇન્સ્ટ્રક્શન સાહેબ બ... લાયબ્રેરી બુક તરીકે મંજુર કરેલું છે. કિમ્મત નવ આના, પોસ્ટેજ માફ઼

૩. વ્યાકરણ શીખવવાની પદ્ધતિ (વાક્ય પ્રથકૃતિ અને પદચ્છ... સાથે). હોપકૃત વ્યાકરણની પદ્ધતિએ ગૂજરાતી ભાષાના વ્યાકરણનું સંગીન જ્ઞાન સરલ ભાષામાં શીખનાર શીખવનારને થાય તેમ ગોઠવણ કરેલી છે. ... હજારમાંથી ૧૫૦૦થી વધારે નકલો ખપી ગઇ છે, કચ્છની શાળાઓ... માં આજ વ્યાકરણ ચાલે છે. ગાયકવાડ સરકારનાં કેળવણીખાતા... એ પણ પસંદ કરેલ છે. કિમ્મત સાત આના. પોસ્ટેજ માફ઼જ.

☞ અંકગણિત અને વ્યાકરણ શીખવવાની પદ્ધતિસાથે ખરીદનારને બે નંગમાં ૨૫ ટકા કમીશન આપીશું; એટલે બે નંગ ...ગર પોસ્ટેજે બાર આનામાં મળશે. !!!

૪. પતળ વિદ્યા. ટ્રેઇનિંગ કોલેજનાં સ્કોલરો તથા છઠ્ઠા ધોરણના વિદ્યાર્થીઓને ઉપયોગી છે. કિમ્મત ત્રણ આના. પોસ્ટેજ માફ઼જ.

...માં પુષ્કળ લાભ.—ચારે જાતનાં નંગોને ... છૂટક ...થી ૨૦, અને ૨૦ નંગથી ...

... ઠેકાણા: